FOLIA 82

Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis

Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia III (2010)

Валерий Иваиович Антонов

Математическое образование в СПбГПУ*

Abstract. The article raises the question: What kind of mathematics is necessary for future engineers? Using some interesting examples from his experience, the author presents the idea of unity in mathematics for all users.

Не важно, что съедено.
Важно, что усвоено.
Древняя мудрость

Очень трудно определить роль образования в современной России. С одной стороны, естественная тяга человека к познанию окружающего мира не дает угаснуть той искре, которая еще горит в глазах людей, желающих приобщиться к этому вечному процессу.

С другой стороны, непрерывная атака на ещё не сформировавшиеся молодые умы со стороны средств массовой информации начинает приводить к мысли о том, что можно достичь успеха самым простым способом. Открыть пачку жвачки и что-то выиграть, заглянуть под крышку бутылки и вдруг стать богатым, ответить на несколько простейших вопросов и стать самым умным. При этом создается иллюзия, что для достижения поставленных целей нет необходимости утруждать себя заботой о собственном совершенстве, как физическом, так и ментальном.

Молодых людей с подобными настроениями становится все больше, и они пытаются диктовать свои условия проведения школьных занятий. В результате те ученики, которые не являются лидерами в освоении школьной программы, начинают поддерживать подобное мировоззрение. Оно удобно, не требует больших затрат и даже позволяет примкнуть к большинству или оппозиции.

Но приходит момент, когда надо выбирать свой дальнейший жизненный путь. Традиционно многие выпускники школ обращают свои взоры на ведущие высшие учебные заведения страны, среди которых достойное место занимает Политехнический университет.

Выдержав вступительные испытания, абитуриенты становятся студентами и начинают свое обучение с блока общеобразовательных предметов. Одной

*Mathematical education at the St. Petersburg State Polytechnic University из главных дисциплин, формирующих мировоззрение человека с аналитическим складом ума, является математика.

Кафедра высшей математики нашего университета существует с момента его открытия в 1902 году. Её основателем является член- корреспондент АН СССР, заслуженный деятель науки РСФСР Иван Иванович Иванов (18621-939). Он являлся крупным математиком, автором более 70 научных работ, а также учебников по высшей математике, и руководил кафедрой до 1935 года.

В различное время на кафедре работали выдающиеся математики и педагоги. Среди них профессор А.А. Адамов (1878-1927), автор трудов по цилиндрическим функциям и ортогональным многочленам; профессор А.Я Билибин (1879-1935), автор учебника "Прямолинейная геометрия".

В период с 1920 по 1941 год среди сотрудников кафедры было много выдающихся математиков, авторов монографий, учебников и задачников, которые до сих пор используются в учебном процессе.

Действительный член АН СССР и почетный член 15 иностранных академий и научных обществ И.М. Виноградов (1891-1983) работал в ЛПИ с 1920 по 1934 год. С.Н. Бернштейн (1880–1968), действительный член АН СССР и французской АН, заведовал кафедрой с 1935 по 1941 год. Его монография "Теория вероятностей" до сих пор не утратила своей актуальности.

Член-корреспондент АН СССР Н.М. Гюнтер (1871–1941) работал на кафедре с 1926 по 1938 год. Широко известна его монография "Теория потенциала и её применение к основным задачам математической физики".

С 1922 по 1949 год на кафедре работал Р.О. Кузьмин (1891–1949) – член-корреспондент АН СССР, автор трудов по теории чисел, алгебре, теории вероятностей, конструктивной теории функций, теории упругости. В 1935 г. вышла его книга "Бесселевы функции".

Сборник задач по математическому анализу Р.О. Кузьмина и Н.М. Гюнтера широко использовался в российских университетах и технических ВУЗах.

Значительный вклад в развитие математических наук и преподавание внесли профессора Н. Н. Гернет (1877-1943), Е. В. Вороновская (1898-1972), С. И. Амосов (1891-1969), М. М. Франк (1878-1942), А. И. Попов (1899-1973), В. М. Филиппов (1876-1941), А. Ф. Гаврилов (1887-1961), Д. Л. Гавра (1889-1966), Я. С. Безикович (1886-1958), Б. М, Коялович (1867-1941), Н. Н. Лебедев (1911-1994).

В период Великой Отечественной войны многие математики–политехники ушли на фронт. Среди них доцент К.У. Шахно, работавший на кафедре с 1930 по 1984 год, автор 13 учебных пособий по элементарной и высшей математике. Часть сотрудников кафедры эвакуировалась вместе с институтом, часть не выдержала суровых военных испытаний.

Непосредственно после возвращения из эвакуации кафедрой заведовал Р.О. Кузьмин, которого в 1949 году сменил С.И, Амосов. С 1952 по 1954 год кафедрой заведовал проф. Г.И. Джанелидзе (1916-1978), крупный специалист по теории колебаний, упругости и пластичности. С 1954 по 1974 год кафедрой заведовал Д.С. Горшков (1916–1978) – не только ученый, но и талантливый педагог, воспитавший несколько поколений студентов и преподавателей.

С 1972 по 1985 год кафедра была разделена на две. Заведовали ими профессора А.П. Аксенов, И.С. Сребрянский, И.Ю. Рыжаков, В.М. Калинин, После объединения в 1985 году кафедрой заведовал профессор Е.С. Озеров, а с 1987 по 2003 год – профессор Ю.А. Хватов.

В настоящее время на кафедре работает более ста преподавателей. Из них 17 профессоров и докторов наук, 52 доцента и кандидата наук. Профессора Ю.А. Хватов, Ю.Д. Максимов, являются членами–корреспондентами Международной академии наук высшей школы, профессор Г.Л. Шевляков – действительный член Международной энергетической академии. Видный математик и педагог профессор М.Ф. Романов (1900-2005) также был членом-корреспондентом академии наук высшей школы.

В своей работе сотрудники кафедры руководствуются принципами, сформировавшимися в педагогическом коллективе за время его творческого роста. Эти принципы не являются бесспорными, однако помогают сохранить традиции в преподавании предмета в течение длительного периода. Среди этих принципов хочется упомянуть следующие.

Нет четкой границы между отдельными разделами математики. Математика едина по своей сути, и это единство является её существенной чертой как науки и предмета изучения. Обучение математике как части инженерной культуры нельзя заменить рассмотрением методов решения отдельных задач без учета внутренней логики этой науки. В противном случае специалисты, имеющие необходимость применять математические методы исследования, могут оказаться бессильными при решении задач, требующих развитого абстрактного мышления.

В качестве примеров, иллюстрирующих вышеуказанные тезисы, рассмотрим следующие проблемы.

Пусть требуется определить, насколько хаотично расположены объекты в некоторой системе. Для простоты рассмотрим пространственную область (V), имеющую объем V, в которой движутся молекулы. В качестве событий рассмотрим попадание молекулы в область (ΔV) с объемом ΔV. Мерой определенности такого события является его вероятность. Пусть событие A состоит в том, что молекула попала в область (ΔV), тогда вероятность $p(A) = \Delta V/V$, а вероятность противоположного события – молекула не попала в область $(\Delta\, V)$ равна $p(\bar{A}) = 1 - \Delta V/V$. В качестве меры неопределенности или неожиданности события выберем величину, равную $-\ln p\,(A)$.

Выбранная таким образом мера неожиданности соответствует нашему интуитивному представлению о ней. Она положительна, неожиданность достоверного события, имеющего вероятность, равную единице, равна нулю. При стремлении вероятности события к нулю его неожиданность стремится к бесконечности.

Пусть $\Delta\, V = 0{,}1\, V$. Тогда

$$p(A) = 0{,}1; \quad -\ln p(A) = \ln 10 = 2{,}3; \quad -\ln p(\bar{A}) = 0{,}105.$$

Таким образом, неожиданность первого события оказалась существенно выше, чем второго.

Теперь рассмотрим полную группу попарно несовместных событий A_1, A_2, $\ldots, A_n$. Каждое из этих событий обладает своей неожиданностью. Для того чтобы характеризовать хаотичность рассмотренной системы введем понятие энтропии. Под энтропией будем понимать среднее по всей системе значение неожиданностей, которое вычисляется как сумма произведений неожиданностей на соответствующие вероятности:

$$S = -\sum_{i=1}^{n} p(A_i) \ln p(A_i) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \ln p_i. \tag{1}$$

Вернемся к примеру с молекулой. Энтропия такой системы будет определяться следующим образом:

$$S = -p \ln p - (1-p)\ln(1-p), \tag{2}$$

где $p = \frac{\Delta V}{V}$.

Предположим вначале что объем ΔV, а вместе с ним и вероятность p малы. В этом случае неопределенность ситуации мала, так как молекула почти наверняка окажется в большей области. Вычислим предел выражения (2) при $p \to 0$. Для вычисления предела в первом слагаемом воспользуемся правилом Лопиталя. В результате получим:

$$\lim_{p\to 0} p \ln p = \lim_{p\to 0} \left[\frac{\frac{d \ln p}{dp}}{\frac{d}{dp}\left(\frac{1}{p}\right)} \right] = \lim_{p\to 0} \frac{\frac{1}{p}}{-\frac{1}{p^2}} = \lim_{p\to 0}(-p) = 0.$$

Второе слагаемое также стремится к нулю. Таким образом, в условиях отсутствия неопределенности энтропия равна нулю.

Такое же положение имеет место тогда, когда объем ΔV приближается к V.

Для того чтобы определить, когда неопределенность становится наибольшей, исследуем энтропию как функцию вероятности на экстремум. Применим производную для решения поставленной задачи. Имеем:

$$\frac{dS}{dp} = -\ln p - 1 + \ln(1-p) + 1 = 0. \tag{3}$$

Из последнего равенства следует, что $p = 1 - p$, или $p = \frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{2}$. Таким образом, наибольшая неопределенность достигается тогда, когда составляет половину от V.

Попробуем убрать из школьной программы логарифмы, а подробный курс математического анализа заменим изучением правил дифференцирования. Тогда при изучении специальных дисциплин придется объяснять все необходимые понятия по ходу дела, что, безусловно, не будет способствовать пониманию предмета.

Второй пример связан с маркетингом. Некоторая торговая фирма реализует продукцию длительного хранения, о которой в момент времени t знает x покупателей из общего числа X. Для того чтобы ускорить сбыт, фирма прибегла к рекламной акции, в результате чего в момент времени $t = 0$ из общего числа X о товаре узнали X/γ человек. Можно предположить, что в дальнейшем скорость распространения информации (изменения числа знающих о товаре) будет пропорциональна с коэффициентом пропорциональности k как количеству знающих, tar и количеству незнающих о продукции людей, Математической моделью описываемого процесса будет дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = kx(X - x) \tag{4}$$

с начальными условиями $x = X\gamma$ при $t = 0$. Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$\frac{1}{X}\ln\frac{x}{X - x} = kt + C, \quad \frac{x}{X - x} = Ae^{Xkt}. \tag{5}$$

Если разрешить полученное уравнение относительно x и учесть начальные условия, получим

$$x = \frac{X}{1 + (\gamma - 1)t^{-Xkt}}. \tag{6}$$

График этой функции носит название логистической кривой. Схематично он представлен на рис. 1. Отметим, что к уравнению (4) сводятся и некоторые другие задачи, в частности, задача о распространении технологических новшеств.

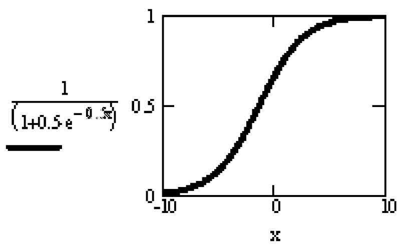

Рисунок 1. Логистическая кривая.

Рассмотренные примеры иллюстрируют то, что знание математики требуется при решении проблем из различных областей человеческой деятельности.

Не менее важным аргументом в пользу чрезвычайной полезности знания математики служит тот факт, что язык математики, состоящий из знаков и символов, является универсальным языком всей науки. При этом запись, сделанная на языке математики, легко трансформируется в живую речь на родном языке практически без потери смысловой нагрузки.

Например, формула $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_i\ b_i$ на русском языке читается следующим образом: скалярное произведение двух векторов «а» и «б» равно сумме трех слагаемых, каждое из которых является произведением соответствующих проекций указанных векторов.

Убедившись в том, что изучение математики не только целесообразно, но и необходимо, перейдем к решению следующих вопросов: кого обучать и как лучше это делать?

Будем исходить из того, что получение образования является великим благом, а не наказанием для каждого человека. Изучение математики дает возможность индивидууму приблизиться к вершинам творения человеческого разума.

Наиболее эффективно процесс обучения происходит в том случае, когда у студентов есть способности к освоению данного предмета и желание или необходимость учиться. Последнее можно рассматривать как побуждение – внутреннее или внешнее.

Нет сомнений в том, что каждый человек имеет определенные способности к обучению математике. Однако склонность к восприятию абстракций у людей существенно различается. Поэтому уже на стадии приемных экзаменов к абитуриентам, выбравшим различные специальности, предъявляются разные требования по математической подготовке

В последние годы вступительные экзамены по математике проводятся в виде тестов. Абитуриентам предлагается решить двадцать задач за два часа. Материалы вступительных экзаменов в основной массе базируются на стандартной школьной программе. Однако реально перекрывают способности среднего абитуриента

В качестве примеров задач, предложенных на олимпиадах для школьников, рассмотрим следующие задачи:

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y+z=2, \\ z^2-2xy=-4. \end{cases} \tag{7}$$

Преобразуем систему к следующему виду:

$$\begin{cases} x+y=2-z, \\ xy=\frac{z^2+4}{2}. \end{cases}$$

Воспользуемся теоремой Виета для корней квадратного уравнения. Тогда неизвестные x и y можно рассматривать как корни уравнения

$$t^2+(2-z)t+\frac{z^2+4}{2}=0.$$

Его дискриминант

$$D=(2-z)^2-2(z^2+4)=-(z+2)^2.$$

Из условия не отрицательности D находим, что $z=-2$. Подставляя найденное значение z в систему (7), получаем

$$\begin{cases} x+y=4, \\ xy=4. \end{cases}$$

Решениями этой системы будут $x=y=2$. Окончательный ответ можно представить в виде

$$(2;2;-2).$$

2. Решить уравнение

$$\sqrt{3-x}-2x-1=\frac{2-x}{\sqrt{3-x}+1}. \tag{8}$$

В правой части переведем иррациональность из знаменателя в числитель. Для этого помножим и поделим числитель и знаменатель дроби на выражение, сопряженное знаменателю. Получим:

$$\sqrt{3-x}-2x-1=\frac{(2-x)(\sqrt{3-x}-1)}{3-x-1}.$$

Преобразуя правую часть, будем иметь:

$$\sqrt{3-x}-2x-1=\sqrt{3-x}-1,$$

откуда находим $x=0$.

Следует констатировать, что уровень математической и речевой культуры выпускников школ неуклонно снижается. Поэтому большинству из них требуется дополнительная подготовка для успешной сдачи вступительных экзаменов.

Часть абитуриентов становится студентами на контрактной основе. Среди них есть хорошие ребята, искренне желающие получить образование. Однако немало и тех, кто еще со школы во взаимоотношениях с педагогами унаследовал принцип “а куда вы денетесь?”

К сожалению, часто они бывают правы. Не вдаваясь в анализ того, почему это так, вновь замечу, что подобное отношение к делу никоим образом не способствует созданию в учебных группах рабочей атмосферы. По отношению к таким людям, не имеющим достаточной мотивации к изучению предмета, часто приходится применять принудительное обучение. Это отвлекает силы преподавателей и заставляет заниматься не свойственными им функциями. Поэтому важной задачей педагога является вовлечение все большего числа студентов в процесс активного усвоения материала.

Это не простая задача, и ее решение под силу далеко не каждому преподавателю вуза. С моей точки зрения, хороший педагог должен обладать следующими качествами: знанием предмета, умением учиться, доброжелательностью, самокритичностью и высокой требовательностью к себе. Неплохо также, если он обладает чувством юмора, определенной артистичностью, умением правильно расставлять акценты при изложении материала. Я думаю, что перечисление всех желательных достоинств может быть предметом отдельного рассмотрения.

Практика показывает, что для большинства людей любовь или нелюбовь к предмету изучения тесным образом связана с личностью педагога. По прошествии многих лет большинство из нас с любовью вспоминает тех, кто был увлечен своим предметом и увлекал других, был строгим, но справедливым и внимательным к чужим проблемам. А многие курьезные истории, случавшиеся во время лекций или экзаменов, в качестве устного народного творчества передаются из поколения в поколение.

Важной частью педагогической деятельности является контроль за тем, как учащиеся освоили поданный им материал. На практических занятиях студенты выполняют индивидуальные домашние задания и пишут контрольные работы.

Важным этапом контроля является экзамен. В обязанности лектора входит ознакомление студентов со списком вопросов, которые войдут в экзаменационные билеты. Большая часть экзаменов проводится следующим образом. Студент берет билет и пишет ответы на поставленные вопросы. Затем происходит беседа с преподавателем по сути изложенного материала. Не возбраняется задавать дополнительные вопросы, если есть сомнения в том, какую оценку поставить за ответ. Не следует в качестве дополнительных вопросов давать сложные задачи, так как это служит проверкой сообразительности, а не знаний.

Такая форма проведения экзамена служит еще одной важной цели. Подача материала в письменной форме развивает у студентов умение грамотно и логично излагать освоенный материал. Этим важным навыком обладают далеко не все люди, даже имеющие специальное образование. Но если не требовать от человека грамотной речи, он и не научится нормально говорить и писать, и в результате в качестве ответа на вопрос “Определение производной функции в точке” можно услышать следующее: “Ну я, как бы, учил. У меня болела бабушка. Я все знаю. Спросите чего-нибудь ещё”.

Важным результатом экзамена является объективность и непредвзятость при выставлении оценки. Студент должен понять, почему он получил именно эту оценку и что требуется, чтобы ее улучшить. При этом педагогу следует помнить, что перед ним сидит человек с еще не сформировавшимся умом, с определенной, но не устойчивой жизненной позицией. Поэтому время личного общения можно эффективно использовать для того, чтобы привить учащемуся любовь к своему предмету, а не усилить ненависть к нему. Не будет большой бедой, если экзаменатор заметит, но простит студенту мелкие погрешности в ответе, а не станет его за это сечь.

С другой стороны, вполне разумным является увеличение требовательности к качеству ответа студента по мере его продвижения в изучении предмета от семестра к семестру. Каждый педагог желает и трудится ради того, чтобы в результате обучения его подопечные приобрели необходимые для дальнейшей работы знания и навыки и умели ими пользоваться.

Нет сомнения в том, что проведение экзамена в виде беседы не лишено субъективизма при оценке знаний студентов. Если педагог обладает качествами, о которых я упоминал ранее, то бояться этого не следует. Желательно только, чтобы уровень требовательности у различных педагогов на кафедре не очень отличался.

Для этого необходимо выполнение двух условий: формирование команды единомышленников и единого информационного пространства. В связи с тем, что необходимый объем материала по математике на различных факультетах различен, целесообразно выделить несколько блочных структур, например технические, физические, экономические, гуманитарные факультеты. В том случае, если сетка часов внутри каждого блока примерно одинакова, будет одинаковым и объем материала, изучаемого в течение каждого семестра. Это позволит согласовать программы по математике, примерный уровень требований, создать единый банк заданий. В этом случае легче осуществлять замену преподавателей, проводить консультации, прием экзаменов и переэкзаменовки. Такая работа ведется на кафедре, однако далеко не все еще сделано. И здесь мы рассчитываем на поддержку методических комиссий факультетов и учебного отдела университета.

Формирование единой команды на данном этапе является существенно более сложной задачей. В качестве основополагающей идеи развития нашего общества провозглашено создание единых возможностей для развития и конкуренции как стимула для движения. Провозгласить-то провозгласили, да что-то не здорово получается.

Для того чтобы создать конкуренцию при отборе сотрудников, необходимо, чтобы престиж профессии был, по крайней мере, не ниже, чем у других. Он складывается из многих компонентов, но на одном из первых мест стоит оплата труда. Нищенская заработная плата педагогов высшей школы в России по сравнению с их коллегами в других странах давно стала притчей во языцах. Если государство действительно заинтересовано в сохранении высшего образования, необходимо принять срочные меры

Подготовка квалифицированного преподавателя занимает 10–15 лет: обучение в ВУЗе, работа ассистентом, аспирантура, защита диссертации, проработка курса и т.д. Абсолютное большинство выпускников ВУЗов предпочитают работать не в сфере образования. В связи с этим нет притока молодежи на кафедру, и мы вынуждены брать на работу не самых квалифицированных математиков. Поэтому решение проблемы создания единой команды откладывается на неопределенный срок. Что посеешь, то и пожнешь.

Несмотря на существенное снижение оплаты труда педагогическая нагрузка не только не уменьшилась, но возросла. Часовая нагрузка в неделю для ассистентов и старших преподавателей составляет в среднем 14–16 аудиторных часов. С учетом того, что объём практических занятий составляет 2-4 часа в неделю, в сдвоенных группах учатся 25–30 человек включая контрактников, в ряде случаев на одного преподавателя приходится 130-150 студентов. При такой нагрузке невозможно говорить об индивидуальном подходе к каждому студенту.

Учитывая сложившуюся ситуацию, коллектив кафедры активно работает над созданием единого банка заданий, которые оформляются в виде тестов. В течение длительного периода этой работой руководит профессор Ю.А. Хватов. На кафедре складывается традиция проводить прием дополнительных зачетов и переэкзаменовки по тестам, содержание которых базируется на материале, изучаемом в течение семестра. При отборе материала основной упор делается на те разделы, без знания которых невозможно дальнейшее изучение курса математики и смежных дисциплин.

Ниже приведены примеры заданий, которые предлагаются студентам первого курса на качестве обобщенной контрольной работе за первый семестр.

1. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, матрица $B = A^{-1}$. Найдите элемент b_{13}.

2. Даны точки $A(1;2;1)$, $B(-2;-3;0)$. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB}$ и его проекцию на ось OX.

3. Найти проекцию точки $P(2;6)$ на прямую $x+2y+1=0$.
4. Найдите точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{0}=\frac{z+2}{-2}$ и плоскости $3x-7y-3z+7=0$.
5. Вычислите $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x}{\sin^2 x}$.
6. $y=\sqrt{3+x^2}$. Найдите dy при $x=1$, $dx=0,1$.

Проверка знаний с помощью тестов имеет свои достоинства. К ним можно отнести несложную организацию проверки, отсутствие взаимного влияния личностей педагога и студента, высокую степень объективности в оценке знаний. Однако практика показывает, что недостатков в такой системе также предостаточно. Как правило, к моменту последних переэкзаменовок не сдавшими остаются те студенты, которые действительно не справились с освоением материала. Поэтому большинству из них удается правильно ответить лишь на небольшое количество предлагаемых вопросов, например, 4-5 из двадцати. Строго говоря, им надо ставить неудовлетворительные оценки, но здесь могут возникнуть совсем другие соображения, например, борьба за сохранение студенческого контингента, желание выделить плохих учащихся из очень плохих и т.д. В результате экзамен сдают плохо успевающие студенты, большинство из которых приходят к финишу следующего семестра с точно такими же результатами, пополнив свои ряды коллегами, не обладающими достаточной мотивацией к учебе.

Из сказанного не следует, что нет необходимости обращать внимание на тех учащихся, для которых математика объективно является трудной наукой. Для них целесообразно в течение семестра проводить консультации в виде дополнительных образовательных услуг.

Большим подспорьем для студентов при изучении курса математики является учебно-методическая литература, издаваемая сотрудниками кафедры. В период с 1993 года по настоящее время сотрудниками кафедры издано более семидесяти учебников и учебных пособий.

В 1995 году кафедра выиграла конкурс, объявленный Министерством образования Российской Федерации на создание учебника для бакалавров технических направлений. Шесть томов учебника выпущены Санкт-петербургским издательством «Специальная литература». В его создание заложены определенные принципы. Он обеспечивает подготовку по математике бакалавров и магистров, охватывая большое число традиционных и современных разделов математики, таких как случайные процессы, методы оптимизации, компьютерный вычислительный практикум.

Много и плодотворно над созданием учебной литературы трудятся профессора кафедры Ю.Д. Максимов, А.П. Аксенов и другие. Большой вклад в развитие прикладных разделов математики внес профессор М.Ф. Романов. Следует отметить такие работы наших педагогов, как «Математическое моделирование процессов управления в социальной сфере», «Математические основы экологии», «Вероятностные разделы математики» и т.д..

Большим достижением можно считать выпуск опорного конспекта лекций для студентов СПбГПУ. В его создании приняли участие многие сотрудники кафедры. Учебное пособие пользуется заслуженной популярностью среди студентов и сотрудников университета.

Постепенно возрождается программа повышения квалификации преподавателей кафедры. Учитывая тенденцию к возрастанию роли компьютеров в решении прикладных задачах, был проведен семестровый ознакомительный курс по работе в системе MathCAD PRO. Следующим этапом дополнительной подготовки стал курс математической статистики, специально подготовленный для чтения преподавателям математики.

Мы многое делаем для того, чтобы наши студенты полюбили математику, чтобы она стала для них близкой и понятной. Но результаты далеко не всегда совпадают с поставленными целями. Почему же так происходит? Что в этой проблеме является объективным, а что субъективным? Трудно дать исчерпывающий ответ на поставленные вопросы. Но не в правилах аналитиков отказаться от попытки понять причинно-следственную связь между событиями.

Возникнув из необходимости вычислять и измерять, математика как будущая наука сделала первый великий шаг в своём становлении, изобретя понятие числа. Однако тут же столкнулась с проблемой, на первый взгляд непреодолимой. Пытаясь выявить общие черты, присущие определенным понятиям и явлениям, первые математики столкнулись с тем, что у людей существуют различные представления об объектах, для которых используется одно и то же слово в разговорном языке. Описывая предметы: камень, воду или действия: идти, смотреть, люди использовали другие слова из своего же языка, которые отнюдь не были более понятными, чем исходные.

Гениальным выходом из сложившейся ситуации стало аксиоматическое построение начал математики. Математики ввели основные или базовые понятия, которые не определяются через другие: точка, прямая и т.д. и установили отношения между ними: через две точки можно провести одну прямую. Появилась возможность изучать свойства введенных структур с помощью специально разработанного метода рассуждения – логики. Возникли классическая алгебра и геометрия.

Следующим революционным достижение стало то, что в математику пришла переменная величина. Для изучения ее свойств были введены важнейшие понятия производной и интеграла. С их помощью решены многие задачи, до тех пор считавшиеся неразрешимыми. Это дало мощный импульс развитию механики, появились новые разделы физики, были решены новые технические задачи. Многим стало казаться, что с помощью математического анализа можно получить однозначное решение всех обозримых задач.

Однако вскоре выяснилось, что действительность не так проста, как это может показаться на первый взгляд. Оказалось, что бывают случаи, когда при повторении одних и тех же условий можно получить различные результаты экспериментов. Поэтому математики вынуждены были ввести понятие вероятности как меры достоверности событий. Почти одновременно появилась проблема обработки данных. Возникшие в связи с этим теория вероятностей и математическая статистика заняли достойное место среди других разделов математики.

Математика стала все лучше и лучше описывать природу. В сотрудничестве с физиками, экономистами, медиками были даны математические описания многих принципиальных проблем. Но описать не значит предсказать.

Многие задачи, описание которых дано в виде систем дифференциальных уравнений, до сих пор не решены. Более того, даже не получены доказательства существования их решений. Многие задачи требовали огромного количества вычислений, что было не под силу даже коллективам квалифицированных математиков.

Следующим важным этапом развития математических методов исследования природы стало внедрение вычислительных машин и проведение численных экспериментов. Существенно расширилось понятие математической модели, моделированием стали заниматься многие исследователи из различных областей знаний. Появились весьма эффективные численные методы. Стали разрабатываться алгоритмические языки и создаваться программные комплексы. Опять создалась иллюзия, что для дальнейшего продвижения вперед необходимо лишь совершенствовать возможности компьютеров.

Однако уже с самого начала применения численных методов возникла трудноразрешимая проблема. Существовали задачи, для которых невозможно было добиться устойчивой сходимости вычислительного процесса, несмотря на все разумные старания и ухищрения. И как всегда, разобраться в сути явления помогла фундаментальная наука.

Анализ сложившейся ситуации высветил следующую проблему. У многих систем, как биологических, так и технических, существуют положения, объективно не устойчивые по отношению к входным параметрам. Другими словами, малые изменения входных параметров в этом случае приводят к значительным, а иногда и катастрофическим изменениям поведения системы. Будущее становится либо случайным, либо зависящим от поведения всего окружающего мира. И вновь проблемы, и вновь нерешенные задачи. Все встало на круги своя, вновь требуется мозговой штурм не взятых вершин.

Описывая огромное, труднообозримое здание математики, я всегда испытываю одновременно и восторг, и трепет, и благоговение. Как велик Человек, построивший это здание силой своего интеллекта! И как трудно человеку войти в него и подружиться с его обитателями.

Если предполагать, что конечный результат придет быстро и без особых усилий, не стоит и приступать к делу. Приобретение знаний требует постоянных затрат времени и энергии.

Математика объективно относится к сложным наукам. Она рассматривает не объекты природы и реальные явления, а абстрактные структуры. Их обычно называют математическими структурами. Конечно, в определенной степени они являются отражением действительности: производную можно интерпретировать как скорость изменения, интеграл – как работу силы. Однако смысл и содержание математического понятия существенным образом отличается от его конкретного наполнения.

Изучение абстрактных математических объектов требует постоянной и интенсивной работы ума, развитой памяти, пространственного, а не плоского мышления, умения анализировать и делать выводы. В природе мало людей, от рождения наделенных такими качествами. Но абсолютное большинство индивидуумов способно в той или иной степени их развить. Развитие абстрактного мышления является одной из задач математического образования. Для достижения поставленной цели можно использовать различные средства и педагогические приемы, не забывая при этом, что лучше чаще хвалить за успехи, чем ругать за промахи.

Важной задачей постановки математических курсов является тщательный отбор материала. Математика в ВУЗе не является конечной целью образования, поэтому содержание и объем лекций и практических занятий необходимо согласовывать с заказчиком – выпускающими кафедрами.

Нельзя не отметить важную особенность таких взаимоотношений. Каждый образованный технический специалист изучал математику и в той или иной степени применял ее в своей работе. Далеко не все, что изучалось, было востребовано, а часть и вовсе забылась. Поэтому определяя общую направленность курса математики, такие люди искренне верят в то, что именно их собственный жизненный опыт должен служить базой для взаимоотношений с коллегами.

Прислушиваясь к их мнению, которое часто высказывается в довольно категоричной форме, следует напомнить, что обучение математике невозможно без сохранения внутренней логики науки, поэтому, прежде чем что то выкидывать или добавлять, желательно подумать о последствиях сделанного выбора. Прежде чем обсуждать и выбирать пути и средства, необходимо четко сформулировать цели и задачи.

В качестве целей любого образования можно рассматривать приобретение знаний и навыков и развитие определенных качеств личности, в частности повышение общей культуры. В связи с тем, что момент достижения второй цели практически невозможно определить, в то время как продвижение к первой цели довольно легко можно проконтролировать, часто возникает желание переставить акценты в пользу развития личности. В случае математического образования крайними точками такого подхода являются чтение так называемых ознакомительных курсов или перегруженность занятий рассмотрением слишком специфических задач и примеров. И то и другое вредно, так как тормозит продвижение к первой цели, более важной для большинства студентов.

Практика работы многих специалистов, получивших высшее техническое образование, показывает, что в результате обучения выпускник должен уметь следующее:

1. Понять и описать техническую или экономическую проблему.
2. Сформулировать задачу.
3. Определить путь её решения.
4. Построить математическую модель.
5. Найти приемлемое решение.
6. Проанализировать результат.

Никто не станет утверждать, что весь этот путь человек может пройти без помощи коллег, как гений–одиночка. Также ясно, что ни одна из дисциплин, изучаемых в ВУЗе, в том числе и математика, не являются панацеей. Многие важные качества личности, такие, как развитая интуиция, решительность, умение работать в коллективе приобретаются не на лекциях и семинарах. Однако несомненно, что сбалансированное образование играет здесь не последнюю роль. А математика служит фундаментом, на котором покоится большинство специальных дисциплин.

В качестве примера того, что даже школьная математика может быть полезной с точки зрения практики, рассмотрим следующую проблему

Вы решили открыть собственное дело - оборудовать торговую точку. Известно, что аренда земли обойдется вам в 6000 руб. за месяц. Вы рассчитываете, что подготовительные работы займут три месяца, после чего можно будет получать доход. Не имея достаточных собственных средств, вы собираетесь взять кредит в банке на следующих условиях: сумма кредита – 300 000 руб., сроком на 12 месяцев под 5% в месяц без права досрочного погашения.

Спрашивается: каким должен быть минимальный месячный доход, получаемый от торговли, чтобы вовремя расплатиться с кредиторами и избежать штрафных санкций?

Введем следующие обозначения: C – сумма кредита; q – процент по кредиту; A – арендная плата; n – количество месяцев; B – месячный доход. Тогда уравнение, описывающее баланс доходов и расходов, будет иметь вид

$$C(1+q)^n + An = B(n-3). \tag{9}$$

Подставляя числовые значения и проводя элементарные вычисления, получаем $B = \frac{612\,000}{9} = 68\,000$ руб./мес.

Но эту сумму можно уменьшить, если воспользоваться накопительным кредитом на условиях $p = 1\%$ в месяц. При подсчете накопленной суммы S необходимо учесть, что каждый денежный вклад будет находиться на счете разное число периодов. Тогда накопления можно посчитать как сумму геометрической прогрессии со знаменателем $t = 1 + p$ по формуле

$$S = B(1 + t + t^2 + ... + t^8) = B\frac{t^9 - 1}{t - 1} = B\frac{0,094}{0,01} = 9,4B.$$

Новое значение $B = \frac{612\,000}{9,4} = 65\,106$. Таким образом, величину месячного дохода можно уменьшить на 4%.

Модель позволяет оценить влияние различных факторов на конечный результат: изменение процентных ставок, подготовительного периода и др. Конечно, такие расчеты являются приближенными и не могут заменить составление подробного бизнес–плана. Однако их вполне можно использовать в качестве первого приближения.

Нередко случается так, что человек начинает понастоящему осознавать пользу образования уже после того, как многие предметы “сданы и забыты”. А во время обучения многих мучает каверзный вопрос: “Кому и зачем это надо?”.

Я думаю, мало найдется педагогов, которые не желают увеличить количество часов по своему предмету. Математики не являются исключением.

В рамках сегодняшней программы трудно найти время для рассмотрения многих важных приложений математики, которые давали бы ответ на вопрос “Зачем?”.

Студенты начинают понимать необходимость применения математических методов при изучении специальных дисциплин, в которых рассматривается решение прикладных задач:

дифференциальные уравнения – механика, экология, лингвистика;

частные производные – тепло-массообмен, упругость;

комплексные переменные – электричество и радиофизика;

статистика – обработка данных.

При согласовании программ по математике для различных факультетов надо иметь в виду, что качество математического образования школьников неуклонно снижается. Для того чтобы вывести студентов, особенно на первом курсе, на принятый в ВУЗе достаточно высокий уровень, объективно необходимы дополнительные затраты времени. Особенно остро эта проблема встает на практических занятиях. Если мы хотим, чтобы наши студенты знали и умели, а не “проходили”, следует еще раз подумать о том, как им в этом помочь.

В последние годы важным аспектом математического образования становится владение компьютерными технологиями. Влияние компьютера приводит к необходимости частичного пересмотра структуры и содержания курса математики, иной расстановке акцентов в задачах, требующих объемных вычислений.

Процесс перестройки редко бывает легким и безболезненным, так как затрагивает психологию человека. Однако мы понимаем объективную необходимость её проведения и стараемся пройти свой путь как можно быстрее.

Перед коллективом кафедры стоит множество проблем. Одной из важнейших является омоложение коллектива. Только своими силами нам с этим не справиться. Руководство университета с пониманием относится к нашим проблемам.

Кафедра имеет большой научно–педагогический потенциал, однако для его развития и совершенствования очень много предстоит сделать. Несмотря на перечисленные трудности, как объективные, так и субъективные, мы готовы по мере своих сил с достоинством продолжать традиции, которые нам передали предыдущие поколения сотрудников.

Санкт Петербургский Государственный Политехнический Университет
Кафедра Высшей математики
195251, Санкт Петербург
Политехническая ул. 29
e-mail: Antonovvi@mail.ru