

Fenomenologia pojęcia stycznej do krzywej i związane z nią aspekty nauczania matematyki

Barbara Barańska

Streszczenie pracy

Celem pracy było przedstawienie wieloaspektowego opisu pojęcia stycznej oraz uchwycenie różnych form jego przejawiania się w nauczaniu matematyki. W swoich badaniach i analizach poszukiwałam też potencjalnych źródeł trudności w przyswojeniu sobie pojęcia stycznej jakich doświadczają osoby uczące się matematyki.

Rozprawa składa się z siedmiu rozdziałów.

W **rozdziale pierwszym** przedstawiam wybrane elementy filozoficznej analizy fenomenologicznej, które mogą odgrywać istotną rolę w badaniu pojęć matematycznych. Odnoszę się także do przykładów zorientowanych fenomenologicznie badań z zakresu dydaktyki matematyki, a także krótko omawiam w jaki sposób rozumiem i w jakim zakresie realizuję analizę pojęcia stycznej w tej pracy.

Rozdział drugi pracy rozpoczyna się od krótkiego omówienia problematycznego pojęcia krzywej. Następnie nawiązuję do etymologii słowa *styczna* i przybliżam jego różne znaczenia w kontekstach pozamatematycznych. Zasadniczą część rozdziału stanowi przegląd historii rozwoju pojęcia stycznej od czasów starożytnych po wiek XX. Analiza różnych sposobów definiowania stycznej na przestrzeni dziejów pozwala zobaczyć jak ewoluowało postrzeganie i rozumienie tego pojęcia oraz ustalić momenty, w których znaczenie pojęcia ulegało istotnym zmianom. Zestawienie różnych definicji stycznej zaproponowanych przez współczesnych matematyków zainteresowanych problemami nauczania matematyki pokazuje, że pojęcie stycznej wciąż pozostaje przedmiotem ożywionej dyskusji, a odpowiedź na pytanie o to, czym jest styczna, wcale nie jest tak oczywista, jak mogłoby się wydawać.

W **rozdziale trzecim** najpierw przybliżam znaczenie terminu *obraz pojęcia*, a następnie przedstawiam obszerny przegląd badań dydaktycznych związanych z obrazem, definicją i różnymi koncepcjami pojęcia stycznej. Obszerny przegląd literatury pozwala ustalić jakie

problemy dydaktyczne związane z wprowadzaniem i kształtowaniem pojęcia stycznej interesowały dotychczas badaczy oraz jakie trudności związane ze styczną zostały zdiagnozowane u osób uczących się matematyki.

Rozdział czwarty zawiera przegląd treści związanych z pojęciem stycznej jakie występują w podstawie programowej kształcenia matematycznego na poziomie liceum i technikum oraz obszerną analizę podręczników szkolnych pod kątem wprowadzania i kształtowania pojęcia stycznej. W końcowej części rozdziału zostały także przytoczone przykłady alternatywnego podejścia do stycznej w innych niż aktualnie stosowane w Polsce podręcznikach szkolnych oraz fragmenty kilku podręczników akademickich, które rzucają nowe światło na wybrane zagadnienia dotyczące stycznej poruszane w szkole średniej.

Rezultaty i wnioski z tych analiz zostały przeze mnie wykorzystane do przygotowania i przeprowadzenia na grupie przyszłych nauczycieli matematyki badania dotyczącego:

- występujących u nich elementów obrazu pojęcia stycznej oraz
- umiejętności badanych w zakresie oceny poprawności nietypowego rozwiązania typowego zadania na wyznaczenie równania stycznej do wykresu funkcji wielomianowej w danym punkcie.

Część empiryczna pracy obejmuje dwa rozdziały. **Rozdział piąty** zawiera opis i wyniki badania pisemnego, w którym wzięło udział 29 studentów drugiego roku studiów II stopnia (specjalność nauczycielska) kierunku matematyka prowadzonych w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie. Uczestnicy badania zostali poproszeni o:

- podanie definicji stycznej,
- naszkicowanie stycznych do krzywych przedstawionych w całości lub części na rysunkach,
- wyznaczenie równań stycznych do wykresów funkcji w danych punktach na podstawie wzorów funkcji oraz
- ocenę prawdziwości podanych zdań dotyczących stycznej.

W **rozdziale szóstym** przedstawiam wyniki drugiej części badania obejmującej wywiady swobodne prowadzone z udziałem 14 studentów, którzy po części pisemnej wyrazili zgodę na wzięcie udziału w dalszym ciągu badania. Tym razem zadaniem studentów była analiza rozwiązań dwóch zadań dotyczących wyznaczenia równania stycznej do wykresu funkcji wielomianowej w punkcie. Rozwiązania zostały przedstawione badanym jako pochodzące od

uczni. Studenci wcielali się w rolę nauczycieli, którzy mieli nie tylko ocenić czy rozwiązanie jest poprawne, lecz także przygotować informację zwrotną, jakiej udzieliliby uczniowi.

Rozdział siódmy zawiera krótkie podsumowanie tych wniosków z przeprowadzonych analiz i badań, które mogą mieć szczególne znaczenie dla praktyki nauczania matematyki oraz wskazanie niektórych z możliwych kierunków dalszych badań.