

Barbara Nawolska

Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN w Krakowie

(Nie)obecność rozumowania redukcyjnego w edukacji wczesnoszkolnej

Streszczenie

W matematyce prowadzi się różnorodne rozumowania, przy czym najważniejsze z nich to dedukcja i redukcja. O ile w edukacji matematycznej uczniów klas młodszych powszechnie stosowane są zadania wymagające rozumowania dedukcyjnego, o tyle zadania na rozumowanie redukcyjne występują na tym etapie kształcenia sporadycznie lub wcale. Przyczyną takiego stanu jest przekonanie o naturalności i tym samym dostępności dedukcji nawet uczniom klas I–III, w przeciwieństwie do redukcji uznawanej za typ rozumowania niedostępnego większości uczniów tego etapu kształcenia. Tymczasem zastosowanie odpowiednich środków dydaktycznych, takich jak np. rysunek lub graf, może sprawić, iż rozwiązywanie nawet trudnych zadań redukcyjnych stanie się dostępne już uczniom edukacji wczesnoszkolnej.

Słowa kluczowe: dedukcja, redukcja, rozumowanie dedukcyjne, rozumowanie redukcyjne, zadanie tekstowe, rozwiązywanie zadań tekstowych, rysunek jako narzędzie w rozwiązaniu zadania

(Lack of) Reductive Reasoning in Early School Education

Abstract

In mathematics there is a variety of reasoning, with the most important being deduction and reduction. While in mathematics education of pupils of the junior classes commonly used tasks require deductive reasoning, the tasks in which the reasoning of reductive reasoning are seldom or not at all required at this stage of education. The reason for this is the belief in the naturalness and thus the ability of deduction even by students of grades I–III, contrary to the reduction considered as the reasoning type unobtainable.

ble for the majority of students at this stage of education. In the meantime, the use of appropriate teaching tools, such as drawing or graph, can make even the most difficult reduction tasks available to early childhood learners.

Keywords: deduction, reduction, deductive reasoning, reductive reasoning, text task, solving text tasks, drawing as a tool in solving task

Rozumowanie dedukcyjne i redukcyjne

Myśleniem i rozumowaniem zajmuje się zarówno psychologia, jak i logika. Najprościej ujmując, rozumowanie jest rozwiązywaniem zagadnień za pomocą wnioskowania lub wyprowadzania jednych zdań z innych na podstawie stosunku wynikania logicznego (por. *Słownik języka polskiego* 1981: 126). Jest więc procesem, w którym po pewnych przekonaniach pojawiają się kolejne/nowe, powiązane z poprzednimi przez związki inferencyjne, które bada logika (por. Czyżewski 1993: 399). Wytwór rozumowania przedstawiany jest w formie wypowiedzi ustnej lub pisemnej. Ma więc postać układu zdań, w którym wyróżnia się przesłanki i konkluzje. Przesłanka jest zdaniem będącym punktem wyjścia rozumowania, czyli podstawą uznania jego rezultatów, zaś konkluzja jest wynikiem rozumowania.

Szczególą rolę w rozumowaniach pełnią zdania warunkowe, zwane implikacjami, mające postać: *jeżeli p to q* , gdzie p i q są zdaniami. Zdanie p nazywamy poprzednikiem, a zdanie q następnikiem implikacji. Stosunek, jaki zachodzi pomiędzy zdaniem p i zdaniem q wtedy, gdy jest wykluczone, aby poprzednik p był prawdziwy, zaś następnik q fałszywy, nazywa się **stosunkiem wynikania**. Mówimy wówczas, że z poprzednika implikacji wynika jej następnik i zdanie p nazywamy **racją** zdania q , zaś zdanie q **następstwem** zdania p . Sam stosunek wynikania nazywa się stosunkiem racji do następstwa. Przesłanka i konkluzja są ze sobą powiązane stosunkiem wynikania, czyli stosunkiem racji do następstwa. Przy czym występują tu dwie możliwości przeciwstawienia tych członów rozumowania: przesłanka – konkluzja, racja – następstwo. Prowadzi to do dwóch typów rozumowania: dedukcyjnego i redukcyjnego. **Dedukcja** jest rozumowaniem, w którym przesłanka jest racją (poprzednikiem prawdziwej implikacji), zaś konkluzja następstwem (następnikiem implikacji). **Redukcja** natomiast jest rozumowaniem, w którym przesłanka jest

następstwem, zaś konkluzja racją. Zatem dedukcja jest rozumowaniem **wprost**, tzn. na podstawie znanych racji (przyczyn) wnioskuje się o następstwach (skutkach). Redukcja zaś jest rozumowaniem **wstecz**, tzn. na podstawie następstw (skutków) wnioskuje się o ich racji (o przyczynach); w tym rozumowaniu cofamy się od faktów do ich przyczyn.

Rozumowanie dedukcyjne jest bardzo naturalne i często nazywane jest myśleniem przyczynowo-skutkowym. Ma postać prawdziwej implikacji, np. *Jeżeli pada deszcz, to jest mokro*. Zdanie *pada deszcz* jest przyczyną tego, że *jest mokro*, zaś zdanie *jest mokro* jest skutkiem tego, że *pada deszcz*. Pierwsze z tych zdań jest przesłanką rozumowania dedukcyjnego i jednocześnie racją dla następstwa, którym jest zdanie *jest mokro*, zaś zdanie *jest mokro* jest konkluzją i następstwem tego, że *pada deszcz*. Stwierdzamy bowiem, że zawsze opad deszczu powoduje, że robi się mokro. Rozumowanie w przeciwną stronę, tzn. takie, w którym na podstawie stwierdzonego faktu, że jest mokro, sądzimy, że ten stan został spowodowany przez opad deszczu, jest rozumowaniem redukcyjnym.

Redukcja w edukacji wczesnoszkolnej

W matematyce na poziomie klas I–III szkoły podstawowej w rozwiązywaniu większości zadań potrzebne jest rozumowanie dedukcyjne. Stosuje się je we wszystkich typowych zadaniach rachunkowych, np. *Znasz składniki, podaj ich sumę; Przy znanej odjemnej i odjemniku podaj ich różnicę; Znasz czynniki, podaj ich iloczyn; Przy znanej dzielnej i dzielniku podaj iloraz*. Podobnie jest z większością zadań tekstowych. Np. w rozwiązaniu zadań: *Jaś dostał od mamy 5 zł. Kupił loda za 2 zł. Ile pieniędzy mu zostało?* i *Masz 10 cukierków. Ile cukierków ci zostanie, gdy zjesz 3 z nich?* stosuje się rozumowanie dedukcyjne. We wszystkich takich zadaniach przesłanki (dane z zadania) są jednocześnie przyczynami, a konkluzje skutkami znanych przyczyn; konkluzje są obliczonymi wielkościami, które były niewiadome i o które w zadaniu pytano. Większość uczniów dobrze radzi sobie z rozwiązywaniem zadań tego typu, gdyż u dzieci w okresie późnego dzieciństwa pojawia się logiczne myślenie. Dzięki niemu możliwe jest prowadzenie wnioskowań o charakterze przyczynowo-

-skutkowym. Dziecko w tym wieku potrafi tłumaczyć zjawiska i przewidywać teoretyczne następstwa różnych zdarzeń (por. Stefańska-Klar 2006: 135).

Inaczej przedstawia się sytuacja z zadaniami wymagającymi rozumowania redukcyjnego (wstecz). Jest to szczególnie trudne, gdyż wiąże się z koniecznością odwracania czynności (działań), o których mowa w zadaniu. By to było możliwe, u dziecka musi rozwinąć się zdolność do wewnętrznego odwracania danych czynności lub określonego stanu rzeczy. Czyli dziecko musi rozumować operacyjnie. A nie każdy uczeń edukacji wczesnoszkolnej jest do tego zdolny.

Rozważmy przykład zadania: *W woreczku było kilka kamyków. Gdy dołożyłam do woreczka 3 kamyki i przeliczyłam wszystkie, okazało się, że jest ich 10. Ile kamyków było na początku w woreczku?*

Oczywiście, że można odgadnąć, ile kamyków było na początku. Można też skorzystać z zapamiętanych faktów, bowiem wiedząc, że $7 + 3 = 10$, możemy wnioskować, iż na początku musiało być 7 kamyków. Można też niewiadomą liczbę odnaleźć metodą prób i błędów. Jednak żadnego z tych sposobów nie można uogólnić, żaden nie jest sposobem uniwersalnym, który dałoby się zastosować do rozwiązywania innych zadań tego typu. Najlepszym sposobem rozwiązania tego zadania jest rozumowanie redukcyjne. W rozumowaniu tym wychodzimy od stanu końcowego: na końcu było 10 kamyków. Ponieważ było ich tyle po uprzednim dołożeniu 3, więc cofając się, musimy odwrócić czynność dokładania, czyli zabrać 3 z 10. Wtedy zostaje 7. Zatem na początku musiało być 7 kamyków. Czy uczniowie edukacji wczesnoszkolnej potrafią tak rozumować? Trudno to ocenić w takich prościutkich przykładach, gdyż w znalezieniu odpowiedzi do tego zadania mogą posłużyć się różnymi sposobami, m.in. tymi, które zostały wymienione na początku. Prawidłowa odpowiedź wcale nie musi być wynikiem rozumowania redukcyjnego. Może być efektem zgadywania lub innej strategii. Trudniejszych zadań redukcyjnych w edukacji wczesnoszkolnej, niestety, nie ma.

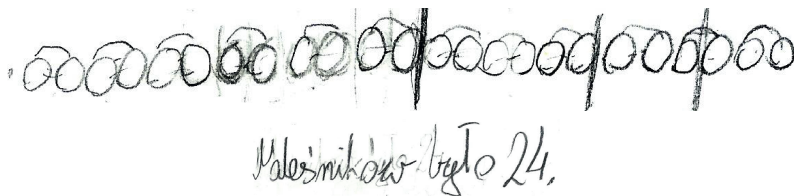
By sprawdzić, czy uczniowie edukacji wczesnoszkolnej potrafią rozumować redukcyjne, dałam uczniom pewnej klasy III, na początku roku szkolnego (a więc ci uczniowie mieli za sobą zaledwie dwa lata nauki w szkole), do samodzielnego rozwiązania następujące zadanie:

Zadanie 1.

Mama przygotowała talerz naleśników. Jacek zjadł połowę naleśników i przekazał talerz Maćkowi. Maciek zjadł połowę tego, co pozostało, i przekazał talerz Bartkowi. Bartek zjadł połowę tego, co zostało, zostawiając na talerzu 3 naleśniki. Ile naleśników przygotowała mama?

Dla dzieci, które w szkole uczyły się matematyki zaledwie 2 lata, zadanie to było zadaniem trudnym. Nie dość, że w jego logicznym rozwiązaniu niezbędne jest rozumowanie redukcyjne, to jeszcze potrzebne jest pojęcie dzielenia jako podziału na równe części i rozumienie połowy jako wyniku podziału na 2 równe części. Jak poradzili sobie z tym zadaniem badani uczniowie?

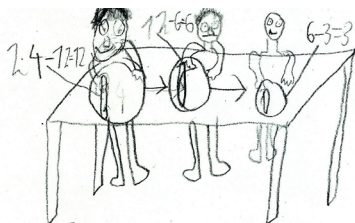
Zadanie rozwiązywało 22 uczniów. Jeden nie podjął próby rozwiązania zadania, 14 podało niepoprawne rozwiązanie, 3 podało dobrą odpowiedź, lecz nie wiadomo, w jaki sposób znalazła, 2 znalazło poprawną odpowiedź przy użyciu metody prób i błędów, a 2 poprawnie rozwiązało zadanie, wykazując się umiejętnością rozumowania redukcyjnego. W sumie prawie $1/3$ uczniów podała poprawną odpowiedź. Przykłady wybranych uczniowskich rozwiązań prezentuję na kolejnych rysunkach.



Rys. 1. Praca Mai. Rozwiązanie zadania 1

Można zauważyć, że Maja (rys. 1) poszukiwała rozwiązania, rysując naleśniki (kółka) i sprawdzając, przez oddzielanie narysowanych kółek kreskami, który układ kółek spełnia warunki zadania. Czyniła to wielokrotnie, ścierając linie oddzielające naleśniki i dorysowując kolejne kółka. Robiła to tak długo, aż znalazła układ spełniający warunki zadania (24 kółka). Na rysunku widać wyraźnie, jak wszystkie 24 naleśniki rozdzieliła pionową kreską na 2 równe części (po 12), następnie jedną taką część – prawą – ponownie rozdzieliła na 2 równe części (po 6) i czynność dzielenia jednej z tak otrzymanych części

(znowu prawej) powtórzyła raz jeszcze tak, że wynikiem ostatniego podziału były trzy kółka (naleśniki). Wtedy zapisała odpowiedź znaną metodą prób i błędów. Odpowiedź odczytała wprost z rysunku i rysunek był dla niej środkiem argumentacji, że ta odpowiedź jest poprawna.



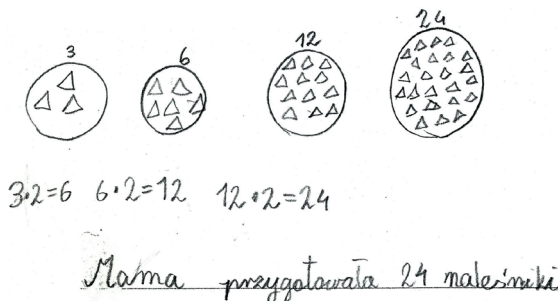
Mama przygotowała 24 naleśniki

Rys. 2. Praca Adama. Rozwiązanie zadania 1

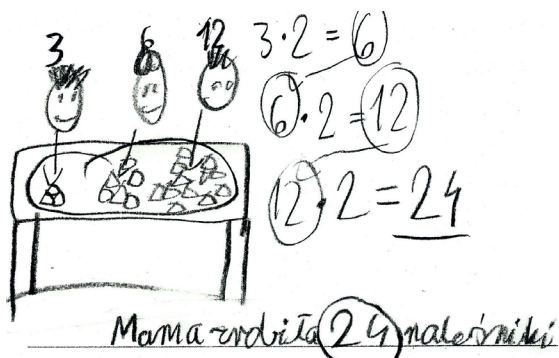
Na rysunku 2 przedstawiona jest praca Adama. Na uwagę zasługuje realizm jego rysunku: każdy z trzech chłopców ma narysowany przed sobą talerz i chociaż na talerzach nie są wyodrębnione naleśniki tak, by można było je policzyć, to każdy kolejny talerz jest coraz mniejszy – co jest najwyraźniej próbą przedstawienia faktu ubywania naleśników (jest ich coraz mniej). Jednak trudno z tego rysunku odczytać, w jaki sposób chłopiec znalazł rozwiązanie. Zaprezentował bowiem jedynie efekt końcowy swoich poszukiwań i stosownymi obliczeniami ($24 - 12 = 12$; $12 - 6 = 6$; $6 - 3 = 3$) potwierdził, że znalezione przez niego liczby spełniają warunki zadania. Być może rozwiązanie to znalazł metodą prób i błędów, tak ja to zrobiła Maja, a może rozumując wstecz, tak jak koleżanki, których prace przedstawione są na rysunkach 3 i 4, lecz tego niestety nie ujawnił.

Teresa znalazła rozwiązanie (rys. 3) na drodze rozumowania redukcyjnego. Dziewczynka uwzględniła stan końcowy: zostały 3 naleśniki. Skoro zostały 3, a to połowa tego, co było, więc ostatni chłopiec zjadł 3 naleśniki. Zanim zaczął jeść, musiało być ich 2 razy więcej niż zjadł, czyli 6, i tyle musiał zostawić drugi chłopiec. Skoro drugiemu zostało 6, a to połowa tego, co dostał, więc zjadł 6. Zanim zaczął jeść, musiało być ich dwa razy więcej, czyli 12, i tyle musiał zostawić pierwszy chłopiec. Skoro pierwszemu zostało 12 (a to poło-

wa), to zjadł 12, więc zanim zaczął jeść, musiało być ich 24. Mama przygotowała zatem 24 naleśniki. Swoje rozumowanie dopełniła zapisem poczynionych obliczeń w postaci ciągu iloczynów: $3 \cdot 2 = 6$; $6 \cdot 2 = 12$; $12 \cdot 2 = 24$.



Rys. 3. Praca Teresy. Rozwiązanie zadania 1



Rys. 4. Praca Zuzi. Rozwiązanie zadania 1

Podobne rozwiązanie jak Teresa przedstawiła Zuzia (rys. 4). Jedynie inaczej je zilustrowała. Teresa prezentowała na rysunkach stan talerza, tj. liczbę naleśników na talerzu w kolejnych etapach, zaczynając od końca. Zuzia zaś narysowała schematycznie trzech chłopców i przed każdym z nich narysowała tyle naleśników, ile zjadł. Ilustrowanie zaczęła także od końca, przedstawiając najpierw ostatniego (trzeciego) chłopca, potem drugiego, a na końcu pierwszego. Obok przedstawiła obliczenia (iloczyn) i dodatkowo zapis iloczynów uzupełniła strzałkami, pokazując, w jaki sposób kolejno

wykorzystywała wyniki swoich wcześniejszych obliczeń w następnych rachunkach.

Dwie ostatnie prace (rys. 3 i 4) dowodzą, że uczniowie edukacji wczesnoszkolnej są zdolni do rozumowania redukcyjnego, i to bez żadnego wsparcia, bez żadnej pomocy, tak środków dydaktycznych, jak i dorosłych. Pozostali, gdyby otrzymali pomoc, także powinni byli sobie poradzić z rozwiązaniem zadania.

A jak jest z umiejętnością rozumowania redukcyjnego studentów pedagogii wczesnoszkolnej – przyszłych nauczycieli, czyli osób, które mają uczyć dzieci myślenia (także redukcyjnego), rozwiązywania problemów i mają pomagać im w pokonywaniu napotkanych trudności.

By sprawdzić umiejętności studentów pedagogiki, dałam im do samodzielnego rozwiązania zadanie zdecydowanie trudniejsze niż to, które rozwiązywali uczniowie. Prosiłam jedynie, by rozwiązali je w sposób zrozumiały dla uczniów edukacji wczesnoszkolnej. Studenci rozwiązywali następujące zadanie:

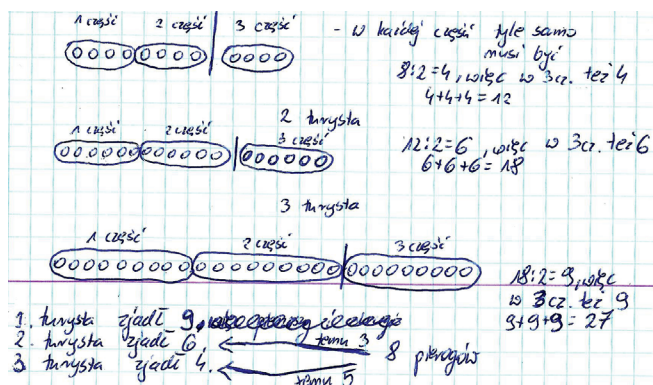
Zadanie 2.

Trzej wędrowcy przyszli do schroniska, zamówili pierogi i poprosili o przyniesienie ich do pokoju. Czekając na owe pierogi, usnęli. Gdy pierogi były gotowe, przyniesiono je do pokoju i postawiono na stole, nie budząc śpiących. Gdy po przebudzeniu jeden z turystów spostrzegł pierogi, przeliczył je, zjadł trzecią część i zasnął. Następnie obudził się drugi turysta, przeliczył pierogi, zjadł trzecią część i zasnął. Wreszcie obudził się trzeci turysta i postąpił tak samo. Zostało 8 pierogów. Ile pierogów przyniesiono do pokoju? Kto ma prawo do pozostałych pierogów, jeśli mieli zjeść po tyle samo?

Zadanie 2 jest trudniejsze od zadania 1 i posłużyło mi do sprawdzenia umiejętności nie tylko rozumowania redukcyjnego studentów, ale także posługiwania się takimi sposobami rozwiązania, które są dostępne uczniom klas młodszych.

Zadanie to rozwiązywało 45 studentek. Aż 10 z nich nie przedstawiło poprawnego rozwiązania (wcale nie rozwiązały zadania lub zrobiły to źle), kolejne 10 studentek udzieliło poprawnej odpowiedzi, lecz ich rozwiązanie nie było dość jasne. Pięć kolejnych osób w rozwiązaniu poprawnie posłużyło się równaniami, które nie są dostępne uczniom klas młodszych. Zaś 20 pozostałych umiało poprawnie rozwiązać zadanie i zrobiło to w sposób, który można, jeśli nie w całości, to w znaczącej części, wykorzystać w pracy z uczniami

edukacji wczesnoszkolnej. Niektóre z prac tych 20 studentek prezentują poniżej.



Rys. 5. Praca pani Aleksandry. Rozwiązanie zadania 2

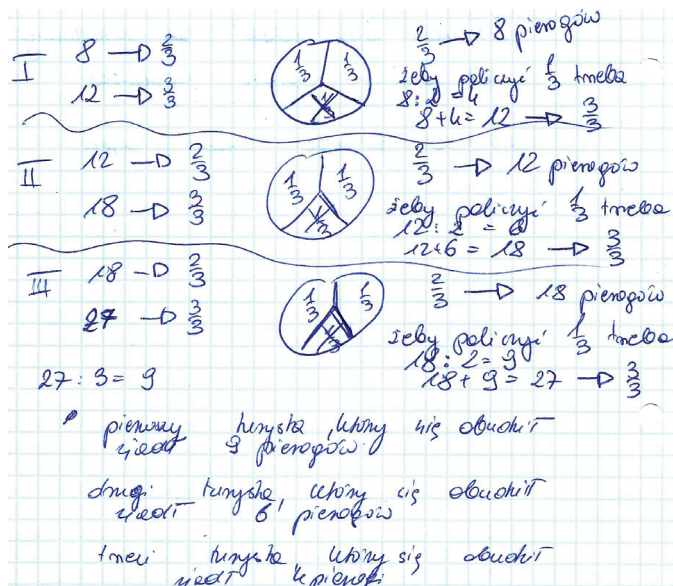
Na rys. 5 zaprezentowana jest praca pani Aleksandry. Studentka nie tylko rozwiązała zadanie redukcyjnie, ale jeszcze bardzo czytelnie zilustrowała sposób rozwiązania, tak że może być on zrozumiały nawet dla uczniów klas młodszych.

Studentka rozwiązywanie rozpoczęła od końca, czyli od narysowania 8 pierogów (kółek) pozostawionych przez trzeciego wędrowca. Zostawił on 8 pierogów dla dwóch kolegów, tzn. że dla każdego zostawił po 4. Na rysunku zaznaczone to zostało dwiema pętlami, zaś obok rysunku zapisem dzielenia $8 : 2 = 4$. Sam więc także zjadł 4. Studentka dorysowała 4 zjedzone pierogi (kółka), oddzielając je od tych wcześniejszych pionową kreską. Wobec tego zanim zaczął jeść, tych pierogów musiało być 12 ($4 + 4 + 4 = 12$). Czyli drugi turysta pozostawił 12 pierogów.

Na kolejnym rysunku widnieje 12 pierogów, które zostawił drugi wędrowiec dla dwóch kolegów, tzn. że dla każdego zostawił po 6, co znowu zaznaczone jest na rysunku dwiema pętlami ($12 : 2 = 6$), więc sam także zjadł 6, i te 6 pierogów zostało dorysowanych za pionową kreską. Wobec tego zanim zaczął jeść, tych pierogów musiało być 18 ($6 + 6 + 6 = 18$).

Na trzecim rysunku przedstawionych jest 18 pierogów, które zostawił pierwszy wędrowiec dla dwóch kolegów, tzn. że dla każdego zostawił po 9 ($18 : 2 = 9$), więc sam także zjadł 9. Wobec tego

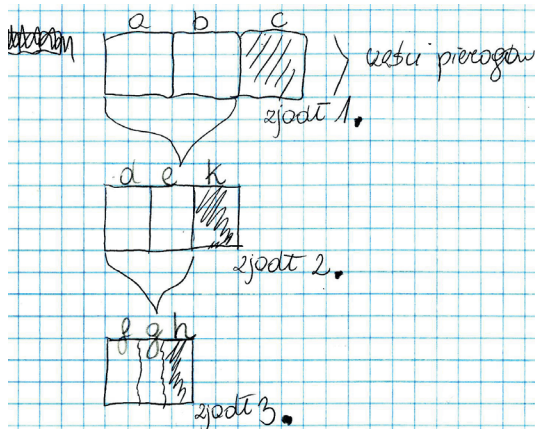
zanim zaczął jeść, tych pierogów musiało być 27 ($9 + 9 + 9 = 27$). Pod rysunkami jest następująca, dość skrótowo przedstawiona, konkluzja tych rozważań: „Do pokoju przyniesiono 27 pierogów i każdy miał zjeść po 9 pierogów. Pierwszy turysta zjadł 9 pierogów (zjadł wszystkie przewidziane dla niego pierogi). Drugi zjadł tylko 6, więc należą mu się jeszcze 3 pozostałe pierogi. Trzeci zjadł tylko 4, więc powinien zjeść jeszcze 5 pozostałych pierogów”.



Rys. 6. Praca pani Bernadetty. Rozwiązanie zadania 2

Inna studentka, pani Bernadetta, której rozwiązanie przedstawione jest na rys. 6, także rozumowała redukcyjnie i także swoje rozwiązanie ilustrowała. Jednak nie rysowała pierogów, jak to zrobiła poprzednia studentka, a jedynie za pomocą koła prezentowała talerz z pierogami, jako pewną całość. Taka ilustracja wiąże się z rozumieniem pojęcia ułamka i to pojęcie studentka wykorzystywała w swoim rozwiązaniu. Jej rozwiązanie jest poprawne, ale może być niezrozumiałe dla uczniów edukacji wczesnoszkolnej. Ponadto jej rysunek jest na tyle schematyczny, że na każdym z trzech etapów wygląda tak samo, choć na każdym przedstawia inną sytuację (inną liczbę pierogów na talerzu, wobec tego $1/3$ zawartości talerza jest za każdym

razem inna i kolejno wynosi: 4, 6, 9). Na każdym etapie i na każdym kolejnym rysunku część pierogów, zjedzoną odpowiednio przez trzeciego, drugiego i pierwszego turystę, studentka ilustrowała za pomocą skreślenia z talerza jednej trzeciej jego zawartości ($1/3$ części), a obok rysunku obliczała, za pomocą dzielenia, ile pierogów jest w takiej trzeciej części i tym samym, ile pierogów zjadał kolejny turysta.



$$f+g=8$$

$$w, f, g=4$$

$$d+e=12$$

$$d, e, k=6$$

$$a+b=18$$

$$a, b, c=9 \quad \text{wrc } 3 \cdot 3=27$$

Rys. 7. Praca pani Jolanty. Rozwiązanie zadania 2

Jeszcze inny sposób ilustrowania rozwiązania zadania o pierogach przedstawiony jest na rys. 7, w pracy pani Jolanty. Ta studentka ani nie rysowała pojedynczych pierogów, ani nie rysowała talerza w postaci koła, lecz wszystkie pierogi przyniesione do pokoju zaprezentowała za pomocą prostokąta. Zaczęła rysować „od początku”. Pierwszy duży prostokąt przedstawia wszystkie pierogi przyniesio-

ne do pokoju. Tę całość studentka podzieliła pionowymi liniami na 3 równe części, jedną z nich zakreskowała i opisała jako część zjedzoną przez pierwszego turystę (*zjadł 1.*). Pozostałą (niezjedzoną) część prostokąta przerysowała poniżej (tyle zobaczył drugi turysta). To z kolei także podzieliła pionowymi liniami na 3 równe części, zakreskowała jedną z nich i opisała jako część zjedzoną przez drugiego turystę (*zjadł 2.*). Z pozostałą (niezjedzoną przez drugiego turystę) częścią postąpiła analogicznie jak poprzednio: przerysowała ją poniżej, podzieliła na 3 równe części, zakreskowała jedną z nich jako część zjedzoną przez trzeciego turystę. W tych dwóch pozostałych niezjedzonych częściach pozostało 8 pierogów, po 4 w każdej. Teraz wystarczyłoby przemieszczać się na rysunku w górę (wstecz/pod prąd), by wyznaczyć niewiadome liczby zjadanych przez turystów pierogów i ostatecznie wyznaczyć liczbę wszystkich pierogów przyniesionych do pokoju.

Studentka najwyraźniej z tej drogi korzystała, ale nic już na rysunku nie dopisała, a jedynie z użyciem zapisu literowego (jak w równaniach) próbowała (niezbyt fortunnie) przedstawić efekty swoich rozważań. Ten jej zapis nie jest poprawny, bo jednakowe części winny być oznaczane jednakowym symbolem, a nie (jak to jest w tym przypadku) różnymi literami. Ponadto taki literowy zapis nie jest dostępny uczniom edukacji wczesnoszkolnej. Natomiast sam rysunek (bez oznaczeń literowych) jest trafny i warto byłoby go wykorzystać w pracy z dziećmi. Właśnie z dziećmi, pokonując na takim rysunku drogę wstecz (od dołu do góry), warto byłoby uzupełniać puste miejsca w prostokątach liczbami uzyskanymi na drodze analizy: zostało 8 pierogów w dwóch częściach, czyli po 4 w każdej, więc całość na tym rysunku to 12 itd.

Podsumowanie

Fakt, że tylko 4 (na 22) uczniów klasy III i 25 (na 45) studentek rozwiązało poprawnie zadanie, przedstawiając sposób rozwiązania, świadczy, że redukcja nie jest łatwym sposobem rozumowania i nie wszyscy potrafią ją stosować. Jednocześnie ten sam fakt jest dowodem tego, że redukcja jest jednak dostępna, nawet uczniom z załed-

wie dwuletnim „stażem w szkole”¹. Ponadto uwzględniając fakt, że ani badani uczniowie, ani badane studentki nie byli w sposób celowy uczeni redukcji, można zapytać: Jakie byłyby efekty, gdyby badani byli uczeni rozumowania redukcyjnego? Można przypuszczać, że wyniki byłyby wtedy zdecydowanie lepsze – wszak „trening czyni mistrza”. Może więc zacznijmy już dziś proponować uczniom edukacji wczesnoszkolnej niebanalne, a nieobecne w podręcznikach klas I–III, zadania wymagające rozumowania redukcyjnego.

Literatura

- Czyżewski T. 1993, *Myślenie i rozumowanie jako przedmiot psychologii i logiki*, [w:] *Encyklopedia pedagogiczna*, W. Pomykało (red.), Wydawnictwo Fundacja Innowacja, Warszawa, s. 398–401.
- Słownik języka polskiego*, 1981, M. Szymczak (red.), Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Stefańska-Klar R. 2006, *Późne dzieciństwo. Młodszy wiek szkolny*, [w:] *Psychologia rozwoju człowieka*, t. II, B. Harwas-Napierała, J. Trempała (red.), Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, s. 130–155.

1 W tych rozważaniach posługuję się powszechnie znaną paradoksalną argumentacją, że „szklanka w połowie pusta jest jednocześnie w połowie pełna”.