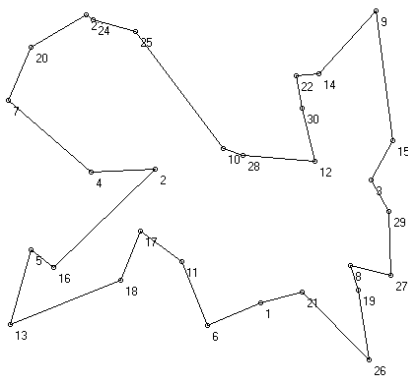


Wiktor Hudy, Kazimierz Jaracz

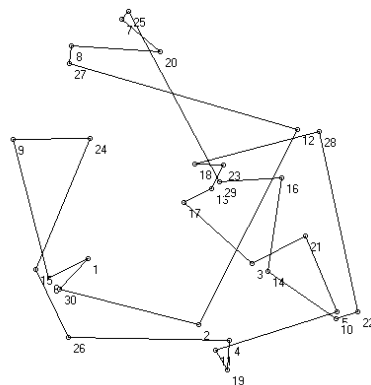
Wpływ parametrów algorytmu ewolucyjnego na jakość optymalizacji na przykładzie problemu komiwojażera

Problem komiwojażera [1, 2] został sformułowany w roku 1759 przez Leonharda Eulera. W teorii grafów została zdefiniowana „ścieżka Eulera”, która oznaczała taką drogę, która przechodzi dokładnie jeden raz przez każdą krawędź tego grafu i wraca do punktu wyjściowego. Innym zagadnieniem, którym zajmował się Euler, było rozwiązanie zadania ruchu konika po szachownicy. Prawidłowe rozwiązanie wymagało, aby konik odwiedził każde z 64 pól na szachownicy dokładnie jeden raz w czasie całego swojego ruchu. Zagadnienie komiwojażera jest zadaniem NP-trudnym. Wyobraźmy sobie człowieka wędrującego z miasta do miasta, sprzedającego tam swoje produkty. Wyrusza on z miasta rodzimego, po czym jego trasa przebiega dokładnie jeden raz przez każde miasto, a na koniec wraca do początkowego podróży punktu. Z oczywistych powodów chce, by jego trasa była najkrótsza ze wszystkich możliwych tras. Zadanie polegające na znalezieniu najbardziej optymalnej trasy nazwane jest problemem komiwojażera (TSP). W powyższym przykładzie przyjęto, że komiwojażer szuka najkrótszej trasy. Długość trasy to nie jedyne kryterium optymalizacyjne. Przykładowe trasy dla dwóch różnych przypadków położenia 30 miast przedstawiono na rys. 1.

a)



b)



Rys. 1. Przykładowe trasy komiwojażera dla dwóch różnych przypadków położenia 30 miast

Jak pokazano na rys. 1a, trasa komiwojażera obejmująca 30 miast jest suboptymalna tylko ze względu na długość trasy. Na rys. 1b pokazano inny przypadek 30 miast. Poruszając się po trasie, można zaobserwować wiele nawrotów i powrotów w rejony odwiedzone wcześniej. Trasa taka nie ma optymalnej drogi, ale może być optymalna ze względu na koszty lub szybkość przebycia trasy. Można szukać optymalnej trasy ze względu na np.:

- długość trasy,
- koszt przebycia trasy, który niekoniecznie jest równoznaczny z długością,
- szybkość przebycia trasy itp.

Można rozpatrywać więcej niż jedno kryterium – wówczas problem staje się wielokryterialny. Jeżeli dodatkowo założymy, że ocena trasy z punktu A do B nie jest równa ocenie trasy z punktu B do A, to problem staje się niesymetryczny.

W teorii grafów miasta definiuje się jako wierzchołki, a trasy jako linie z wagami. Trasa komiwojażera jest cyklem przechodzącym przez każdy wierzchołek dokładnie jeden raz (tzw. cykl Hamiltona). Zadaniem jest znalezienie takiego cyklu Hamiltona, by spełniał on założone kryterium optymalizacyjne. Liczba cykli Hamiltona (L_H) jest zależna od ilości wierzchołków i wynosi [1, 2]:

$$L_H = (n - 1)! \quad (1)$$

gdzie:

n – liczba wierzchołków.

Złożoność problemu jest złożonością $O(n!)$ i zadanie TSP jest zadaniem NP-trudnym.

Algorytm ewolucyjny

W ciągu ostatnich kilku dziesięcioleci powstało wiele algorytmów wyznaczania rozwiązania zadania komiwojażera bliskiego optymalnemu, m.in. algorytmy:

- najbliższego sąsiada,
- zachłanny,
- najbliższego wstawiania,
- najdalszego wstawiania,
- podwajanego najkrótszego drzewa rozpinającego,
- oddzielania powłoki wypukłej,
- inne algorytmy heurystyczne,
- genetyczne (ewolucyjne).

W niniejszej pracy do rozwiązania TSP zastosowano odpowiedni algorytm ewolucyjny (AE), który:

- operuje jednocześnie na wielu potencjalnych rozwiązaniach – osobnikach,
- nie wymaga znajomości relacji matematycznych, a jedynie wyniki doświadczeń,
- naśladuje naturalną ewolucję,
- łatwy w implementacji,
- nie można założyć, że otrzymany wynik jest optymalny, ale można stosować techniki zmniejszające błąd końcowy np. zawężając zakresy zadania w trakcie ewolucji, stosując mutację postępową i dwa rodzaje selekcji.

Obliczenia ewolucyjne

W niniejszej pracy opracowano i zweryfikowano algorytm ewolucyjny do rozwiązywania problemu komiwojażera umożliwiający zmianę niektórych parametrów. Badano skutki zmiany wybranych parametrów na wynik końcowy (wartość funkcji oceny danej trasy) przy założeniu, że pozostałe parametry pozostają niezmiennione. Przebadano wpływ:

- ilości operacji krzyżowania,
- wpływ ilości operacji mutacji (odniesioną w % do całkowitej liczby osobników),
- wpływ ilości osobników,
- wpływ ilości pokoleń na ostateczny wynik ewolucji.

Program uruchamiano wielokrotnie dla pojedynczego zbioru parametrów. Wynik ewolucji (średnia wartość funkcji oceny) to średnia geometryczna tych działań. Do wyznaczenia najlepszej kombinacji parametrów algorytmu zastosowano uproszczoną metodę gradientu. Badania przeprowadzono dla stałej liczby miast równej 50. Wyniki zestawiono w tabelach 1, 2, 3, 4.

Tab. 1. Wpływ liczby operacji krzyżowania

Wielkość populacji	Ilość pokoleń	Liczba operacji krzyżowania na pokolenie	Liczba operacji mutacji na pokolenie [w % całej populacji]	Średnia wartość funkcji oceny
200	30	2	1	3558
		4		3290
		6		3160
		8		2915
		10		2815
		15		2531
		20		2566
		25		2450
		30		2413
		35		2368
		40		2475
		45		2449
		50		2338
		60		2306
		80		2343
100	2410			

Jak wynika z tabeli 1, najkorzystniejszą liczbą operacji krzyżowania jest liczba 60. Dalsze zwiększanie liczby krzyżowań powodowało zwiększenie czasu obliczeń, a nie powodowało polepszenia wyniku obliczeń.

Tab. 2. Wpływ ilości operacji mutacji

Wielkość populacji	Ilość pokoleń	Liczba operacji krzyżowania na pokolenie	Liczba operacji mutacji na pokolenie [w % całej populacji]	Średnia wartość funkcji oceny
200	30	60	1	2306
			2	2305
			4	2437
			6	2420
			8	2361
			10	2353
			15	2396
			20	2423
			30	2332
			40	2310
			50	2476

Jak wynika z tabeli 2, najmniejszą wartość funkcji oceny uzyskano dla 4 mutacji na pokolenie (2% z 200 osobników). Porównywalny rezultat uzyskano dla 80 mutacji na pokolenie (40% z 200), lecz czas obliczeń został znacznie wydłużony.

Tab. 3. Wpływ wielkości populacji

Wielkość populacji	Ilość pokoleń	Liczba operacji krzyżowania na pokolenie	Liczba operacji mutacji na pokolenie [w % całej populacji]	Średnia wartość funkcji oceny
65	30	60	2	3488
70				3015
80				2524
90				2423
100				2385
150				2310
200				2305
300				2355
400				2417
500				2237
700				2326
1000				2250

Jak wynika z tabeli 3, najmniejszą wartość funkcji oceny uzyskano dla populacji równej 500. Dalsze zwiększanie ilości osobników nie wpływało znacznie na osiągnięte wyniki, ale wpływało negatywnie na czas obliczeń, który jest wprost proporcjonalny do ilości osobników.

Tab. 4. Wpływ liczby pokoleń

Wielkość populacji	Ilość pokoleń	Liczba operacji krzyżowania na pokolenie	Liczba operacji mutacji na pokolenie [w % całej populacji]	Średnia wartość funkcji oceny
500	5	60	2	3071
	10			2409
	15			2309
	20			2308
	30			2237
	40			2236
	50			2236
	70			2235
	100			2235
	150			2235
	200			2235
	300			2235

Jak wynika z tabeli 4, znacząca poprawa wyniku wartości funkcji oceny miała miejsce do 30 pokolenia włącznie. Ponad dwukrotne wydłużenie ewolucji do 70 pokolenia nieznacznie polepszyło wynik końcowy. Dalsze wydłużenie ewolucji nie przyniosło znaczącej poprawy wyniku. Czas obliczeń jest wprost proporcjonalny do liczby pokoleń. Zwiększanie liczby pokoleń powyżej 70 jest niekorzystne ze względu na czas trwania obliczeń.

Jak wynika z tabel 1–4, najkorzystniejszymi parametrami badanego algorytmu ewolucyjnego były:

- wielkość populacji – 500 osobników
- ilość pokoleń – 70
- ilość operacji krzyżowania na pokolenie – 60
- ilość mutacji na pokolenie – 2% z 500 (10)

Przy wyborze najlepszego rezultatu z tabeli 4 wzięto pod uwagę dodatkowe kryterium, jakim był czas obliczeń. W trakcie badań niektóre z otrzymanych rezultatów miały funkcję oceny mniejszą niż przedstawioną w tabelach. Wynika to z wielokrotnego uruchamiania programu dla danego zbioru parametrów algorytmu ewolucyjnego. Oznacza to, że otrzymane wyniki są suboptymalne. Algorytm ewolucyjny nadaje się jako początkowa metoda poszukująca ekstremum globalnego.

Bibliografia

- [1] Goldberg D.E., *Algorytmy genetyczne i ich zastosowania*, WNT, Warszawa 1998
- [2] Michalewicz Z., *Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne*, WNT, Warszawa 1999

Influence of evolutionary algorithm's parameters on optimization quality, on the basis of travelling salesman problem

Abstract

In this article examined effect of typical evolutionary algorithm's parameters on solution of travelling salesman problem. TSP solution is itinerary which was subordinated numerical value being estimation function. On the basis of this criteria have been chosen evolutionary algorithm's parameters responded minimum value of quality indicator and acknowledged as the best for this problem.

Keywords: travelling salesman problem, evolutionary algorithm