

Helena Siwek

Uniwersytet Pedagogiczny  
im. Komisji Edukacji Narodowej  
w Krakowie

## METODA CZYNNOSCIOWEGO NAUCZANIA MATEMATYKI WSPARCIEM DLA SUKCESU UCZNIĄ W UCZENIU SIĘ MATEMATYKI

### 1. System wartości, cele kształcenia, podstawa programowa, programy nauczania

W dobie globalizacji, integracji, unifikacji nie można dyskutować nad ulepszaniem nauczania matematyki, ograniczając się tylko do tego przedmiotu i do efektów matematycznych. Problem ten trzeba widzieć w szerszym kontekście zmian dotyczących efektów kształcenia w ogóle. A tę perspektywę wyznacza nam system wartości obowiązujący w danym społeczeństwie, w danym okresie historycznym. Dopiero system wartości pozwala na sformułowanie celów kształcenia, a te z kolei dają podstawę do konstrukcji podstawy programowej i następnie programów kształcenia oraz podręczników.

Ciekawą klasyfikację wartości kształcenia przedstawia Małgorzata Bereźnicka w książce, w której rozważa problematykę wartości we współczesnej szkole. Wyniki jej badań mogą być podstawą refleksji nad modyfikacją metodyki pracy w praktyce szkolnej, w szczególności nowego spojrzenia na metodę czynnościowego nauczania. Jako podstawę klasyfikacji wartości przyjęła autorka popularne filary edukacji Delorsa: 1) uczyć się, aby wiedzieć; 2) uczyć się, aby działać; 3) uczyć się, aby żyć wspólnie; 4) uczyć się, aby być. Pierwszy i drugi filar stał się podstawą opracowania wartości poznawczo-intelektualnych, trzeci: moralno-społecznych, czwarty: twórczych, estetycznych, zdrowotnych i ekologicznych. Wartości te są obecne we współczesnych programach nauczania dla gimnazjum, co ilustruje poniższe zestawienie.

Jak wynika z badań M. Bereźnickiej, we współczesnej szkole dominują wartości poznawczo-intelektualne. Jest to cecha szkoły tradycyjnej, ukierunkowanej na wiedzę, natomiast współcześnie dużą wagę przywiązuje

się do pracy w zespole, umiejętności wspólnego formułowania i rozwiązywania problemów, do pracy twórczej. Z badań autorki wynika, że współcześni nauczyciele i uczniowie przywiązują dużą wagę do wszystkich rodzajów

wartości w nauczaniu. W skali 1–5 (od oceny bardzo niskiej do bardzo wysokiej), wartości kształcenia uzyskały dość wysokie oceny u obu grup badanych, z tym że zawsze u uczniów były te oceny niższe, co widać na wykresie.

### WARTOŚCI KSZTAŁCENIA WYSTĘPUJĄCE W PROGRAMACH KSZTAŁCENIA PRZEDMIOTÓW OBOWIĄZUJĄCYCH W GIMNAZJUM:

#### WARTOŚCI POZNAWCZO-INTELEKTUALNE

(ogółem 119 razy):

• Prawda	14,
• Użyteczność poznawcza	14,
• Operatywność	14,
• Zainteresowanie poznawcze	12,
• Samodzielność poznawcza	12,
• Kompetencje komunikacyjne	12,
• Obiektywność	11,
• Krytycyzm	11,
• Racjonalność	11,
• Efektywność	8.

#### WARTOŚCI MORALNO-SPOŁECZNE

(ogółem 65 razy):

• Odpowiedzialność	11,
• Partnerstwo	10,
• Podmiotowość	7,
• Więzy międzyludzkie	7,
• Dobro	6,
• Zaangażowanie społeczne	6,
• Patriotyzm	6,
• Tolerancja	6,
• Autonomia	4,
• Altruizm	2.

#### WARTOŚCI TWÓRCZE:

(ogółem 28 razy)

• Samorealizacja	9,
• Twórcze myślenie	9,
• Samokształcenie	5,
• Samokształtowanie	5.

#### WARTOŚCI ESTETYCZNE:

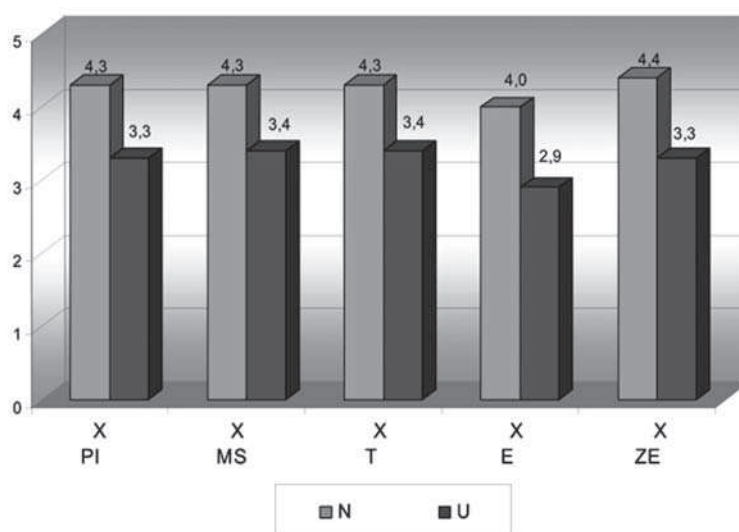
(ogółem 14 razy)

• Przeżycie estetyczne	6,
• Piękno	5,
• Obcowanie ze sztuką	3.

#### WARTOŚCI ZDROWOTNE I EKOLOGICZNE:

(ogółem 20 razy)

• Bezpieczeństwo	6,
• Zdrowie psychiczne	5,
• Zdrowie fizyczne	4,
• Ochrona środowiska fizycznego i psychicznego	4,
• Sprawność	1.

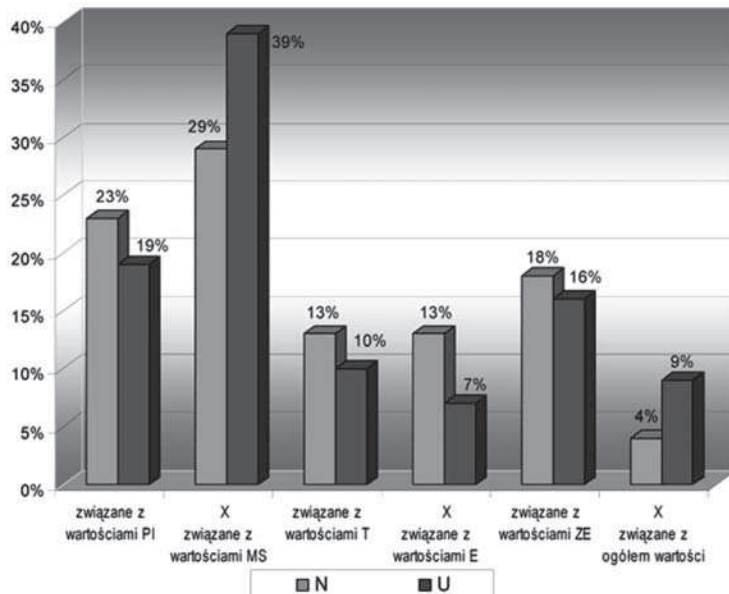


Waga przywiązywana do poszczególnych kategorii wartości w praktyce szkolnej w ocenie nauczycieli i uczniów

N – nauczyciele  
U – uczniowie

Wartości:  
PI – poznawczo-intelektualne,  
MS – moralno-społeczne  
T – twórcze  
E – estetyczne  
ZE – zdrowotne i ekologiczne

Charakterystyczne jest, że uczniowie widzą wielką potrzebę występowania tematów związanych z wartościami moralno-społecznymi, co widać na następnym wykresie.



Przydatność tematów związanych z danymi kategoriami wartości w praktyce szkolnej według nauczycieli i uczniów

N – nauczyciele  
U – uczniowie

Wartości:  
PI - poznawczo-intelektualne,  
MS – moralno-społeczne  
T – twórcze  
E – estetyczne  
ZE – zdrowotne i ekologiczne

W teorii dydaktycznej podkreśla się zmiany w postawie nauczyciela we współczesnej szkole. Teraz ma on

być doradcą, organizującym twórczą pracę uczniów, pomocnikiem – ogólnie określa się to mianem refleksyjnego praktyka. Również wysoki procent

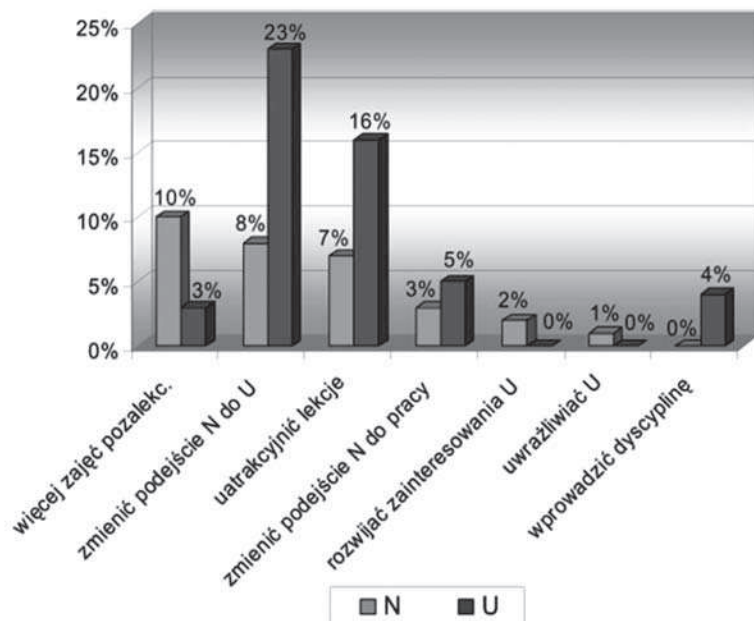
Jest to więc potrzeba wynikająca nie tylko z teorii pedagogicznej, ale postulowana przez uczniów. Szkoła powinna uczyć pracy w zespole, negocjacji, dyskusji, wspólnego podejmowania i rozwiązywania problemów, przeżywania i ekspresji. Stanisław Palka podkreśla, że kształtowanie twórczych postaw życiowych jest pierwszoplanowe, natomiast adaptacja do nowych sytuacji oparta na wiedzy ma znaczenie drugorzędne. Z tych ogólnych rozważań wynika konieczność modyfikacji stosowania metody czynnościowej w nauczaniu matematyki. W dalszym ciągu jest to metoda fundamentalna w kształceniu matematycznym uczniów na każdym poziomie, ale powinna być bardziej ukierunkowana na aktywizację twórczą uczniów i nauczycieli.

## 2. Odkrywanie i tworzenie: przeżycie, ekspresja, rozumienie – potrzebą współczesnej edukacji

Zmiana nauczania podającego na kształcenie aktywne, twórcze, nie jest sprawą łatwą. Wymaga zmiany podejścia, stosowania innych lub zmodyfikowanych metod, stworzenia nowych projektów dydaktycznych zgodnych z istotnymi cechami szkoły aktywnej, twórczej. Teoria jest w tym zakresie już dość zaawansowana, natomiast gorzej jest z praktyką szkolną. Aby uwypuklić różnice między dawnym i nowym nauczaniem, zestawmy cechy szkoły tradycyjnej z cechami postulowanymi dla szkoły współczesnej.

### W systemie szkoły tradycyjnej

Uczeń obserwuje rzeczywistość, ale musi być prowadzony przez nauczyciela. Zapisuje w swoim umyśle obrazy rzeczywistości, które są jednostkowe i wzajemnie niespójne. Wiedza usystematyzowana powstaje dzięki skojarzeniom, które prowadzą do wiedzy usystematyzowanej. Wiedza jest zbadana, pewna, pochodzi z zewnętrznych nauk i dopuszczona do szkoły i nauczania. Materiał nauczania – zazwyczaj wykładany lub przyswajany z podręcznika. Przyswajanie materiału odbywa się na drodze kopiowania i wielokrotnych powtórzeń. Nauczyciel sprawdza opanowanie materiału przez odpytywanie. Nauczanie



Pożądanee zmiany podmiotowe w praktyce szkolnej według nauczycieli i uczniów

N – nauczyciele  
U – uczniowie

ma charakter werbalny i schematyczny. W systemie tym nauczanie było dość łatwe, nauczyciel był mistrzem przekazującym wiedzę i sprawdzającym, czy została dobrze przyswojona przez uczniów.

### W systemie szkoły aktywnej

Uczeń jest nastawiony na praktyczne działanie przydatne w życiu, a nie gromadzenie prawd abstrakcyjnych i werbalnych. Pojęcie jest „obrazem umysłowym” operacji praktycznych lub formalnych. Prawa są narzędziami interpretacji i kontroli odzwierciedlenia w umyśle elementarnych składników rzeczywistości. Nie ma absolutnej prawdy i nie ma pojęć, które tę prawdę mogłyby obiektywnie ujmować. Prawa przyrody i symbolizujące je pojęcia w szkole progresywnej są narzędziami interpretacji i kontroli. Nauczanie skierowane jest na ucznia, powodujące harmonijny rozwój jego osobowości, wspieranie i rozwijanie zainteresowań i zdolności twórczych. Proces kształcenia oparty na samodzielnej aktywności uczniów, którzy mają wpływ na dobór treści, którymi chcą się zajmować. Stosunki między nauczycielem i uczniem są partnerskie, oparte na wymianie wiedzy, pomoc jest udzielana na zasadzie różnych ofert, pozostawiając prawo wyboru czy podjęcia decyzji uczniowi. Programy konstruuje się z założeniem własnego działania ucznia oraz dociekania prawdy na podstawie samodzielnego docierania do źródeł i ich interpretacji.

W literaturze pedagogicznej do kryteriów postawy twórczej zalicza się (Gloton, Clero):

- wrażliwość na problemy – braki, potrzeby, subtelności;
- stan gotowości – otwartość i płynność myśli;
- mobilność – szybkie reagowanie na zmiany;
- oryginalność – zdolność do myślenia dywergencyjnego;
- zdolność do przeobrażania funkcji przedmiotu i nowych oznaczeń;
- umiejętność analizy i syntezy;
- zdolność do organizacji koherentnej, harmonizującej własne myśli, wrażliwość, spostrzegawczość – z własną osobowością.

W modelu współczesnej szkoły powinny również znaleźć odzwierciedlenie postulaty stawiane modelowi szkoły emancypacyjnej formułowane w II połowie XX w. Zakładają one: odrzucenie postaw władczych wobec dziecka; uznanie praw dziecka, zobaczenie w nim człowieka; akcentowanie jego podmiotowości, wolności i autonomii; opanowanie sztuki dialogu międzygeneracyjnego; wyzwolenie i uzyskanie przez młodego człowieka wewnętrznej niezależności od autorytetów; człowiek staje się kimś, kim chce być, nie jest kształtowany z „zewnątrz”, wychowanie wolne od przemocy i wzmacniające się JA; każde dziecko jest z natury dobre, mądre i rozsądne.

Zderzenie tych dwóch charakterystyk, łącznie z cechami postawy twórczej, stawia przed dydaktykami i nauczycielami trudne zadania realizacyjne.

### 3. Rozwiązywanie problemów i rozwój myślenia w czynnościowym nauczaniu matematyki

Koncepcję czynnościowego nauczania matematyki stworzyła Profesor Zofia Krygowska – najwybitniejszy polski dydaktyk matematyki, natomiast jej rozwój w kierunku stworzenia licznych projektów dydaktycznych dla różnych poziomów edukacji, zawiera moja książka pt. *Czynnościowe nauczanie matematyki*. W metodzie tej obowiązują dwie zasady: matematyczna i psychologiczno-dydaktyczna. Pierwsza z nich wymaga, aby przed przystąpieniem do projektowania dydaktycznego dokonać analizy operacji matematycznych tkwiących w danym pojęciu, twierdzeniu, rozumowaniu itp. Natomiast druga postuluje zorganizowanie sytuacji problemowych prowokujących uczniów do wykonywania operacji konkretnych, wyobrażonych i abstrakcyjnych, zmierzających do poprawnego zrozumienia pojęcia, twierdzenia, rozumowania itp. Na każdym poziomie operacji, na kolejnych piętrach abstrakcji następuje rozwój myślenia ucznia. Stopień jego komplikacji zależy – z punktu widzenia metody czynnościowej – od poziomu abstrakcji.

**Na pierwszym poziomie mamy do czynienia z myśleniem praktycznym**, przejawiającym się w:

1. Umiejętności wyboru desygnatów pojęcia w formie ich konkretnych reprezentantów (np. trójkątnych klocków), konstrukcji modelu;
2. Zorganizowaniu doświadczenia, definiowaniu za pomocą pokazu, tworzeniu schematów czynnościowych związanych z aktywnością fizyczną;
3. Planowaniu realnego doświadczenia na drodze eksperymentu myślowego, a nie wykonaniu chaotycznych prób;
4. Porządkowaniu, szeregowaniu, porównywaniu, przyporządkowywaniu;
5. Grupowaniu elementów według własności, wspólnych cech, uwzględnianiu zależności między przedmiotami i zbiorami przedmiotów.

W myśleniu praktycznym zachodzi wynikanie od czynności do rezultatu.

**Drugi poziom to myślenie obrazowe, oglądowe, intuicyjne, związane z tworzeniem schematów sprawozdawczo-antycypacyjnych:**

1. Przewidujących wynik doświadczenia na podstawie dotychczasowych czynności, uprzedzających czy wyprzedzających konstrukcje;
2. Kształtujących intuicyjne i obrazowe rozumienie pojęć, przejawiające się w umiejętności wskazywania na różne własności, formułowaniu opisu pojęcia, przeprowadzaniu klasyfikacji według wspólnych cech.

W myśleniu obrazowym zachodzi związek między schematem i wyobrażeniem.

**Ostatni, trzeci poziom, to myślenie hipotetyczno-dedukcyjne, abstrakcyjne, charakteryzujące się zdolnością:**

1. Do wnioskowania z przesłanek;
2. Prowadzenia rozumowań hipotetyczno-dedukcyjnych;
3. Przewidywania, przypuszczania, formułowania warunków koniecznych i wystarczających;
4. Budowania negacji zdań;



5. Konstruowania i posługiwania się algorytmami;
6. Stosowania zaawansowanego języka symbolicznego;
7. Rozpoznawania struktury logicznej wypowiedzi (koniunkcji, implikacji itp.);
8. Konstruowania i posługiwania się definicjami.

Podstawowy związek, jaki zachodzi w myśleniu hipotetyczno-dedukcyjnym, to przesłanka – wniosek. Przykładem czynnościowego opracowania pojęcia dziesiętkowego systemu pozycyjnego na I poziomie abstrakcji, może być zabawa w pociągi liczbowe. Zajęcia takie z użyciem zabawek – pociągów mogą być organizowane w przedszkolu. Ilustracje są wykorzystywane w podręcznikach matematyki

dla szkoły specjalnej oraz w podręcznikach dla klas I–III Błękitnej Matematyki i Tęczowej Szkoły.

Liczbowy pociąg pozwala na uwypuklenie operacji tkwiących w pojęciu dziesiętkowego systemu pozycyjnego – łączenia dziesiątek niższego rzędu w jedną jednostkę rzędu wyższego (zgodnie z zasadami obowiązującymi w pociągu przy przewożeniu klocków) i przenoszenie jej do następnego wagonu. Zastosowanie kostek, sklejanie ich w słupki, warstwy i potem znowu w duże kostki itd., łączy tematykę arytmetyczną z geometryczną. Dziecko operuje dużymi liczbami, nazywa je, zapisuje, porównuje, ale równocześnie oblicza w tej zabawie objętości sześcianów i prostopadłościów w konkretnych sytuacjach. Oto przykłady ilustracji z podręczników.

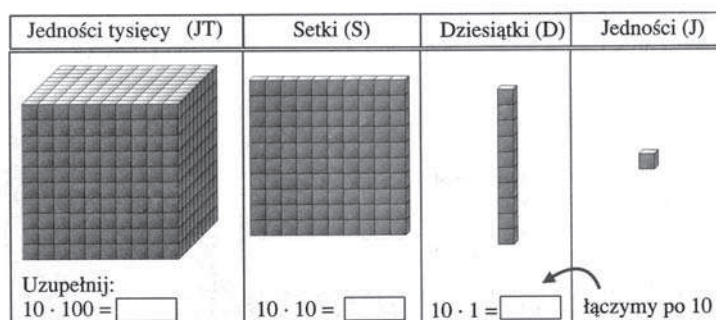
Przykładem czynnościowego opracowania pojęcia na II poziomie abstrakcji niech będzie translacja o wektor. Aby spełnić wymagania metody czynnościowej pożądane jest zorganizowanie ćwiczeń następujących typów: znajdowanie obrazów punktów w translacji, szukanie punktów mając ich obrazy, znajdowanie obrazów różnych figur w translacji o różnych wektorach, opisywanie czynności podczas przekształcania punktów i figur, szukanie wektora przesunięcia dla np. prostych przecinających się, rysowanie obrazów w złożeniu translacji itp. Jest to zaledwie zarys projektu dydaktycznego. Dokładne rozwinięcie różnych propozycji dydaktycznych czynnościowego opracowania pojęć znajduje się we wspomnianej książce poświęconej tej tematyce.

Z kolei trzeci poziom abstrakcji będzie miał miejsce np. przy porównywaniu własności rozmaitych przekształceń ze względu na punkty stałe, niezmienniki, zachowanie się pól figur w tych przekształceniach, badaniu, czy przekształcenia z działaniem składania tworzą grupę itp. Będą to zadania sformułowane w języku słowno-symbolicznym, bazujące na doświadczeniach uczniów zdobytych na niższych poziomach myślenia.

Pojęcia matematyczne powstają podczas długotrwałego procesu i powinny być wprowadzane na różnych piętrach abstrakcji, **aby uczeń miał na czym budować następne piętro, aby sprawnie operował pojęciami matematycznymi i odnosił sukcesy na egzaminach.**

## Dziesiętkowy system pozycyjny

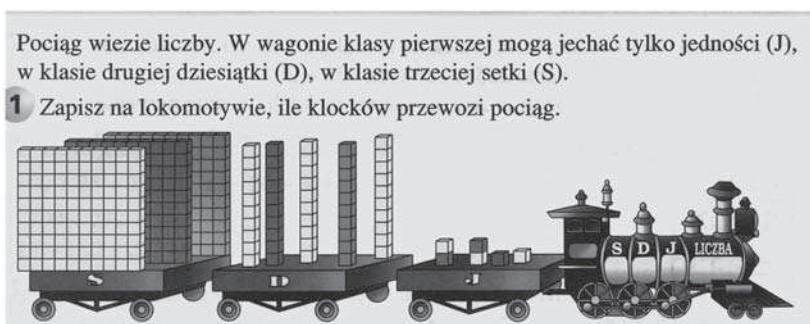
w projekcie dydaktycznym Matematyki Błękitnej dla klas I-III



H. Siwek, L. Kusion, 1996, Matematyka kl.III,s.36

## Dziesiętkowy system pozycyjny

w projekcie dydaktycznym Matematyki Błękitnej dla klas I-III



H. Siwek, L. Kusion, 1996, Matematyka kl.III,s.42

### BIBLIOGRAFIA:

- Bereźnicka M.: *Wartości kształcenia we współczesnej szkole*. Kraków: Wyd. Nauk. UP 2010.
- Edukacja jest w niej ukryty skarb*. Raport dla UNESCO pod przewodnictwem J. Delorsa. Warszawa: SOP Wydawnictwa UNESCO 1998.
- Gloton R., Clero C.: *Twórcza aktywność dziecka*. Warszawa: WSiP 1985.
- Krygowska Z.: *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. I. Warszawa: WSiP 1977.
- Necka E.: *Psychologia twórczości*. Gdańsk: GWO 2001.
- Palka S.: *Pedagogika w stanie tworzenia*. Kraków: Wydawnictwo UJ 1999.

Siwek H.: *Czynnościowe nauczanie matematyki*. Warszawa: WSiP 1998.

Szmidt K. J.: *Pedagogika twórczości*. Gdańsk: GWO 2007.

\* \* \*

**Prof. dr hab. Helena Siwek** jest pracownikiem naukowym Uniwersytetu Pedagogicznego im. Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie.