

Barbara Nawolska

Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

Małgorzata Maj

Samorządowy Punkt Przedszkolny w Książnicach Wielkich

Tworzenie regularności przez dzieci 6-letnie: matematyka czy sztuka?

Wstęp

W świecie, w którym żyjemy, a także w naszej historii, w rozwoju cywilizacji i kultury, rytmy i regularności zawsze pełniły i pełnią ważną rolę. Już w starożytności takie regularności, jak np. proporcja¹, były podstawą tworzenia zarówno teorii matematycznych, jak i konstrukcji architektonicznych czy teorii harmonii muzycznej. Regularności i proporcje były nawet podstawą rozważań filozoficznych². Obecnie rytmy, regularności i prawidłowości są nadal istotą wielu rozważań teoretycznych i praktycznych zastosowań.

W naszej kulturze kluczowa jest umiejętność porządkowania bodźców (np. wzrokowych) od strony lewej do prawej. Jest to bowiem warunek konieczny w opanowaniu umiejętności pisania i czytania tekstów oraz wzorów matematycznych. W procesie tym istotna jest umiejętność dostrzegania i wykorzystywania regularności sekwencyjnych, w których wzrokowe bodźce występują w kolejności ustalonej obowiązującymi regułami lub wzorami. Ćwiczenia na materiale sekwencyjnym służą kształtowaniu umiejętności dostrzegania, abstrahowania i transferu reguł. Jest to ważna umiejętność poznawcza warunkująca nie tylko uczenie się języka i matematyki, ale także umożliwiającą sprawne funkcjonowanie w społeczeństwie. Bowiem bez znajomości i respektowania reguł nie można zdobyć

¹ Proporcja jest równoważnością stosunków, zaś stosunek jest relacją jakościową dotyczącą wymiaru między dwiema wielkościami jednorodnymi. Np. jeżeli a , b , c i d są liczbami mianowanymi, to a/b oraz c/d jest stosunkiem, zaś $a/c = b/d$ jest proporcją. Wyróżniano proporcje „ciągłe”, gdy zachodziła równość $a/b = b/c$, oraz szczególne proporcje ciągłe $(a+b)/a = a/b$ (stosunek sumy dwóch wielkości do jednej (większej) z nich jest równy stosunkowi wielkości większej do mniejszej) oparte na stosunku złotego cięcia, nazywane „proporcją boską” (Por. M.C. Ghyka, *Złota liczba. Rytmy i rytuały pitagorejskie w rozwoju cywilizacji zachodniej*, Universitas, Kraków 2001, s. 26–28).

² Por. M.C. Ghyka, *Złota liczba. Rytmy i rytuały...*, op.cit.

akceptacji grupy, zaś w przypadku braku ich stosowania można skazać się na izolację i wykluczenie³.

W polskim szkolnictwie dostrzeżono wagę problemu i od pewnego czasu zaczęto wykorzystywać regularności w edukacji dzieci. Pionierkami w tej dziedzinie na poziomie przedszkolnym były Edyta Gruszczyk-Kolczyńska i Ewa Zielińska⁴, które jako pierwsze zaproponowały w swej „Dziecięcej matematyce” zastosowanie rytmów i regularności sekwencyjnych w edukacji matematycznej dzieci przedszkolnych. Interesujące badania dotyczące możliwości tworzenia przez dzieci w wieku przedszkolnym geometrycznych regularności płaszczyznowych prowadziła Ewa Swoboda⁵.

Na poziomie edukacji szkolnej raczej nie uwzględniano regularności. Niekiedy w podręcznikach lub zeszytach ćwiczeń pojawiały się szlaczki (regularności wzrokowe, liniowe), które zazwyczaj należało kontynuować. Takie zadania, opatrzone poleceniem: *Dokończ rysowanie szlaczka albo Pokoloruj szlaczek według wzoru*, służyły jedynie ćwiczeniu sprawności manualnej i stanowiły „wypełniacz czasu” dla tych uczniów, którzy szybciej niż pozostali wykonali zalecone zadania. W ten sposób zaprzepaszczano potencjał tkwiący w tego rodzaju zadaniach. W sposób celowy i w stopniu znaczącym elementy regularności w edukacji szkolnej pojawiły się dopiero w roku 2014 w podręcznikach dla klasy I szkoły podstawowej wydanych przez MEN⁶. W zadaniach tam zamieszczonych trzeba było odkryć np. regułę ułożenia przedmiotów lub zasadę ich doboru. Był to duży postęp w stosunku do tego co było wcześniej, choć nadal takich zadań nie było wiele, a te które były dotyczyły głównie regularności wzorowych liniowych⁷. Nadal nie było żadnych przykładów regularności płaszczyznowych. Brakowało też zadań dotyczących regularności arytmetycznych zarówno regularności w działaniach, jak i w ciągach liczbowych⁸. Po kolejnej

³ Por. M. Korendo, *Zaburzenia mechanizmów lewopółkulowych i ich objawy w zachowaniach i procesie uczenia się dzieci*, [w:] *Nowe podejście w diagnostyce i terapii logopedycznej – metoda krakowska*, red. J. Cieszyńska, M. Korendo, Z. Orłowska-Popek, Wydawnictwo Naukowe UP, Kraków 2010, s. 52–64.

⁴ Por. E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Zielińska, *Dziecięca matematyka*, WSiP, Warszawa 1997, s. 31–43.

⁵ Por. E. Swoboda, *Przestrzeń, regularności geometryczne i kształty w uczeniu się i nauczaniu dzieci*, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Rzeszów 2006.

⁶ M. Lorek, B. Ochmańska, L. Wollman, *Nasz elementarz. Podręcznik do szkoły podstawowej, klasa I*, Wydawca MEN, Warszawa 2014.

⁷ Wybrane przykłady takich zadań, zaczerpniętych z podręcznika MEN, zaprezentowane i omówione zostały w artykule B. Nawolskiej, *Regularności w kształceniu dzieci młodszych*, [w:] *Matematyka w przyrodzie i sztuce: matematyka, przyroda i sztuka w kształceniu powszechnym*, t. 4, red. A. Płocki, Wydawnictwo Naukowe Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Nowym Sączu, Nowy Sącz 2016, s. 101–105.

⁸ Wspomniane typy regularności opisane są w artykule B. Nawolskiej, *Rytmy i regularności w matematyce*, [w:] *Z teorii i praktyki edukacji dziecka. Inspiracje dla nauczycieli przedszkoli*

reformie szkolnictwa w roku 2017 podręczniki MEN zostały wycofane. W nowych podręcznikach sytuacja wcale nie jest lepsza.

Rytm i regularności – pojęcie i rodzaje

Pojęcie *rytmu* jest wieloznaczne. Posługują się nim muzycy i tancerze, literaci i poeci, malarze i architekci, przyrodnicy i lekarze, a także matematycy. Niezależnie kto używa tego pojęcia można powiedzieć, że „rytm jest periodycznością postrzeganą”⁹, albo „rytm jest podziałem czasu przez zjawiska uchwytnie ludzkimi organami zmysłów na okresy, których długości całkowite są sobie wzajem równe, bądź które powtarzają się zgodnie z jakimś prostym prawem”¹⁰.

Natomiast *regularność* to *zgodność z pewnymi regułami, prawidłowość także symetryczność, kształtność, proporcjonalność oraz miarowość, występowanie w jednakowych odstępach czasu, stale, co jakiś czas, systematyczność, jednostajność*¹¹. W określeniu regularności, zawartym w słowniku, zaakcentowane jest pojęcie rytmu oraz reguły, inaczej prawidłowości, zasady bądź prawa. Umiejętność dostrzegania regularności, uświadamiania sobie prawideł ich występowania jest podstawą zrozumienia większości zjawisk przyrody ożywionej i nieożywionej, a także nauki i ludzkich zachowań.

Rytmu są zjawiskami postrzeganymi za pomocą zmysłów, wobec tego w zależności od rodzaju zmysłu biorącego udział w tym postrzeganiu, wyróżniamy rytmy:

- ruchowe,
- słuchowe (dźwiękowe),
- wzrokowe,
- węchowe,
- smakowe,
- różne kombinacje wyżej wymienionych rytmów¹².

W edukacji dzieci wykorzystywane są głównie rytmy (regularności) ruchowe i dźwiękowe, ale także wzrokowe oraz ich różnorodne kombinacje.

i klas I–III szkoły podstawowej, red. K. Gąsiorek, Wydawnictwo Naukowe UP, Kraków 2011, s. 114–126.

⁹ P. Servien, *Essai sur les Rythmes toniques du Francais*, Les Presses Universitaires de France, [za:] M.C. Ghyka, *Złota liczba. Rytmu i rytuały...*, *op.cit.*, s. 142.

¹⁰ E. d'Eichthal, *Du Rythme dans la versification fancaise*, Lemerre 1892, [za:] M.C. Ghyka, *Złota liczba. Rytmu i rytuały...*, *op.cit.*, s. 142.

¹¹ *Słownik języka polskiego*, *op.cit.*, s. 36.

¹² Por. B. Nawolska, *Regularności w kształceniu dzieci młodszych*, [w:] *Matematyka w przyrodzie i sztuce...*, *op.cit.*, s. 99–100.

Elementy tworzące regularności wzrokowe mogą różnić się: kształtem, kolorem, wielkością, liczebnością bądź kombinacją kształtów, kolorów, wielkości bądź liczebności i elementy te mogą być:

- tematyczne (realistyczne, np. domek, kotek, autko),
- atematyczne (abstrakcyjne, np. cyfra, litera lub inny nieznany dziecku symbol)¹³.

Ze względu na układ i rozmieszczenie przestrzenne elementów tworzących regularność wyróżniamy regularności:

- liniowe, zwane też szlaczkami,
- płaszczyznowe takie jak mozaiki, parkiety, wzorzyste tkaniny lub dywany,
- przestrzenne, np. budowle.

Umiejętność dostrzegania regularności wyrażać się może poprzez ich:

- rozpoznawanie,
- odwzorowywanie,
- odtwarzanie,
- kontynuowanie,
- uzupełnianie,
- tworzenie,
- korygowanie zakłóceń¹⁴.

Tworzenie regularności płaszczyznowych przez 6-latkę

Już od najmłodszych lat pozytywnie odbieramy to, co jest powtarzalne i uporządkowane, bo jest przewidywalne. Dlatego w przedszkolach stały harmonogram dnia pomaga dzieciom przystosować się do nowego miejsca i sytuacji¹⁵. Ludzie dbają o ład i porządek w swoim otoczeniu i życiu, co ułatwia im codzienne funkcjonowanie. Umiejętność dostrzegania regularności jest miernikiem inteligencji, która niekiedy jest uznawana za zdolność do odnajdywania porządku w sytuacjach postrzeganych uprzednio jako nieuporządkowane¹⁶. Tak więc ze względu na istotną rolę jaką odgrywają rytmy w życiu każdego człowieka, ważne jest rozwijanie umiejętności ich dostrzegania już od najmłodszych lat.

¹³ Por. *Ibidem*, s. 100.

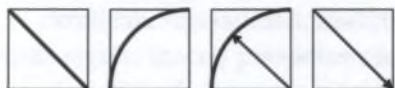
¹⁴ Por. *Ibidem*, s. 100–101.

¹⁵ Por. B. Nawolska, *Regularności w edukacji matematycznej a sztuka dziecka*, [w:] A. Płocki, I. Krech (red.), *Matematyka w przyrodzie i sztuce: matematyka, przyroda i sztuka w kształceniu powszechnym*, Wydawnictwo Naukowe Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej, Nowy Sącz 2012, s. 78–79.

¹⁶ Por. E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Rytmy. Wdrażanie do wychwytywania prawidłowości i korzystania z nich w nabywaniu umiejętności matematycznych*, [w:] *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Edukacja Polska, Warszawa 2009, s. 93.

W artykule zostanie zaprezentowany fragment eksperymentalnych badań dotyczących rozwijania umiejętności dostrzegania regularności geometrycznych u dzieci 6-letnich¹⁷. W ramach eksperymentu w diagnozie wstępnej i końcowej badano umiejętności kontynuowania, uzupełniania i tworzenia regularności geometrycznych zarówno liniowych, jak i płaskich, oraz badano umiejętności korygowania przez 6-latki zaburzeń w regularnościach obu typów.

Narzędziem w badaniach był zestaw 8 zadań, w których były wykorzystywane specjalnie zaprojektowane kwadratowe papierowe kafelki (il. 1). Dzieci najpierw zapoznawały się z rodzajami kafelków, a następnie wykonywały zadania. W kolejnych zadaniach wklejały wybrane przez siebie kafelki w pola szablonów, częściowo wypełnionych kafelkami lub pustych, tak by całość tworzyła regularną kompozycję liniową (4 zadania) albo płaską (4 zadania). Dzieci kolejno kontynuowały rozpoczęty wzór, uzupełniały luki we wzorze, korygowały zaburzenia regularności, a na koniec samodzielnie tworzyły wzory liniowe bądź płaskie.



Il. 1. Kafelki wykorzystane w badaniach

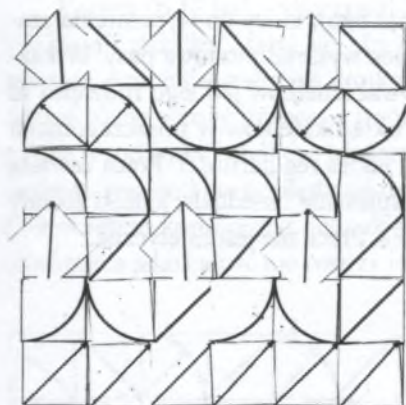
W prezentowanym fragmencie badań, na podstawie kilku wybranych dziecięcych prac, zostaną omówione umiejętności tworzenia przez 6-latki regularności płaskich w badaniach wstępnych, a następnie umiejętności tych samych dzieci w badaniach końcowych.

Badania wstępne

Dzieci otrzymywały pusty szablon, na którym była sieć kwadratowa: sześć szeregów po 6 okienek. Okienka sieci miały wymiary kafelków z il. 1. Dzieci samodzielnie wybierały kafelki i układały z nich na sieci ładny wzór (dywanik). Umiejętności dzieci przedszkolnych zostaną zilustrowane ich pracami.

Ilustracja 2 to praca Weroniki (6;8 lat). Dziewczynka w badaniach wstępnych wykorzystała wszystkie dostępne wzory kafelków, lecz nie umiała stworzyć kompozycji płaskiej. Była w stanie tworzyć jedynie wzory liniowe (pasy). W każdym poziomym pasie powtarzała się sekwencja albo 1-, albo 2-, albo 3-wyrazowa. Niestety w drugim i czwartym pasie występują zaburzenia. Ponadto dziewczynka

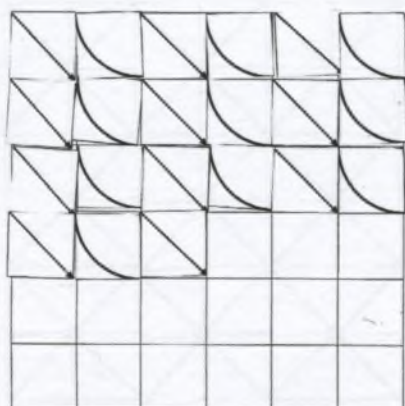
¹⁷ Koncepcja badań została opracowana w ramach seminarium magisterskiego prowadzonego w latach 2015–2017 przez dr Barbarę Nawolską. Wyniki badań zostały przedstawione w niepublikowanej pracy magisterskiej M. Maj, *Rozwijanie umiejętności dostrzegania regularności geometrycznych u dzieci 6-letnich*, Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie, Kraków 2017.



Il. 2. Praca Weroniki z badań wstępnych

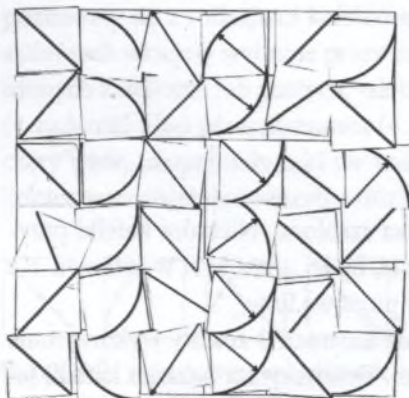
nie wszystkie kafelki wkleiła dokładnie w okienka szablonu. Niektóre kafelki przykleiła „krzywo” (w obrocie o 45 stopni), bo chciała, by jej praca była wyjątkowa. Na tak krzywo przyklejonych kafelkach wzór tworzy pionową linię.

W pracy Wiktorii (6;8 lat) przedstawionej na ilustracji 3 zostały wykorzystane dwa rodzaje kafelków – ze strzałką oraz z łukiem. Dziewczynka nakleiła kafelki jedynie na części szablonu (praca jest niedokończona). Jednak fragment wykonany przez nią jest regularny i nie ma w nim żadnych zaburzeń. Możemy jedynie zakładać jak mógłby wyglądać wzór, gdyby Wiktorja dokończyła jego układanie. Analizując wykonaną część wzoru, możemy stwierdzić, że dziecko dostrzega regularności i umie je tworzyć, choć tworzony wzór nie jest ciekawy, a regularności (choć ułożone na płaszczyźnie) mają charakter liniowy. W poszczególnych poziomych pasach powtarzana jest ta sama sekwencja 2-wyrazowa. Zaś spoglądając na kolumny, dostrzegamy jedynie ciągi jednakowych kafelków, czyli wzorów liniowych o tej samej sekwencji 1-wyrazowej.



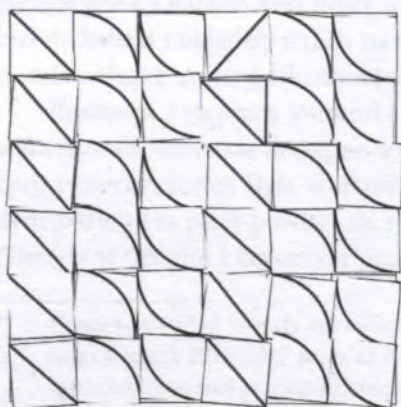
Il. 3. Praca Wiktorii z badań wstępnych

Na ilustracji 4 przedstawiono pracę Alana (6;4 lata), który do wypełnienia szablonu użył wszystkich rodzajów kafelków. Chłopiec wyklejał pionowe pasy. W każdym takim pasie, oprócz ostatniej kolumny, używał kafelków jednego rodzaju i to jest jedyna zauważalna prawidłowość. Bowiem układ kafelków w poszczególnych kolumnach jest chaotyczny i trudno zauważyć tu jakieś regularności. Praca zawiera zbyt wiele zaburzeń. Alan wykonywał zadanie pośpiesznie i niedbale: kafelki zostały przyklejone krzywo i miejscami nachodzą na siebie. Praca nie jest estetyczna.



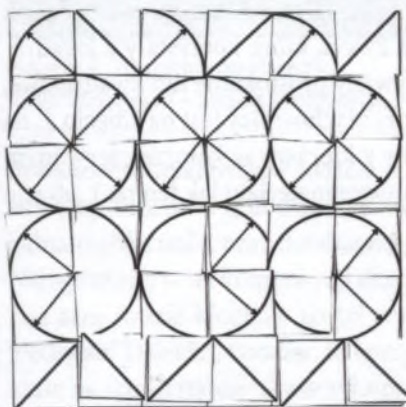
Il. 4. Praca Alana z badań wstępnych

Dywanik Hani (6;1 lat) został wykonany z dwóch rodzajów kafelków – z łukiem oraz z kreską (il. 5). Dziewczynka skoncentrowała się na regularnościach liniowych, bowiem starała się w każdym wierszu szablonu powtarzać tę samą 3-wyrazową sekwencję. W ten sposób utworzone we wzorze kolumny, zbudowane są z jednego rodzaju kafelków, czyli tworzą najłatwiejsze rytmy o sekwencjach 1-wyrazowych. Dziewczynka popełniła błąd: w pierwszym wierszu czwarty kafelek jest źle ułożony, zaburza więc utworzony wzór.



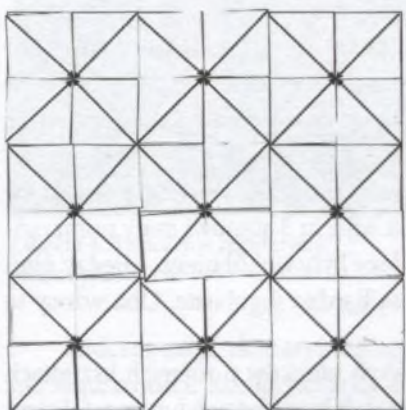
Il. 5. Praca Hani z badań wstępnych

Kacper (6,10 lat) wykorzystał trzy rodzaje kafelków – z kreską, z łukiem oraz z łukiem i strzałką. Starał się, aby elementy jego dywanu (il. 6) powtarzały się rytmicznie. Próbował stworzyć ramkę dla swej kompozycji. W pasie górnym i dolnym ułożył różne wzory linowe, a pomiędzy nimi wzór płaszczyznowy w postaci kół z dwóch rodzajów kafelków. Możemy zauważyć, że nie do końca poradził sobie z zadaniem. Poppełnił liczne błędy zaburzające regularności zarówno w pasie górnym, jak i we wnętrzu kompozycji. Jednak we fragmentach pracy widoczne są regularności, choć praca jako całość nie tworzy jednolitej regularności.



Il. 6. Praca Kacpra z badań wstępnych

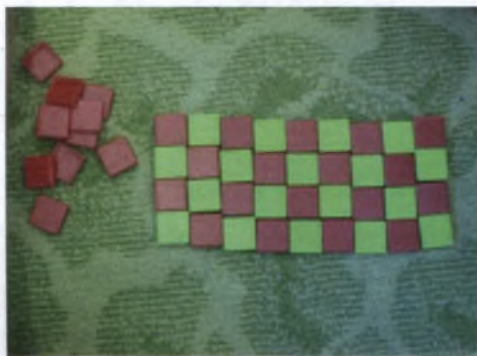
Ola (6,10 lat) jako jedyna wykonała idealnie regularną kompozycję płaszczyznową przedstawiającą „kwiaty” (il. 7). Dziewczynka wykonywała zadanie w skupieniu i z rozmysłem. Wykorzystała tylko kafelki ze strzałką i za ich pomocą utworzyła dziewięć „kwiatów”, jak sama je nazwała. Była to najlepsza praca w badaniach wstępnych.



Il. 7. Praca Oli z badań wstępnych

Zajęcia eksperymentalne

W trakcie zajęć eksperymentalnych dzieci przedszkolne wykonywały różnorodne zadania (inne niż w badaniach wstępnych), podczas których uczyły się kontynuowania, uzupełniania i tworzenia regularności oraz korygowania ich zaburzeń. Były to zabawy i ćwiczenia z wykorzystaniem różnorodnych materiałów manipulacyjnych. Dzieci oglądały także gotowe wzory i wskazywały powtarzające się w nich motywy. Przykładowo oglądały ilustracje dywanów i omawiały zaobserwowane na nich wzory. Potem, mając do dyspozycji różnorodne klocki, układały z nich (projektowały) swoje dywaniki. Oczywiście, że materiał, jakim dysponowały dzieci, w pewnym stopniu determinował sposób układania dywanika. I tak dzieci, które korzystały z kwadratowych klocków w różnych kolorach, tworzyły dywany prostokątne lub kwadratowe, najczęściej ze wzorem szachownicy. Przykład takiej szachownicy jest na zdjęciu 1, na którym widoczny jest prostokątny dywan ułożony z klocków w kolorze czerwonym oraz zielonym. Inne dywany ułożone z takiego samego materiału jak ten na 1 zdjęciu były podobne.



Zdjęcie 1. Tworzenie regularności płaszczyznowych – praca Agatki

Dzieci, które wybierały drewniane klocki o bogatej strukturze (wielość kształtów, wielkości i kolorów), tworzyły rozety. Zaczynały konstrukcje od wybranego klocka, który był elementem centralnym kompozycji i wokół niego układały inne klocki. W ten sposób powstały prace przedstawione na zdjęciu 2 i 3. W pracy ze zdjęcia 2 centralnym elementem kompozycji jest żółty sześciokątny klocek, wokół którego dokładane były kolejne klocki. Powstał zwarty wzór. Klocki ściśle przylegają do siebie. Centrum kompozycji przedstawionej na zdjęciu 3 stanowi mały pomarańczowy, kwadratowy klocek. Pozostałe klocki układane były wokół niego. Między nimi są luki. Praca nie jest zwarta. Obie kompozycje są bardzo regularne. Oba wzory są i środkowo, i osiowo symetryczne.

Kompozycje tworzone przez dzieci z ażurowych klocków o różnych kształtach i kolorach były zróżnicowane, najczęściej miały kształt kwadratowy lub prostokątny. Prawdopodobnie dzieci, tworząc swoje dywany, starały się nawiązywać do kształtu



Zdjęcie 2. Tworzenie regularności płaszczyznowych – zwarta kompozycja



Zdjęcie 3. Tworzenie regularności płaszczyznowych – kompozycja z lukami

dywanów spotykanych w świecie realnym. Np. dywanik na zdjęciu 4 jest prawie prostokątny. Można w nim dostrzec dwubarwne (zielone i pomarańczowe) wnętrza – to jedna regularność, oraz dwubarwny (żółty i niebieski) brzeg – to druga regularność. Najwyraźniej w tej kompozycji dla dziecka ważny był kolor klocków, a nie ich kształt. Ten sam rodzaj klocków został wybrany do ułożenia dywanu przedstawionego na 5 zdjęciu. Dziecko, tworząc tę kompozycję, również skupiło się na kolorze klocków, a nie na ich kształcie. Stworzyło prostokątną kompozycję z niebieską ramką i kolorowym środkiem. Można w niej dostrzec pewną regularność, bowiem (zaniedbując kształt klocków) możemy uznać, że kompozycja jest osiowo symetryczna o pionowej osi symetrii.



Zdjęcie 4. Tworzenie regularności płaszczyznowych



Zdjęcie 5. Tworzenie regularności płaszczyznowych

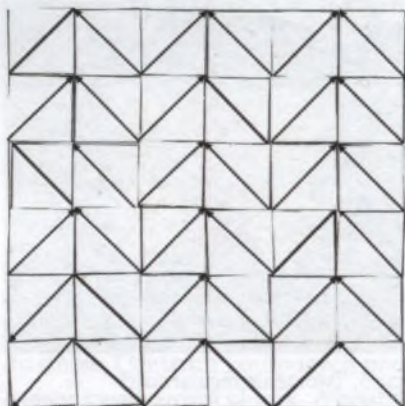
Podczas zajęć eksperymentalnych rozwijały się u dzieci umiejętności tworzenia regularności. Kompozycje dzieci były różnorodne, ciekawe i zależne od użytego materiału. Przedszkolaki zainspirowane zajęciami i zaintrygowane materiałem często samodzielnie bez żadnej zachęty tworzyły w kąciakach zabaw nowe dywaniki. Im

częściej je układały, tym ich kompozycje stawały się coraz bardziej rozbudowane i coraz ładniejsze, a co ważne były to kompozycje płaszczyznowe, a nie jedynie ciągi ułożonych jedna pod drugą kompozycji liniowych. Ponadto u dzieci rozwijała się wrażliwość estetyczna. Tworzone kompozycje można uznać za swoiste dziecięce dzieła sztuki.

Badania końcowe

Badania końcowe przebiegały identycznie jak badania wstępne. Prace dzieci na tym etapie były ciekawsze i bogatsze niż w początkowym etapie badań.

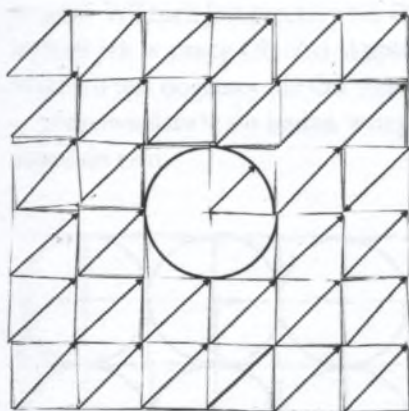
Alan stworzył dywanik z kafelków z kreską oraz kafelków ze strzałką (il. 8). Można sądzić, że traktował je jako jeden i ten sam wzór (nie dostrzegł różnicy między nimi, jakby nie widział grotu strzałki), gdyż przyklejał je zamiennie, starając się w każdym wierszu powtarzać „tę samą” sekwencję 2-wyrazową: „daszek”. Tylko jeden kafelek w „daszku” jest przyklejony w złym obrocie. Kompozycję można byłoby uznać za regularną, gdyby chłopiec był konsekwentny w doborze rodzaju kafelków i nie zamieniał ich: raz przyklejał te z kreską, a raz ze strzałką. Ponadto te ze strzałką przyklejał raz grotem w górę a raz w dół, co potwierdza przypuszczenie, że nie dostrzegł faktu istnienia tego elementu wzoru na kafelku. Pomijając te mało rzucające się w oczy usterki, kompozycja Alana to (nieomal) regularne zygzaki. W porównaniu z pracą z badań wstępnych widać bardzo wyraźny progres. Poprawiła się umiejętność dostrzegania regularności wyrażająca się w tworzeniu wzoru płaszczyznowego, poprawiła się precyzja przyklejania kafelków i ogólnie estetyka pracy.



Il. 8. Praca Alana z badań końcowych

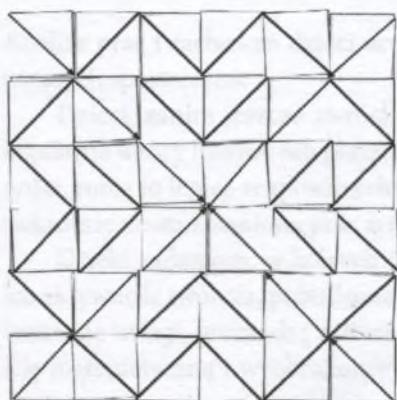
W pracy Hani (il. 9) można wyróżnić tło zbudowane z jednego rodzaju kafelków ze strzałką. W jednym miejscu tego tła zamiast kartonika ze strzałką dziewczynka umieściła, raczej przez pomyłkę, kartonik z kreską, w innym zaś źle skierowała grot

strzałki. Ponadto w centralnej części kompozycji użyła trzech kafelków z łukiem i jednego kafelka z łukiem i strzałką. Za pomocą tych kafelków zbudowała „zegar”. Hania była zafascynowana zegarami, z pasją uczyła się z nich korzystać, odczytywać godziny i to zapewne było inspiracją do stworzenia takiego wzoru. Praca jest ciekawa i regularna. W porównaniu z pracą Hani z badań wstępnych, praca z „zegarem” jest bardziej estetyczna i pomysłowa.



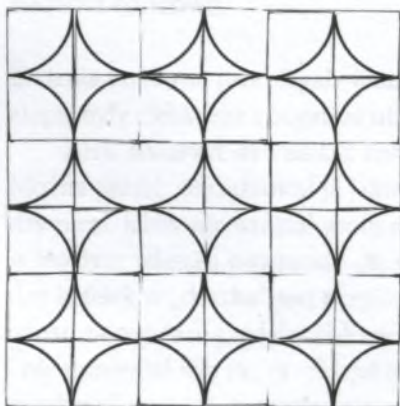
Il. 9. Praca Hani z badań końcowych

Swoją kompozycję w badaniach końcowych Kacper zbudował z kresek i strzałek (il. 10). Jego kompozycja jest piękną rozetą: figurą posiadającą środek symetrii i 4 osie symetrii. Można w niej dostrzec krzyż oraz kierujące się do środka strzałki. Wychodząc od jej środka, można zobaczyć kanciaste serca. Praca ta, w porównaniu z pracą z badań wstępnych, ma bardziej złożoną i bardziej regularną strukturę, jest ciekawsza. Poziom umiejętności Kacpra tworzenia regularności płaszczyznowych znacznie wzrósł.



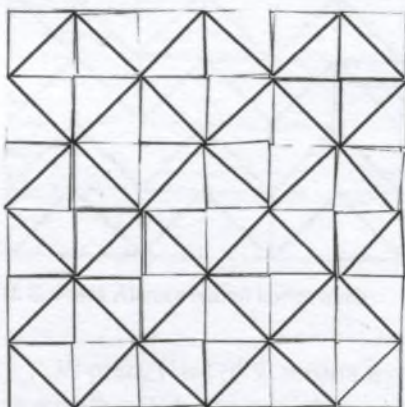
Il. 10. Praca Kacpra z badań końcowych

Ola w swojej pracy (il. 11) użyła jedynie kafelków z łukiem. Jej praca, jak sama powiedziała, przedstawia „gwiazdy”. Każda gwiazda zbudowana jest z 4 kafelków. Oprócz gwiazd w tej kompozycji możemy dostrzec również koła i półkoła. Praca jest regularna, efektowna oraz estetycznie wykonana. Od początku badań umiejętności Oli były wysokie. Świetnie potrafiła zagospodarować płaszczyznę, tworząc regularne wzory.



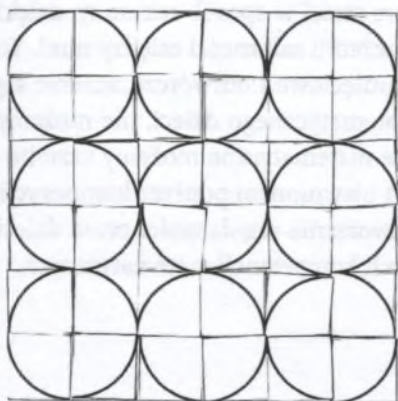
Il. 11. Praca Oli z badań końcowych

Dywanik Weroniki (il. 12) powstał jedynie z kafelków z kreską. Dziewczynka utworzyła kompozycję płaszczyznową, w której można dostrzec układ kwadratów w obrocie. Kompozycja jest regularna i bezbłędna, bardziej estetyczna niż ta z badań wstępnych. Dziecko wytrwale i konsekwentnie realizowało swój pomysł – tworzyło kwadraty. Na uwagę zasługuje fakt, że jest to kompozycja z regularnością płaszczyznową, a nie, jak poprzednio, zlepek regularności liniowych i to z zaburzeniami. Poziom umiejętności Weroniki zdecydowanie się podniósł.



Il. 12. Praca Weroniki z badań końcowych

Wiktoria w tworzeniu wzoru (il. 13) wykorzystała, podobnie jak Ola, jedynie kafelki z łukami i porównywalnie je przyklejała. Z tym, że Wiktoria z 4 kafelków z łukami układała koła, Ola zaś gwiazdki. Oczywiście różnica w nazwach używanych przez dziewczynki wynika z tego, że każda brała pod uwagę inny układ 4 tych samych kafelków i od swojego układu rozpoczynała tworzenie wzoru. Ale fragmenty ich prac są identyczne. W obu można wyodrębnić zarówno koła, jak i gwiazdki. Gdy skupimy uwagę na kołach (np. zamalowując je na czerwono), możemy powiedzieć, że wzór Wiktorii jest prostszy niż Oli, ponieważ są w nim jedynie pełne koła i nie ma półkoli jak w pracy Oli. Zaś skupiając uwagę na gwiazdkach, stwierdzamy, że wzór Wiktorii jest bogatszy niż Oli. Praca Wiktorii z badań końcowych jest dokończona, w przeciwieństwie do badań wstępnych. Dziewczynka nauczyła się konsekwentnie dążyć do celu.



Il. 13. Praca Wiktorii z badań końcowych

Podsumowanie

Analiza prac i zachowań dzieci uczestniczących w eksperymencie skłania do następujących spostrzeżeń:

Dzieci, zanim jeszcze zwróci się ich uwagę na regularności, potrafią tworzyć regularne wzory liniowe lub płaskiżynowe. Natomiast uczone dostrzegania regularności, robią to lepiej, w sposób celowy i świadomy. Ich wytwory/kompozycje niejednokrotnie noszą znamiona prac artystycznych, są efektem twórczego procesu.

Dzięki zadaniom, w których dzieci tworzą i analizują regularności, rozwija się ich aktywność twórcza, pobudzona zostaje ich wyobraźnia, ćwiczą wytrwałość i koncentrację uwagi, gromadzą doświadczenia logiczno-matematyczne, rozwijają intuicję matematyczną i wyobraźnię geometryczną, a ich prace stają się coraz bardziej estetyczne.

Zadania z kafelkami, dzięki możliwości manipulowania i eksperymentowania, dają okazję do badania relacji zachodzących w „świecie geometrii”, takich jak regularność, rytm, symetria osiowa, symetria środkowa, oś symetrii, obrót, translacja.

„Kafelki” są narzędziem, które pozwala łączyć matematykę ze sztuką, architekturą czy plastyką, służą autentycznej integracji treści różnych obszarów edukacji wczesnoszkolnej, dają możliwość indywidualizacji pracy (każdy uczeń pracuje na miarę swoich możliwości).

W przypadku wzorów liniowych dzieci mają okazję do analizowania powtórzeń sekwencji wielowyrazowych, co pomaga im w nauce czytania i pisanie.

Człowiek w każdej nowej sytuacji poszukuje, świadomie lub intuicyjnie, związków umożliwiających jej zrozumienie. Jest to naturalna ludzka aktywność intelektualna, którą warto wykorzystywać w twórczości i samodzielnym odkrywaniu różnorodnych reguł i prawidłowości. Odpowiedni „trening” w tym zakresie może pomóc uczniom lepiej uczyć się i poznawać nowe treści w sposób rozumny, dzięki ich powiązaniu z innymi treściami i dzięki dostrzeżeniu zależności między nimi. To powinno wyeliminować ze szkolnej praktyki pamięciowe i odtwórcze uczenie się matematyki. Bowiemy w rozwijaniu myślenia matematycznego dzieci, nie możemy opierać się na odtwarzaniu wiedzy. Kompetencje matematyczne możemy kształtować jedynie w połączeniu z myśleniem twórczym ujawnionym poprzez kompozycje tworzone przez dzieci. Zatem istotnym atutem tworzenia regularności przez dzieci jest możliwość rozwijania w ten sposób dziecięcych kompetencji matematycznych.

Bibliografia

- Ghyka M.C., *Złota liczba. Rytm i rytuały pitagorejskie w rozwoju cywilizacji zachodniej*, Universitas, Kraków 2001.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., *Rytm. Wdrażanie do wychwytywania prawidłowości i korzystania z nich w nabywaniu umiejętności matematycznych*, [w:] *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Edukacja Polska, Warszawa 2009.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E., *Dziecięca matematyka – dwadzieścia lat później*, Bliżej Przedszkola, Kraków 2015.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E., *Dziecięca matematyka*, WSiP, Warszawa 1997.
- Korendo M., *Zaburzenia mechanizmów lewopółkulowych i ich objawy w zachowaniach i procesie uczenia się dzieci*, [w:] *Nowe podejście w diagnozie i terapii logopedycznej – metoda krakowska*, red. J. Cieszyńska, M. Korendo, Z. Orłowska-Popek, Wydawnictwo Naukowe UP, Kraków 2010.
- Maj M., *Rozwijanie umiejętności dostrzegania regularności geometrycznych u dzieci 6-letnich* [Niepublikowana praca magisterska napisana pod kierunkiem dr Barbary Nawolskiej w IPPiS Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie, Kraków 2017].

- Nawolska B., *Regularności w kształceniu dzieci młodszych*, [w:] *Matematyka w przyrodzie i sztuce: matematyka, przyroda i sztuka w kształceniu powszechnym*, t. 4, red. A. Płocki, Wydawnictwo Naukowe Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Nowym Sączu, Nowy Sącz 2016.
- Nawolska B., *Regularności w edukacji matematycznej a sztuka dziecka*, [w:] *Matematyka w przyrodzie i sztuce: matematyka, przyroda i sztuka w kształceniu powszechnym*, red. A. Płocki, I. Krech, Wydawnictwo Naukowe Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej, Nowy Sącz 2012.
- Nawolska B., *Rytmy i regularności w matematyce*, [w:] *Z teorii i praktyki edukacji dziecka. Inspiracje dla nauczycieli przedszkoli i klas I–III szkoły podstawowej*, red. K. Gąsiorek, Wydawnictwo Naukowe UP, Kraków 2011.
- Słownik języka polskiego*, t. 3: R–Z, red. M. Szymczak, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1989.
- Swoboda E., *Przestrzeń, regularności geometryczne i kształty w uczeniu się i nauczaniu dzieci*, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Rzeszów 2006.