

WYŻSZA SZKOŁA PEDAGOGICZNA  
IM. KOMISJI EDUKACJI NARODOWEJ W KRAKOWIE

PRACE MONOGRAFICZNE

ÉTUDES MONOGRAPHIQUES  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE A CRACOVIE

Nr LXV

BOGDAN JAN NOWECKI

„Krakowska szkoła  
dydaktyki matematyki”

Kraków 1984

Wydawnictwo Naukowe WSP



**„Krakowska szkoła  
dydaktyki matematyki”**

Kraków 1984  
Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego  
Wydział Pedagogiczny

**INSTYTUT MATEMATYKI**

**PRACE MONOGRAFICZNE  
WYŻSZEJ SZKOŁY PEDAGOGICZNEJ  
W KRAKOWIE**

**Tom LXV**

**ÉTUDES MONOGRAPHIQUES  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE  
A CRACOVIE**

**Wydawnictwo Naukowe  
Wyższej Szkoły Pedagogicznej**

**BOGDAN JAN NOWECKI**

**„Krakowska szkoła  
dydaktyki matematyki”**

**Kraków 1984**

**Wydawnictwo Naukowe WSP**

Recenzenci:

Doc. dr hab. STANISŁAW MIDURA

Doc. dr hab. WANDA NOWAK

## KOMITET REDAKCYJNY

STANISŁAW BURKOT

(przewodniczący)

JERZY JAROWIECKI, JULIUSZ JASIEŃSKI, HENRYK LACH, ZYGMUNT RUTA,

JERZY SIEPAK, EWA SŁAWĘCKA, JAN SZMYD, STANISŁAW WOŁODZKO

TADEUSZ ZIĘTARA

(członkowie)

IRENA PABIAN

(redaktor Wydawnictwa)

WYDAWNICTWO NAUKOWE WSP W KRAKOWIE, UL. KARMELICKA 41

Nakł. 200 egz. Ark. wyd. 2,0. Zam. 24-84. R-8(1682) Cena zł 30.—



THE UNIVERSITY OF CHICAGO





Profesor doktor Anna Zofia Krygowska.



**Prof. dr ANNIE ZOFII KRYGOWSKIEJ**

**Autor**



## SPIS TREŚCI

ZAMIĄST WSTĘPU . . . . .	9
POCZĄTKI . . . . .	10
DZIAŁALNOŚĆ . . . . .	26
1. Działalność naukowa . . . . .	26
2. Praca dydaktyczna - kształcenie nauczycieli.	31
3. Rozwój kadry dydaktyków matematyki . . . . .	37
UWAGI KOŃCOWE . . . . .	44
LITERATURA WYKORZYSTANA . . . . .	45
ANEKS . . . . .	48
P E 3 I O M E . . . . .	53



## Zamiast wstępu

W ocenie dorobku naukowego prof. dr Anny Zofii Krygowskiej, dokonanej przez wybitnego matematyka i dydaktyka matematyki, profesora uniwersytetu w Utrechcie, Hansa Freudenthala czytamy:

"Wśród wielu osób prowadzących badania w zakresie dydaktyki matematyki tylko nieliczne reprezentują odpowiedni poziom pod względem matematycznym i pedagogicznym. Pani Krygowska jest jedną z nich, a przy tym, być może, najważniejszą i najbardziej aktywną, zaś w każdym razie jako jedyna wśród nich naprawdę stworzyła szkołę o wybitnych osiągnięciach. Krakowska szkoła badań dydaktycznych jest w dydaktyce matematyki pojęciem uznanym na skalę międzynarodową".

O powstaniu i działalności tej Szkoły mówi też prof. dr J. Szarski. W [25] czytamy:

"Osobny rozdział stanowią osiągnięcia w zakresie metody nauczania i dydaktyki matematyki, tj. w dziedzinach, w których Kraków jest wiodącym Centrum w Polsce, pod kierownictwem Zofii Krygowskiej. Główne wyniki i dalsze badania podstawowe w tym zakresie dotyczą następujących zagadnień:

a/ koncepcji matematyki elementarnej jako konstrukcji historycznie zmiennej co do treści, metod i języka;

b/ psychomatematycznych problemów uczenia się i nauczania matematyki;

c/ metodyki uczenia się i nauczania matematyki.

W szczególności wymienimy tu przykładowo takie problemy, jak: podstawy matematyki elementarnej, specyfika języka współczesnej matematyki z punktu widzenia jej studiowania, trudności uczniów i analiza przyczyn tych trudności, rola intuicji i formalizmu, uzdolnienia matematyczne i ich ocena, indywidualizacja nauczania, ocena i kontrola wyników nauczania. Oprócz tego wymienić należy badania związane z reformą nauczania matematyki oraz eksperymenty pilotujące reformę i wdrożeniowe w pierwszych etapach reformy. Wszystkie te prace mają charakter pionierski i stanowią oryginalny dorobek grupy krakowskiej, której koncepcja dydaktyki matematyki uzyskała na terenie międzynarodowym nazwę "Krakowskiej szkoły dydaktyki matematyki" /podkr.B.J.N./

W obydwu tych wypowiedziach akcentuje się dwie rzeczy:

1<sup>o</sup> Istnieje w dziedzinie nauczania matematyki określone środowisko naukowe, które swoim zasięgiem badań, problematyką badawczą i osiągnięciami, a także zakresem oddziaływań i kontaktów, wychodzących daleko poza granice kraju, zyskało sobie miano "Krakowskiej szkoły dydaktyki matematyki".

2<sup>o</sup> Powstanie, rozwój i działalność tego środowiska wiąże się nierozzerwalnie z osobą prof. dr Anny Zofii Krygowskiej, wieloletniej nauczycielki szkół średnich Krakowa, od roku 1949 pracującej nieprzerwanie w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie.

W dalszych rozważaniach podejmujemy próbę odpowiedzi na pytania, jak doszło do powstania Szkoły, jak została ona ukształtowana, w jakich kierunkach działa, jakie stwarza perspektywy.

## Początki

Nazwa "Krakowska szkoła dydaktyki matematyki" jest uzasadniona nie tylko aktualną sytuacją, ale także jej historycznymi związkami z Uniwersytetem Jagiellońskim. Peda-



gogowie, psychologowie, matematycy twórczy, nauczyciele różnych poziomów od wieków interesowali się procesami uczenia i nauczania matematyki. Z tej bogatej tradycji wywodzi się oczywiście każda praca badawcza w zakresie dydaktyki matematyki. Na specyfikę koncepcji i kierunek rozwoju w tej dziedzinie szkoły, zwanej "krakowską" duży wpływ miała jednak działalność naukowa i pedagogiczna w dwudziestoleciu międzywojennym kilku matematyków krakowskich, w szczególności profesora Witolda Wilkosza, pracownika naukowego Uniwersytetu Jagiellońskiego oraz profesora Ottona Nikodyma, wówczas jeszcze nauczyciela szkoły średniej w Krakowie. Problemami nauczania matematyki interesowali się również i inni ówczesni krakowscy nauczyciele akademicy, na przykład profesorowie Antoni Hoborski i Stanisław Zaremba, jednakże Witold Wilkosz, jak i Otto Nikodym wnieśli do tej dziedziny oryginalne idee i szeroko je popularyzowali.

Był to okres burzliwego rozwoju "nowej matematyki", teorii mnogości, topologii, logiki matematycznej, analizy funkcjonalnej itp. oraz niezwykle aktywnych badań nad podstawami matematyki, nad metodą aksjomatyczną, jej znaczeniem i ograniczeniami. Matematyka rozwijana na Uniwersytecie Jagiellońskim przez długi czas nie uczestniczyła szerszym frontem w tym ruchu, którego motorami były przede wszystkim środowiska warszawskie i lwowskie. Do studentów matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego te nowe nurty matematyczne docierały jednak w pierwszym dziesięcioleciu drugiej Rzeczypospolitej przede wszystkim przez zajęcia prowadzone przez profesora Wilkosza, zajęcia odbijające jego wszechstronne zainteresowania i wykształcenie. Wiązała się z tym idea unowocześnienia matematyki szkolnej, wyeliminowania z niej wielu błędów usankcjonowanych już tradycją, zbliżenia matematyki jako przedmiotu nauczania do matematyki jako nauki.

Chodziło w szczególności o nową koncepcję matematyki elementarnej, konstruowanej z odpowiednią precyzją i równo-

częściej dostępną uczniom. Punktem wyjścia dla poszukiwania rozwiązania problemów dydaktycznych miała być zawsze analiza samej matematyki, porównanie różnych rozwiązań matematycznych tego samego problemu /różnych definicji tego samego pojęcia, różnych dowodów tego samego twierdzenia, różnych systemów symboliki itp./ z punktu widzenia możliwości i potrzeb nauczania na różnych poziomach, wybór odpowiedniego ujęcia w wyniku tej analizy i - co stanowiło o oryginalności tych idei - specyficzna elementaryzacja tego ujęcia. Idee te znalazły, między innymi, swe odbicie w dwutomowym dziele Ottona Nikodyma, zatytułowanym "Dydaktyka matematyki czystej" [13, 14].

Nauczyciele matematyki kształceni w tym czasie na Uniwersytecie Jagiellońskim wynosili ze swych studiów niewątpliwie pewne specyficzne nastawienie do swej dyscypliny, jako przedmiotu nauczania. Przejawiało się ono w ich pracach w ramach kierowanego przez Jana Leśniaka Ogniska Metodycznego Matematyki, artykułach publikowanych w czasopiśmie "Parametr" oraz w licznych konferencjach organizowanych w Krakowie. W pracach Ogniska brali aktywny udział matematycy - profesorowie wyższych uczelni Krakowa.

Niesłuszne byłoby oczywiście twierdzić, że był to już ośrodek naukowych badań z dydaktyki matematyki, ale takie perspektywy już się zarysowywały.

Wojna przerwała działalność Ogniska. Po wojnie odrodziło się ono w nieco zmienionej postaci, jako kierowany początkowo przez Jana Leśniaka, następnie kolejno przez Zofię Krygowską i Józefa Jodłowskiego Ośrodek Metodyczny Matematyki działający przy Kuratorium Krakowskiego Okręgu Szkolnego. Perspektywę jednak dla rozwoju dydaktyki matematyki jako autonomicznej dyscypliny naukowej otwarło dopiero powstanie w roku 1946 Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie, do pracy w której przeszedł od początku Jan Leśniak oraz od roku 1949 - Zofia Krygowska.

Zdarzeniem bez precedensu w historii Uniwersytetu Jagiellońskiego było uzyskanie przez te dwie osoby doktoratów na podstawie rozpraw z dydaktyki matematyki na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym tego uniwersytetu. W obu przypadkach promotorem był Tadeusz Ważewski, głęboko zainteresowany problemami nauczania matematyki. Aktem promowania tych doktorów stworzył załóżek kadry dla rodzącej się dopiero jako naukowej dyscypliny - dydaktyki matematyki. Ten kierunek popierał też od początku bardzo życzliwie profesor Stanisław Gołąb.

Rozwój dydaktyk przedmiotów kierunkowych, jako autonomicznych, choć interdyscyplinarnych dziedzin, stanowił istotny element koncepcji szkoły wyższej kształcącej nauczycieli, wypracowywanej w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie od samego początku jej istnienia. W tej koncepcji przygotowanie w szkole wyższej przyszłego nauczyciela powinno obejmować nie tylko głębokie studium dyscypliny kierunkowej ale także odpowiednio poważne studia w zakresie innych dyscyplin, w szczególności psychologiczno-pedagogicznych oraz w zakresie zajmującej szczególne miejsce w układzie przedmiotów studiów, dydaktyki dyscypliny kierunkowej. Tą szczególną funkcją, między innymi integrującą całość studium, dydaktyka dyscypliny kierunkowej może pełnić tylko wtedy, jeżeli rozwija się ona jako dziedzina badań na poziomie naukowym. Stąd z samej koncepcji kształcenia nauczyciela matematyki w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie wynikała działalność w zakresie dydaktyki matematyki mająca następujące cele: po p i e r w s z e - stworzenie teoretycznych i metodologicznych podstaw tej nowej dyscypliny naukowej, wyrastającej w równej mierze z matematyki, psychologii, dydaktyki ogólnej, filozofii i metodologii nauki; po d r u g i e - stworzenie warunków prawnych i organizacyjnych kształcenia kadr naukowych w tej nowej dyscyplinie; po t r z e c i e - w oparciu o badania teore-



tyczne i eksperymentalne w dziedzinie dydaktyki matematyki w Polsce i w świecie stałe ulepszanie nauczania matematyki w szkole polskiej, na różnych jej poziomach.

Problematyka pracy badawczej obejmuje od początku następujące zagadnienia:

1. Teoretyczne podstawy nauczania matematyki w szkole w świetle matematyki współczesnej i jej metodologii.

2. Psychologiczne i pedagogiczne czynniki, weryfikujące prawidłowe kształcenie wiedzy, sprawności i inwencji ucznia w zakresie matematyki.

3. Modernizację nauczania matematyki w zakresie zarówno treści jak metod i środków nauczania.

W nie publikowanym komentarzu do tych problemów prof. dr Z. Krygowska stwierdza:

"Celem badań teoretycznych skoncentrowanych dokoła zagadnienia pierwszego jest wypracowanie koncepcji matematyki elementarnej odpowiadającej dzisiejszemu etapowi rozwoju matematyki i jej zastosowań. Badania w zakresie zagadnienia drugiego zmierzają do określenia warunków psychologicznych i pedagogicznych realizacji tej koncepcji. Prace związane z zagadnieniem trzecim wyrażają się w konkretnych propozycjach dydaktycznych, programowych i metodycznych i w ich eksperymentalnej weryfikacji.

W toku tych wszystkich prac poszukują właściwych dla dydaktyki metod badania. Ze względu na specyficzny charakter matematyki i jej nauczania te metody obejmują i analizę teoretyczną matematyki, i rozwiązywanie pewnych konkretnych zagadnień matematycznych, i sposoby transmisji ogólnych rezultatów psychologii myślenia, i psychologii genetycznej do nauczania, i własne badania eksperymentalne w szkole. Taka złożona metodologia w dziedzinie nauczania matematyki dotychczas nie została opracowana i stanowi nowe zagadnienie".

W uzupełnieniu tego komentarza warto zwrócić uwagę na oryginalne spojrzenie prof. Z. Krygowskiej na problemy dydaktyczne. Charakteryzuje się ono jednością trzech źródeł, z których biorą początek propozycje dydaktyczne dla szkoły. Są to:

- analiza treści matematycznych, odpowiadająca aktualnemu stanowi rozwoju matematyki;

- poszukiwanie metod i środków realizacji materiału w szkole;

- weryfikacja eksperymentalna koncepcji teoretycznej.

Na tle tej rozległej pracy teoretycznej i eksperymentalnej rodzą się metody badań dydaktycznych, metodologia dydaktyki matematyki. Tak jak poprzednio w pracy nauczycielskiej, obecnie w pracy naukowej prowadzonej w uczelni, prof. Z. Krygowska utrzymuje silną więź ze szkołami. Docho-  
dzą do tego jeszcze dwa nowe czynniki - stała praca dydaktyczna i organizacyjna w WSP i /później/ w uniwersytecie nad kształceniem kandydatów na nauczycieli oraz rozległe kontakty naukowe z ośrodkami zagranicznymi. Te ostatnie miały bardzo duże znaczenie dla intensyfikacji i ukierunkowania prac naukowo-badawczych w dziedzinie modernizacji matematyki szkolnej, rozwijającej się żywiolowo od połowy naszego wieku. W roku 1956 Z. Krygowska uczestniczyła jako ekspert ze strony polskiej w dorocznej konferencji międzynarodowej, organizowanej w Genewie przez UNESCO i Biuro Międzynarodowe Wychowania w Genewie pod kierunkiem J. Piageta i poświęconej problemom modernizacji nauczania matematyki na poziomie średnim. Był to początek rozwijającej się bardzo szybko współpracy międzynarodowej, rosnącej stopniowo grupy krakowskich dydaktyków, z wielu organizacjami o zasięgu światowym i lokalnym, w szczególności z UNESCO, z Międzynarodową Komisją do Studiowania i Ulepszania Nauczania Matematyki oraz z Międzynarodową Komisją Nauczania Matematyki przy Międzynarodowej Unii Matematycznej. W Polsce nowe idee dotyczące nauczania matematyki na różnych poziomach, sugerowane w toku konferencji genewskiej, były propagowane przez referaty Zofii Krygowskiej wygłaszane na posiedzeniach różnych oddziałów PIM, przez odczyty dla nauczycieli, artykuły w czasopiśmie Matematyka oraz w pracach komisji programowych. Międzynarodowe kontakty zostały wzmocnione przez powołanie w roku 1958 Z. Krygowskiej do

Międzynarodowej Komisji do Studiowania i Ulepszania Nauczania Matematyki, w której pracach brała ona od tego czasu aktywny udział /była też przewodniczącą tej komisji w latach 1970-1974 oraz jest dotąd jej przewodniczącą honorową/.

W roku 1958 na Wydziale Matematyczno-Fizycznym WSP w Krakowie utworzono Katedrę Metodyki Nauczania Matematyki /później nazwaną Katedrą Dydaktyki Matematyki/. Obejmuje ją prof. dr Z. Krygowska /wówczas docent/. Ponieważ była to pierwsza w Polsce Katedra tego typu na Wydziale Matematyczno-Fizycznym, warto poświęcić jej początkom trochę więcej uwagi.

W chwili powstania w Katedrze, poza kierownikiem, pracowało na godzinach zleconych trzech wykładowców /nauczycieli szkół średnich/ oraz dwóch etatowych asystentów. Współpracowali z nią dorywczo inni nauczyciele szkół średnich Krakowa. Grupa tych nauczycieli traktowana była od początku jako załączek większego zespołu współpracowników Katedry podejmujących prace eksperymentalne w szkole.

W charakterystyce pracy Katedry przedstawionej przez jej kierownika w roku 1961 czytamy następujące stwierdzenia:

"Naukowa praca Katedry koncentrowała się dokoła szczególnych tematów związanych z następującymi zagadnieniami, których opracowanie przewidziane jest co najmniej na dziesięć lat: współczesna koncepcja matematyki elementarnej i jej nauczania, modernizacja treści i metod nauczania matematyki, naturalne myślenie ucznia i metoda matematyczna /w szczególności intuicja, eksperyment i formalizm matematyczny w nauczaniu/, środki wyrażania i przekazywania matematycznych treści /słowo-schemat, symbol matematyczny, film itp/. W związku z tymi zagadnieniami ogłoszono drukiem 13 artykułów oraz oddano do druku cztery. Prowadzono zespołowe badania teoretyczne i eksperymentalne na temat modernizacji nauczania geometrii, których konkretnym rezultatem było opracowanie programu geometrii dla liceum oraz pierwszego zarysu podręcznika dostosowanego do tego programu.

W pracy dydaktycznej zwrócono szczególną uwagę na podnoszenie stopnia samodzielności studentów oraz zajęto się konkretnymi problemami dydaktycznymi, jak na przykład wypracowaniem koncepcji seminarium metodycznego, formami prowadzenia ćwiczeń z metodyki nauczania matematyki i praktyk oraz metodyką nauczania na pierwszym roku studiów. Prace



magisterskie powiązano ściśle z problematyką modernizacji nauczania matematyki. W okresie sprawozdawczym wykonano cztery takie prace.

Katedra utrzymywała nawiązane poprzednio i rozszerzała kontakty z pokrewnymi ośrodkami badawczymi za granicą. Doc. dr Z. Krygowska brała udział w trzech międzynarodowych konferencjach Międzynarodowej Komisji do Studiowania i Ulepszania Nauczania Matematyki, której jest stałym członkiem. Na życzenie tej Komisji Katedra zorganizowała w 1960 r. międzynarodowy zjazd, poświęcony problemom matematyki podstaw w nauczaniu. Zjazd odbył się w Krakowie, uczestniczyło w nim około 100 osób z 11 krajów. Katedra gościła również dwukrotnie metodyków zagranicznych, którzy przybyli do Krakowa w celu zapoznania się z pracą Katedry.

Katedra jest bardzo żywo zaangażowana w bieżących problemach nauczania matematyki w Polsce, współpracując z wszystkimi ośrodkami czynnymi w dziedzinie reformy szkolnej i podnoszenia poziomu nauczania matematyki w szkołach /ośrodku doskonalenia nauczycieli, Polskie Towarzystwo Matematyczne, Komisja Nauk Pedagogicznych PAN, komisje programowe Ministerstwa Oświaty i Rady Głównej Szkolnictwa Wyższego, inne zakłady kształcenia nauczycieli jak SN i WSP/" [4].

Warto odnotować również poglądy Z. Krygowskiej związane z powołaniem Katedry, źródłami tej decyzji i jej znaczeniem dla dydaktyki matematyki. W [4] czytamy:

"Metodyka nauczania matematyki jest w chwili obecnej przedmiotem żywej dyskusji, licznych eksperymentów i badań teoretycznych o charakterze międzynarodowym, zmierzających do zasadniczej zmiany samej koncepcji matematyki elementarnej i reformy jej nauczania w szkole. Dwa podstawowe fakty stały się źródłem tych tendencji. Z jednej strony rozwój matematyki w ostatnich pięćdziesięciu latach, związany z rewolucją poglądów na jej przedmiot i metodologię, odzwierciedloną w rozszerzeniu się zastosowań matematyki na dziedziny dotąd jej obce nauk humanistycznych i społecznych, z drugiej wzrost społecznego znaczenia kształcenia matematycznej myśli i odpowiedzialności za poziom nauczania matematyki, obejmującego już nie elitę, ale całą młodzież - prowadzą do nieuchronnej przebudowy zacofanej matematyki szkolnej w zakresie jej programów i metod nauczania. Reformę, której konieczność już dziś nie podlega żadnej dyskusji, trzeba oprzeć na obiektywnych badaniach teoretycznych i eksperymentalnych. Utrwała się przy tym przekonanie, że stanie się ona zaczątkiem permanentnej reformy, przebiegającej równoległe do dynamicznego rozwoju matematycznych podstaw techniki i nauki, maszyn matematycznych i automatyzacji, cybernetyki itp. - permanentnej rewizji samej kon-

cepcji kształcenia. Tworzenie naukowych zakładów, których zadaniem byłoby obiektywne badanie tych zagadnień oraz przygotowanie teoretycznych podstaw dla konkretnych już reform o charakterze administracyjnym i organizacyjnym w szkolnictwie, jest więc nie tylko celowe, ale i konieczne.

Powstanie Katedry Metodyki Nauczania Matematyki i WSP w Krakowie można uważać za jeden z czynników realizacji tej idei; utworzenie tej placówki naukowej właśnie w WSP krakowskiej było jednak nie tylko odpowiedzią na te potrzeby, ale też rezultatem prac prowadzonych już poprzednio w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie, których zasięg i ranga wymagały ujęcia w pewne ramy organizacyjne i zapewnienia im należytej bazy".

W związku z utworzeniem Katedry uściślone i dokładniej sprecyzowane zostały problemy badawcze, jakie powinny być rozwiązywane w dydaktyce matematyki. W przytoczonym dokumencie czytamy dalej:

"W centrum uwagi znajdowało się i znajduje ogólne zagadnienie modernizacji nauczania matematyki tak w zakresie jej treści, jak i metod. W pierwszej dziedzinie dokonuje się rewizji przestarzałej tematyki. Z drugiej strony analizuje się współczesną tematykę, starając się wyodrębnić te jej podstawowe pojęcia, operacje, twierdzenia, metody, które są istotne dla jej rozwoju, które stanowią dziś nieodzowne, prymitywne narzędzia myśli matematycznej, równocześnie zaś mają charakter elementarny. Chodzi o nową definicję i o nową konstrukcję tzw. matematyki elementarnej, stanowiącej przedmiot nauczania w szkole. Mit historycznego układu, w konsekwencji którego matematyka jest opóźniona w stosunku do nauki o kilka wieków i nie zmienia się od wielu dziesiątków lat, jest wstecznym anachronizmem w epoce, w której matematyka zaczyna odgrywać rolę dyscypliny podstawowej, tworzącej podstawę dla pewnej integracji nauk pozornie odrębnych. Wypracowanie nowej koncepcji matematyki szkolnej było i jest jednym z głównych zagadnień, któremu poświęcono w WSP krakowskiej wiele uwagi. Ujęcie generalne, synteza rezultatów tych badań teoretycznych znajduje się jeszcze w opracowaniu, ale częściowe z nich sprawozdania przedstawiono w fragmentach licznych publikacji, w czasopiśmie metodycznych polskich i zagranicznych, w rocznikach WSP, w książce poświęconej metodyce nauczania geometrii, w publikacjach Biblioteczki Matematycznej i Biblioteki Popularnonaukowej PWN.

Równoległe do tej morfologicznej analizy samej matematyki, mającej na celu wykrycie struktur nauki dla niej podstawowych i równocześnie bliskich intuicji i konkretnemu doświadczeniu ucznia, bada się również sposoby i możliwości przeniesienia tych elementów na teren szkoły. Wypra-



cowuje się przy tym pewne ogólne zasady takiego postępowania. Jako przykład można podać sformułowaną przez Z. Krygowską zasadę stanowiącą podstawę dla stosowania "metody czynnościowej". Wychodzi się tu z konkretnej analizy pojęć matematycznych, ujawniając ich operatywny, konstruktywny charakter: opisu pojęcia dokonuje się przez podanie ciągu abstrakcyjnych operacji, których wykonanie prowadzi do jego myślowej konstrukcji. Bardzo skomplikowane operacje stosowane w matematyce można sprowadzić do niewielu prostych - choć abstrakcyjnych - operacji, których źródła nie-trudno odnaleźć w konkretnych lub wyobrażonych czynnościach. Formułując definicje, twierdzenia, metody postępowania, rozumowania, problemy tak, aby te podstawowe, elementarne operacje zostały wyraźnie ujawnione, wiąże się abstrakcyjny schemat z czynnościowym nastawieniem ucznia, ułatwiając mu dostęp do niejednokrotnie pozornie bardzo trudnych zagadnień. Wyłania się z tego nowe ujęcie zasady pogłębienia, w której podkreśla się rolę konkretnej czy wyobrażonej czynności, jako poprzednika abstrakcyjnej operacji. Badania w tym zakresie odbywają się na granicy samej matematyki i psychologii rozwojowej, której osiągnięcia i sugestie szeroko się tu wykorzystuje. Podobnie przebiegają podjęte prace na temat uogólnienia, intuicji, formalizmu w matematyce i jej nauczaniu.

Rezultaty tej ogólnej, teoretycznej analizy znajdują swoją konkretyzację w tzw. propozycjach dydaktycznych, tj. projektach lekcji i cyklów lekcji, realizacji całych działów materiału szkolnego. Propozycja dydaktyczna jest hipotezą roboczą opracowaną tak pod względem treści, jak i metody nauczania, którą poddaje się weryfikacji wstępnej w niewielu klasach prowadzonych przez dobrych i zainteresowanych danym zagadnieniem nauczycieli. Po tych wstępnych eksperymentach powinny następować eksperymenty masowe /.../.

Trzeci typ zagadnień, związany bezpośrednio z dwoma poprzednimi, to prace poświęcone stosunkowi naturalnej myśli ucznia do jego myślenia organizowanego w specyficzny sposób przez nauczanie matematyki. Bada się przy tym trudności i błędy uczniów, analizuje ich przyczyny. W tym zakresie niektóre rezultaty, dotyczące błędów formalizmu w algebrze i trudności wynikających ze skomplikowanego stosunku rzeczywistych doświadczeń przestrzennych ucznia do abstrakcyjnych schematów geometrii zostały omówione w kilku publikacjach w kraju i za granicą; duża część materiałów wymaga jeszcze opracowania. Odrębny nieco dział pracy nad metodyką nauczania matematyki w szkole średniej stanowią publikacje popularnonaukowe i podręczniki poświęcone gruntownemu oświeceniemu naukowego materiału objętego aktualnie obowiązującym programem nauczania. Publikacje tego rodzaju spełniają również rolę pomostu między nauką a nauczaniem elementarnym.

Te wszystkie zagadnienia wprowadza się również do zajęć dydaktycznych ze studentami w dziedzinie metodyki,

obejmujących wykłady, ćwiczenia, seminarium metodyczne, obowiązujące wszystkich studentów, seminarium metodyczne magisterskie i praktykę sześciotygodniową w szkole. Poza wdrożeniem studentów do pewnej techniki dydaktycznej, naczelną ideą tych wszystkich zajęć jest uświadomienie im bogactwa i złożoności problematyki, otwierającej się dziś przed nauczycielem i przygotowaniem ich w tej mierze, jaka jest możliwa w istniejących warunkach, do samodzielnego rozwiązywania tych problemów. W związku z tym pozostają również prace magisterskie.

Prace z metodyki nauczania matematyki rozumiane tak, jak to powyżej przedstawiono, są bardzo trudne z wielu powodów. Mają one charakter pionierski ze względu na brak wypracowanych metod badań w dziedzinie, w której spotykają się zagadnienia samej matematyki, jej podstaw teoretycznych i filozoficznych oraz jej współczesnej metodologii, psychologii myśli matematycznej, psychologii rozwojowej, pedagogiki oraz historii matematyki, pojętej jako historia myśli i kultury matematycznej. Charakter pionierski tej pracy jest też wynikiem braku odpowiedniej kadry naukowej; badania te utrudnione są również przez opory, wynikające z konserwatyizmu tradycyjnej szkoły.

Mimo tych trudności można stwierdzić obiektywnie, że prace na temat metodyki nauczania matematyki w WSP krakowskiej otworzyły nową perspektywę przed dydaktyką matematyki. Trzeba podkreślić ich wpływ na analogiczne prace w innych placówkach oraz ich związek z międzynarodowym ruchem modernizacji nauczania matematyki i przyznawane im tam znaczenie" [4] .

Początek lat 60-tych charakteryzuje się wyraźnym rozwojem Katedry. W roku 1964 liczy ona 8 pracowników etatowych. W tym też roku Z. Krygowska uzyskała tytuł naukowy profesora nadzwyczajnego. Jest pierwszym profesorem w dziedzinie dydaktyki matematyki. Rozpoczyna się, tradycyjne już, poniedziałkowe seminarium naukowe prowadzone systematycznie do tej pory przez prof. dr Z. Krygowską i skupiające nauczycieli akademickich zajmujących się dydaktyką matematyki i nauczycieli z różnych ośrodków w kraju.

Jesienią roku 1964 odbyła się Ogólnopolska Konferencja na temat problematyki programu metodyki nauczania matematyki oraz form jego realizacji w szkołach wyższych kształcących nauczycieli. Uważam, że tę datę można uznać za datę ostatecznego ukonstytuowania się Krakowskiej Szkoły Dydaktyki Matematyki. Dowodzi tego problematyka Konferencji oraz ustalenia i wnioski, jakie na niej zapadły.



W referacie głównym konferencji [21] prof. dr Z. Rygowska koncentruje swoje rozważanie wokół odpowiedzi na pytanie:

"Czy metodykę nauczania matematyki w szkole wyższej, dającej kwalifikacje zawodowe, należy traktować jako przedmiot studiów wyższych, czy jako praktyczne przysposobienie do zawodu ?"

Pozornie odnosi się ono do programu metodyki nauczania matematyki i problemów realizacji tego programu, w rzeczywistości wymaga głębokiej analizy tego, co w metodyce już zostało zrobione, co powinno być dalej robione, i jak uzyskiwane wyniki winny rzutować na przygotowywanie nauczycieli.

W szczególności trzeba wyraźnie odpowiedzieć na pytanie, czy metodyka nauczania matematyki może już być uważana za określoną lub tworzącą się dyscyplinę naukową, czy nie?

Na tle szeroko zarysowanej sytuacji w szkole ogólnokształcącej i szczegółowej charakterystyki tendencji w modernizacji nauczania matematyki, formułuje autorka określone tezy odnoszące się zarówno do teoretycznych jak i praktycznych problemów dydaktyki matematyki.

**T e z a 1.** Metodyka nauczania matematyki pojawia się już jako nowa dyscyplina naukowa z własnymi problemami badawczymi i coraz wyraźniej precyzowanymi metodami badań. Jest to dyscyplina graniczna, powstająca na styku wielu nauk o utrwalonych już wiekowych tradycjach, w tym przede wszystkim matematyki, dydaktyki ogólnej, psychologii, socjologii a nawet filozofii.

**T e z a 2.** Nie można ograniczać studium metodyki nauczania matematyki do praktycznego /"cechowego"/ przygotowania studentów do pracy w szkole /na zasadzie: mistrz - doświadczony nauczyciel, przyucza do zawodu czeladnika - kandydata na nauczyciela/. Takie przygotowanie jest bowiem nie tylko niewystarczające, ale wręcz szkodliwe dla nauczania.

**T e z a 3.** Metodyka nauczania matematyki musi być traktowana jako jeden z ważnych przedmiotów studiów przyszłych nauczycieli matematyki na różnych poziomach nauczania.

T e z a 4. Kurs metodyki nauczania matematyki winien być oparty na programie otwartym, obejmującym zarówno podstawy ogólne jak i bezpośrednio związane z realizacją materiału szkolnego. Zasady konstrukcji takiego otwartego, ale nie ogólnego programu winny uwzględniać następujące ustalenia:

a/ Program obejmuje problematykę studium, a nie problematykę wykładów i ćwiczeń. Podział tej problematyki na części opracowywane odpowiednio na wykładach, ćwiczeniach, zajęciach praktycznych i samodzielnie przez studentów na podstawie lektury, zależy od warunków lokalnych poszczególnych uczelni.

b/ Problematyka wymieniona w programie obejmuje pewne zagadnienia stałe oraz inne, których wybór nie tylko może ale powinien podlegać rewizji i zmianom w zależności od możliwości rozwijającego się zakładu naukowego, od aktualnych i perspektywicznych potrzeb oświaty oraz od postępów samej dyscypliny.

c/ Program powinien być otwarty również ze względu na możliwość różnych sposobów jego realizacji, ponieważ pewne zagadnienia ogólne mogą być ujawniane i opracowywane na tle omawiania tematów szczegółowych i na odwrót.

d/ Program otwarty nie musi być programem bardzo ramowym, a w zastosowaniu do metodyki nauczania matematyki nie powinien być nawet zbyt ramowy.

Zarysowana przez Z. Krygowską problematyka znalazła żywy oddźwięk w dyskusji. Poruszano w niej wiele zagadnień związanych z przygotowaniem nauczycieli, ustosunkowano się także do tez referatu. Jako charakterystyczny głos na ten temat, przytoczymy wypowiedź Z. Opiala /ówczesnego docenta UJ/, który jako uznany już, wybitny matematyk okazywał duże zainteresowanie problemami nauczania i rozumiał te problemy w sposób bardzo nowoczesny. Bez przesady można stwierdzić, że wypowiedź ta bardzo dobrze oddaje odczucia, nastroje i stanowisko uczestników konferencji w sprawach zasadniczych.



"Na wstępie wypadaloby stwierdzić, że z punktu widzenia współczesnej nauki, współczesnej matematyki niemożliwy jest kompromis między matematyką drugiej połowy XX wieku i matematyką dziewiętnastowieczną. Wobec tego jest także niemożliwy kompromis między matematyką współczesną i dziesięcszą matematyką szkolną. Możliwy i dopuszczalny jest kompromis z matematyką sprzed lat dwudziestu czy trzydziestu, ale nie z matematyką sprzed lat sześćdziesięciu czy siedemdziesięciu. I dlatego też matematyka współczesna w swoich podstawowych propozycjach, ideach i konstrukcjach jest bezkompromisowa. Każda bezkompromisowa koncepcja jest tu lepsza, zdrowsza od jakiegokolwiek kompromisu. I dlatego matematyk musi wyklądać matematykę nowoczesną wedlug koncepcji współczesnej nauki. Musi, czy umie czy nie, czy chce czy nie, wyklądać tak, aby podstawowe koncepcje współczesnej matematyki byly w wykladzie uwzględnione.

Co przeciwstawia temu stanowisku nauki nasze szkolnictwo? Przede wszystkim zacofanie samej matematyki szkolnej, która po prostu niefrasobliwie opiera się w całości na kanonie matematyki dziewiętnastowiecznej. Ponadto całkowite niemal niewykorzystanie nowych zupełnie środków, jakich szkolnictwu dostarcza rozwój nowoczesnej techniki - nauczyciel matematyki chciałby zapewne prowadzić lekcje przy pomocy filmu, radia czy telewizji i jeżeli tego nie robi, to dlatego, że nikt mu takich możliwości nie stwarza, nikt go tego nie uczy.

Dodajmy do tego niewesołego obrazu jeszcze jeden bardzo ważny i bardzo groźny czynnik - dynamizm rozwoju współczesnej matematyki objawiający się chociażby tym, że matematyka w dalszym ciągu gwałtownie się zmienia i to szybciej, niż zmieniała się kiedykolwiek w przeszłości.

Czynników takich jest zresztą znacznie więcej, wystarczy jednak, że uwzględnimy tylko te trzy - zacofanie programu szkolnego, niewykorzystanie w nauczaniu matematyki nowoczesnych środków technicznych i dynamizmu rozwoju samej matematyki, aby od razu dojść do wniosku, że istnieje rzeczywisty problem, w jaki sposób tej matematyki nowoczesnej uczyć, co z nią zrobię, by w umysłach tych, których jej uczymy, wytworzyć należyte o niej pojęcie, aby ich wyposażyć w umiejętność rozumienia i stosowania jej ujęć. Tu właśnie, na styku współczesnej matematyki z rzeczywistością szkolną, istnieje realny społeczny i naukowy problem. Jest to problem metodyki nauczania matematyki.

Co wybrać z bogatego zasobu pojęć, metod i konstrukcji współczesnej matematyki, czego uczyć, to matematycy wiedzą doskonale; w jaki sposób konkretnie taki nowoczesny ambitny program realizować - tego nie wiedzą. I w tej trudnej sytuacji nie może chodzić już tylko o wymyślenie jakiegoś lepszego czy gorszego sposobu nauczania matematyki, potrzebna jest cała nauka i cała wiedza o tym, jak jej uczyć. Powtarzam z naciskiem - cała nauka i wiedza. I to już od zaraz,

od dnia dzisiejszego. Metodyka nauczania matematyki - to jest właśnie, moim zdaniem, ta dyscyplina naukowa, której potrzebę daje się tu odczuwać, i to z punktu widzenia interesu zarówno naukowego jak i społecznego.

Na marginesie moich zainteresowań czysto matematycznych zajmuję się także pewnymi zagadnieniami z historii matematyki. Wyobrażam sobie, że kiedy już znajdę się na emeryturze i będę miał czas tymi problemami głębiej się zajmować, napiszę monografię z historii matematyki w Polsce obejmującą także lata sześćdziesiąte naszego wieku. Będzie się tam zapewne znajdował paragraf, może nawet cały rozdział, noszący tytuł będący parafrazą innego tytułu, mianowicie pewnej książki filozofia Nietschego: narodziny metodyki nauczania matematyki z ducha nowoczesnej matematyki, ze społecznej sytuacji tej nauki w życiu współczesnego człowieka. Już teraz bowiem jasno widać, iż metodyka nauczania matematyki, taka jaka tu na naszych oczach powstaje, taka jak nam to prof. Krygowska pięknie przedstawiła w swoim referacie - to właśnie to, co wyrasta jako prosta konsekwencja ducha nowoczesnej matematyki, bezpośrednio konsekwencja tego, że we współczesnej matematyce odeszliśmy od szkolnej matematyki, iż potrzebne jest uchwycenie z powrotem zerwanej przed wieloma laty więzi, potrzebne jest podciągnięcie matematyki szkolnej znowu na wyżyny nauki współczesnej" [21].

Nie można powstrzymać się w tym miejscu od wyrażenia żalu, że przedwczesna śmierć prof. Zdzisława Opiala nie pozwoliła mu na zrealizowanie tak pięknie zarysowanej idei opracowania monografii historii polskiej matematyki, w której to monografii tak poczesne miejsce chciał dać metodyce nauczania matematyki.

Dla pełniejszej charakterystyki dydaktyki matematyki w środowisku krakowskim /do czasu omawianej tu konferencji używało się zamiennie określeń metodyka nauczania matematyki i dydaktyka matematyki; nie wnikając w to, czy było to uzasadnione, trzeba odnotować, że obecnie używa się w Polsce powszechnie nazwy dydaktyka matematyki/ z początku lat sześćdziesiątych przytoczymy jeszcze wnioski z omawianej konferencji.

1° Konieczne jest zorganizowanie międzyuczelnianego seminarium poświęconego naukowym zagadnieniom dydaktyki matematyki. Jego uczestnikami byłiby przede wszystkim wy-

kładowcy tego przedmiotu. /Seminarium takie, pod kierunkiem prof. Z. Krygowskiej działa do tej pory, o czym już wspominaliśmy./

2<sup>o</sup> Program dydaktyki matematyki winien być opracowany przy udziale odpowiedniej komisji PTM.

3<sup>o</sup> Katedry i Zakłady Dydaktyki Matematyki powinny być powoływane przy Wydziałach Matematyczno-Fizycznych, a nie Pedagogicznych.

4<sup>o</sup> Konieczne jest podjęcie pilnych starań o zwiększenie bazy materialnej tych zakładów. Dotyczy to szczególnie książek i czasopism.

5<sup>o</sup> Należy, w miarę możliwości kadrowych, organizować seminaria z dydaktyki matematyki dla studentów. Wśród nich powinny też być seminaria magisterskie.

Wydaje się, że zatrzymanie uwagi czytelnika na tej konferencji jest, z punktu widzenia naszych rozważań, całkowicie uzasadnione. Miała ona bowiem znaczenie przełomowe w trzech podstawowych dla rozwoju dydaktyki matematyki, płaszczyznach: naukowej, dydaktycznej i kadrowej. Znalazło to odbicie w ustaleniach końcowych:

1. Uznano dydaktykę matematyki za nową, istotną społecznie, dyscyplinę naukową.

2. Podniesiono jej rangę do roli ważnego przedmiotu studiów nauczycielskich.

3. Uznano za konieczne kształcenie kadr naukowych w dziedzinie dydaktyki matematyki.

Stwierdzenia te uzasadniają również wyrażony wyżej pogląd, że od roku 1964 grupa dydaktyków matematyki WSP w Krakowie działa już jako "Krakowska szkoła dydaktyki matematyki".



## Działalność

W charakterystyce działalności krakowskiego środowiska dydaktycznego uwzględnimy wyżej wymienione trzy płaszczyzny przedsięwzięć:

### 1. Działalność naukowa

1.1. Zapoczątkowana wcześniej i dobrze ukierunkowana praca naukowa Katedry Metodyki Nauczania Matematyki i skupionej wokół niej grupy dydaktyków matematyki rozwija się intensywnie, niezależnie od zmian organizacyjnych, jakie przeżyliśmy na początku lat siedemdziesiątych /m.in. nastąpiła likwidacja Katedr i powołanie Instytutów. Od roku 1973 działa Zakład Dydaktyki Matematyki w Instytucie Matematyki/.

W roku 1970 Katedra liczyła 10 etatowych nauczycieli akademickich, w tym jednego profesora, jednego docenta, dwóch adiunktów - doktorów i 6 starszych asystentów.

Rok 1980 zamknięty został liczbą 20 nauczycieli akademickich w Zakładzie, w tym 2 docentów ze stopniami naukowymi doktora habilitowanego, 6 adiunktów - doktorów i 12 starszych asystentów i asystentów. Zakład zatrudnia też dwóch pracowników inżynieryjno-technicznych.

1.2. W pracach naukowych podjęto i opracowano szereg problemów natury teoretycznej, a także rozwinięto prace eksperymentalne. Niektóre z nich stanowiły przedmiot rozpraw doktorskich i jako takie zostały zakończone. Kilka tematów opracowuje się w dalszym ciągu, a niektóre, w formie książek, artykułów i rozpraw, zostały już opublikowane.

Praca eksperymentalna w szkołach średnich koncentrowała się wokół zmodernizowanego nauczania geometrii według koncepcji prof. dr Z. Krygowskiej. Została ona zapoczątkowana przed wprowadzeniem nowych programów i stanowiła pierwszą próbę realizacji nowej geometrii w szkole. Wyniki

prac eksperymentalnych uwzględnione zostały w serii podręczników do geometrii w liceum i technikum, autorstwa Z. Krygowskiej, wydanych w latach 1965-1974 [2, 3, 8, 9].

Drugi typ eksperymentów dotyczył nauczania matematyki w szkole podstawowej i obejmował różne warianty. Rozpoczęta w początku lat sześćdziesiątych próba wykorzystania materiałów Ciusenair'a i Dienesa do nauczania matematyki w klasie I szkoły podstawowej, przerodziła się w następnych latach w eksperyment o szerokim zasięgu, którym objęto kilkadziesiąt szkół w całej Polsce. Stanowił on upowszechnienie prób prowadzonych przez Katedrę i był kierowany bezpośrednio przez dr H. Moroza.

Eksperyment ten dotyczył:

1/ wprowadzenia nowych treści programowych i zbadania możliwości operatywnego przyswojenia tych treści przez uczniów,

2/ wprowadzenia do nauczania w szkole podstawowej elementów nowoczesnego języka matematycznego, jego terminologii i symboliki i zbadania możliwości stopniowego przyswajania tego języka uczniom,

3/ zbadania, w jakie mierze - w porównaniu z programem obowiązującym - te nowe treści i ten nowy język umożliwiają bardziej syntetyczną i bardziej ekonomiczną organizację materiału nauczania i w jakiej mierze taka organizacja materiału wpływa na rozbudzenie zainteresowania uczniów, ich aktywność matematyczną i opanowanie podstawowych pojęć i operacji matematycznych,

4/ porównania reakcji uczniów na te same problemy w kolejnych klasach szkoły podstawowej [5, 10].

Wyniki tych prac uwzględniono w nowych programach i podręcznikach do nauczania matematyki, przygotowanych do szkoły dziesięcioletniej i obowiązujących, z niewielkimi zmianami, obecnie [1, 20, 23, 24]. W roku 1976 Instytut Matematyczny PAN zlecił Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krako-

wie realizację zadania badawczego 13/1/2 "Eksperymentalne podręczniki matematyki dla szkoły dziesięcioletniej" w ramach problemu międzyresortowego I.1, "Teorie matematyczne i ich zastosowania" grupa 13 /Metody nauczania matematyki/. Przedmiotem zlecenia było opracowanie w latach 1976-1980 eksperymentalnych podręczników do klas: IV, V, VI, VII i VIII przez zespoły pracowników Instytutu Matematyki WSP w Krakowie. W realizacji tego zadania duży udział mieli dydaktycy matematyki. Zlecono także w ramach tego problemu opracowanie monograficzne różnych koncepcji powszechnej edukacji matematycznej w reformach z lat 1960-1980 na świecie. Pracę tę wykonała Z. Krygowska [11].

W planach prac naukowo-badawczych na najbliższe lata Instytut Matematyczny PAN uwzględnił nadal problemy natury dydaktycznej. Jako główne, zlecone środowisku krakowskiemu, trzeba wymienić następujące:

- 1/ Aktywizację uczniów w procesie nauczania i uczenia się matematyki na różnych poziomach nauczania, w tym:
  - podręczniki eksperymentalne dla starszych klas szkoły powszechnej;
  - metody nauczania i środki dydaktyczne aktywizujące uczniów w procesie dydaktycznym.
- 2/ Problemy kształcenia nauczycieli, w tym:
  - trudności w studiowaniu algebry na studiach nauczycielskich;
  - materiały do studiowania dydaktyki matematyki;
  - dydaktyka rachunku prawdopodobieństwa.

Trzeba stwierdzić, że proponowane w roku 1981 i na lata następne prace dydaktyczne, wchodzące w zakres ogólnego problemu międzyresortowego "Teorie matematyczne i ich zastosowania" są znacznie rozszerzone w stosunku do zleceń z lat ubiegłych.

W wyniku realizacji tych zleceń wykonane zostały podręczniki do nauczania matematyki w klasach od IV do VIII, z których wydano następujące:



- 1/ S.Turnau, M.Ciosek, M.Legutko, *Matematyka 4*, WSiP, Warszawa 1979;
- 2/ H.Siwiek, G.Treliński, E.Wachnicki, *Matematyka 7*, WSiP, Warszawa 1981;
- 3/ H.Kąkol, A.Łomnicki, Z.Powązka, S.Wołodźko, *Matematyka 8*, WSiP, Warszawa 1983.

Podręcznik do klasy piątej opracowany w zespole M.Klaka, B.Nowecki, A.Płocki, M.Sznajder został prawie w całości opublikowany w "Oświacie i Wychowaniu" [20].

Dorobek dydaktyków matematyki ośrodka krakowskiego wyraża się w bardzo wielu publikacjach, zarówno książkowych jak i w licznych artykułach drukowanych w czasopiśmie polskich i zagranicznych. Niektóre z nich doczekały się tłumaczeń na wiele języków z japońskim włącznie. W ZSRR wydano w języku rosyjskim książkę Z. Krygowskiej stanowiącą wstęp do serii opracowanych przez nią podręczników geometrii. Osobne miejsce zajmuje wśród tych publikacji "Zarys dydaktyki matematyki Zofii Krygowskiej, trzypiętomowa monografia, odbiegająca zarówno treścią jak i sposobem wykładu od innych prac poświęconych problemom dydaktyki matematyki. Pierwszy tom ukazał się także w języku włoskim jako jeden z tomów kwartalnika *Unione Matematica Italiana*.

1.3. Prace naukowe wiążą się z zagranicznymi instytucjonalnymi i indywidualnymi kontaktami dydaktyków ośrodka krakowskiego. Uczestniczą oni w komitetach redakcyjnych czasopism o zasięgu światowym, jak *Educational Studies in Mathematics* /Krygowska, Turnau/, *Nico* /Krygowska/. *Recherches en didactique de la mathématique* /Krygowska/, *Zeitschrift für die Didaktik der Mathematik* /Turnau/. Wszystkie cztery opublikowane dotąd przez UNESCO tomy wydawnictwa *Nouvelles Tendances de l'Enseignement de la Mathématique* /*New Trends in Mathematics Teaching*/ zawierają prace Z. Krygowskiej. W roku 1965 była ona redaktorem pierwszego z tych tomów, przebywając w związku z tą pracą przez dwa miesiące

w Paryżu na zlecenie UNESCO. Pełniła też funkcje zaproszonego przez uniwersytet profesora, prowadząc seminaria i wykłady na uniwersytecie VII w Paryżu w ciągu dwóch miesięcy i w uniwersytecie Quebec w Montrealu przez sześć tygodni. Powierza się jej referaty na międzynarodowych światowych kongresach, między innymi takich, jak co cztery lata odbywające się kongresy matematyczne, lub również co cztery lata odbywające się kongresy poświęcone nauczaniu matematyki organizowane przez Międzynarodową Komisję do Nauczania Matematyki przy Międzynarodowej Unii Matematycznej. Uczestniczy w pracach komitetów programowych tych ostatnich kongresów.

Stefan Turnau był wiceprzewodniczącym, a w latach 1981/82 przewodniczącym Międzynarodowej Komisji do Studiowania i Ulepszania Nauczania Matematyki /CIEAEM/ i jest stałym uczestnikiem prac międzynarodowej grupy badań interdyscyplinarnych związanych z nauczaniem matematyki organizowanych w Grenoble.

B. Nowecki i M. Ciosek są członkami Międzynarodowej Komisji do Studiowania i Ulepszania Nauczania Matematyki. W roku 1971 doroczny zjazd tej komisji został zorganizowany przez krakowski ośrodek w Krakowie. Uczestniczyło w nim ponad 200 osób z większości krajów Europy oraz z Kanady, Stanów Zjednoczonych Ameryki Północnej, Afryki i Ameryki Południowej. Był to już drugi taki zjazd organizowany przez ośrodek krakowski w Polsce /pierwszy w roku 1960/.

Ośrodek krakowski przyjmuje - można tak powiedzieć - w permanencji gości zagranicznych, w tym także odbywających w nim dwutygodniowe lub dłuższe miesięczne lub nawet roczne staże. Pracownicy ośrodka utrzymują bardzo ścisły kontakt z wieloma uczelniami zagranicznymi /częste wyjazdy w roli gości z referatami, także dłuższe staże/.

## 2. Praca dydaktyczna - kształcenie nauczycieli

2.1. W działalności dydaktycznej w uczelni uwaga dydaktyków matematyki koncentruje się na dwóch podstawowych problemach:

1/ wypracowanie możliwie najlepszego programu nauczania przedmiotu dydaktyka matematyki i realizacja tego programu za pomocą różnych form zajęć - wykład, ćwiczenia, konwersatoria, zajęcia praktyczne, seminaria przy wsparciu możliwie szerokim zakresem materiałów i pomocy dydaktycznych, w tym tzw. podręczniki obudowane, teksty sterujące, środki audiowizualne i techniczne itp.,

2/ maksymalne zbliżenie studentów do przyszłego ich warsztatu pracy do szkoły. Tu szczególną rolę przypisuje się praktykom w różnych ich formach.

Obydwa te obszernie kręgi zagadnień wymagają określonych modyfikacji dla studiów zaocznych, czemu również poświęca się wiele uwagi.

Odnosząc pierwszego zespołu problemów można powiedzieć, że dysponujemy już dostatecznie teoretycznie podbudowanymi zasadami konstrukcji programu nauczania dydaktyki matematyki /zob. str.22/. Rozpoczęto prace w zakresie przygotowania odpowiednich podręczników. Można też mówić o pewnych materiałach, bądź już publikowanych np. seria - Wykłady telewizyjne /piszemy o tym dalej/, bądź dostępnych tylko w Instytucie np. pewne rozprawy doktorskie i bardzo bogaty zbiór prac magisterskich. Nie jest to jeszcze materiał ostatecznie dopracowany, ale stanowi dostateczną bazę dla prac w pewnym sensie syntetyzujących, nie mówiąc o możliwościach stosunkowo dużego wyboru. Na te możliwości składają się także zasoby biblioteki Instytutu Matematyki, która na pewno mogłaby być i obszerniejsza i bogatsza /o to ciągle toczą się walki/, ale nie ulega wątpliwości, że jeżeli chodzi o prace i czasopisma /w tym zagraniczne/ z dydaktyki matematyki, jest w Polsce najbogatsza.



Problematyka wymieniona wyżej w punkcie 2 podejmowana wielokrotnie nadal jest aktualna. Nie ma tu miejsca na obszerniejsze omówienie wysiłków dydaktyków zmierzających do zapewnienia studentom pełniejszego związku ze szkołą, nie tylko zresztą przez same praktyki studenckie, ale także przez ściślejsze kontakty samych dydaktyków z nauczaniem w szkole. Obiecujące perspektywy rozwiązania tych problemów stwarza przedłużenie od roku 1980 studiów magisterskich na kierunkach nauczycielskich do lat pięciu.

Osobne miejsce w procesie dydaktycznym zajmuje seminarium magisterskie z dydaktyki matematyki. Głównym jego zadaniem jest pomoc studentom w przygotowaniu prac magisterskich. Z tego ogólnego zadania wynikają problemy szczegółowe, z których jako najważniejsze wymienić można następujące:

1/ Wskazanie, choćby pobieżne, problematyki badawczej dydaktyki matematyki;

2/ Zapoznanie, chociażby informacyjne, z działalnością międzynarodowych komisji, zjazdów, konferencji, seminariów itp. z wskazaniem głównych tendencji w rozwoju dydaktyki matematyki;

3/ Przeprowadzenie odpowiednich prac przygotowawczych m.in. do:

a/ redagowania prac na podstawie przeczytanej literatury,

b/ opracowania własnych propozycji dydaktycznych w oparciu o literaturę, w tym tekstów sterujących, **programowanych** itp.,

c/ obserwacji procesu dydaktycznego z różnych punktów widzenia i redagowania swoich spostrzeżeń,

d/ analizy lekcji, względnie fragmentów lekcji bądź obserwowanych bądź poznanych na podstawie sprawozdań,

e/ dydaktycznej analizy stosowanych metod i środków nauczania,





Wręczenie aktu nadania tytułu Doktora Honoris Causa prof. dr  
A. Z. Krygowskiej przez rektora WSP w Krakowie  
prof. dr hab. Bolesława Farona.



Uroczystości nadania tytułu Doktora Honoris Causa  
prof. dr A. Z. Krygowskiej.  
(17. 10. 1977 rok)



Prof. dr A. S. Krygowski  
Doktor Honoris Causa  
(17. 10. 1977 rok)



Uroczyste posiedzenie Senatu Wyższej Szkoły Pedagogicznej im. Komisji Edukacji Narodowej z okazji nadania tytułu Doktora Honoris Causa prof. dr A. Z. Krygowskiej. (17. 10. 1977 rok)



Pierwsze gratulacje składa prof. dr hab. Z. Moszner.









W czasie inauguracji roku akadem. 1976/77 uczniowie Szkoły — Laboratorium WSP w Krakowie składają podziękowanie prof. doktor Annie Zofii Krygowskiej,



Senat Wyższej Szkoły Pedagogicznej im. Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie w czasie XXXIV inauguracji roku akademickiego. (5. 10. 1979 rok)





**XX lecie Ogólnopolskiego Seminarium z Dydaktyki Matematyki  
prowadzonego od roku 1963 przez prof. dr A. Z. Krygowską,  
(7. 03. 1983 rok)**



**Gratulacje od uczestników Seminarium.**



Photograph showing the results of the experiment on the effect of the treatment on the growth of the plants. The plants are shown in the foreground and the background is a field of similar plants.



Photograph showing the results of the experiment on the effect of the treatment on the growth of the plants. The plants are shown in the foreground and the background is a field of similar plants.



- f/ dydaktycznej oceny różnych propozycji merytorycznych opracowania materiału,
- g/ prowadzenia małego eksperymentu dydaktycznego, jego analizy i oceny,
- h/ prowadzenia badań diagnostycznych i opracowania wyników tych badań z wykorzystaniem różnych metod w tym metod statystycznych i analiz jakościowych,

4/ Przygotowanie do organizacji własnego warsztatu badawczego, czy to w postaci odpowiednio dobranej grupki uczniów, czy też klas, z jakiegoś punktu widzenia równoważnych.

Powstawanie prac magisterskich z dydaktyki matematyki napotyka na wiele trudności, z których jako główne można wymienić trzy:

- trudności w dostępie do literatury, szczególnie zagranicznej,
- kłopoty związane z prowadzeniem obserwacji i eksperymentów w szkole,
- szczupła kadra dydaktyków matematyki.

2.2. Z pracami dydaktycznymi wiążemy tu ściśle działalność zespołu dydaktyków na rzecz środowiska oświatowego. Jest owa działalność stałym elementem pracy dydaktyków matematyki i ma znaczenie co najmniej podwójne. Z jednej strony oznacza autentyczną pomoc dla tego środowiska, z drugiej stymuluje rozwój dydaktyki matematyki. Szczególne nasilenie omawianej tu działalności wiąże się z reformowaniem nauczania matematyki na różnych szczeblach. W pracach poprzedzających i przygotowujących reformę z lat 60-tych aktywny udział brała prof. dr Z. Krygowska. Wystarczy wspomnieć jej udział w konferencjach poświęconych zmianom w systemie oświaty i staraniu, jakie podjęła dla urzeczywistnienia postulatów dotyczących modernizacji matematyki szkolnej, w ramach wprowadzonej reformy. Jej artykuły i rozprawy takie, jak: Analiza zasad i konstrukcji obecnego

programu matematyki z punktu widzenia zgodności z zasadami współczesnej metodologii matematyki; O realizacji programu geometrii w liceum ogólnokształcącym; Nauczanie geometrii w jednolitej matematyce współczesnej; Jak rozumiem strukturę programu nauczania matematyki w zreformowanym liceum ogólnokształcącym, a także jej udział w pracach Komisji Programowej Ministerstwa Oświaty i Szkolnictwa Wyższego oraz w pracach Polskiego Towarzystwa Matematycznego, przyczyniły się w dużej mierze do ukształtowania obecnego modelu programu nauczania matematyki w szkole średniej. Od momentu tworzenia tego modelu prof. dr Z. Krygowska podjęła prace mające na celu opracowanie propozycji dydaktycznych, odpowiadających nowym koncepcjom programowym. Były to prace zarówno teoretyczne jak i eksperymentalne, o czym mówiliśmy wyżej. Ich wynikiem jest wydanie podręczników do geometrii dla klas I, II i IV szkoły średniej.

W miarę opracowywania nowych koncepcji programu oraz jego realizacji w postaci odpowiednich propozycji dydaktycznych należało podjąć prace nad przygotowaniem nauczycieli do nowych zadań w zreformowanej szkole. W pracach tych bardzo duży udział ma zespół dydaktyków matematyki z krakowskiej WSP.

Pomoc w przygotowaniu nauczycieli do pracy w zreformowanym liceum prowadzona była kilkoma torami:

1/ udział pracowników Katedry w konferencjach organizowanych przez Ośrodki Metodyczne z odpowiednimi wykładami i referatami;

2/ prowadzenie zajęć na kursach wakacyjnych, śródrocznych, organizowanych dla nauczycieli matematyki zarówno przez Wojewódzkie Ośrodki Metodyczne jak i Centralny Ośrodek Metodyczny;

3/ objęcie stałego patronatu nad doksztalcaniem nauczycieli w niektórych okręgach szkolnych;

4/ organizacja i prowadzenie wykładów telewizyjnych dla nauczycieli matematyki szkół podstawowych i średnich;

5/ publikowanie książek, artykułów, rozpraw i sprawozdań z prób i eksperymentów.

Nie jesteśmy w stanie, w krótkim opracowaniu wymienić wszystkich prac, jakie prowadzono dla udzielenia pomocy nauczycielom matematyki. Zasygnalizujemy więc tylko niektóre dane charakteryzujące ten olnrzymi wysiłek. Dydaktycy uczestniczyli w konferencjach nauczycieli matematyki w Warszawie, Krakowie, Wrocławiu, Łodzi, Rzeszowie, Szczecinie, Katowicach, Opolu, Kielcach, Koszalinie i Zielonej Górze. W niektórych z tych ośrodków spotkania pracowników z nauczycielami miały miejsce po kilka razy rocznie.

Osobne miejsce zajmuje wśród form współpracy ze środowiskiem nauczycielskim praca na kursach wakacyjnych letnich i zimowych. Wśród nauczycieli zgromadzonych na tych kursach w różnych miejscowościach Polski od Koszalina, Szczecina, Słupska i Kołobrzegu poczynając przez Sulejówkę, Międzeshyn, Bielsko-Białą i Nowy Sącz, na Jaśle i Sanoku kończąc, zawsze znajdowali się pracownicy Katedry Dydaktyki Matematyki, którzy prowadzili wykłady, seminaria i ćwiczenia, bardzo często kosztem własnego urlopu.

Bardzo ważną i nową w skali kraju formą pomocy dla nauczycieli są wykłady telewizyjne. W latach 1967-1978, grupa dydaktyków matematyki i matematyków pod naukowym kierunkiem prof. dr Z. Krygowskiej przeprowadziła cztery cykle wykładów dla nauczycieli matematyki szkół średnich i podstawowych.

Cykl I w latach 1967-1971 pod nazwą "Matematyka w szkole" przeznaczony był dla nauczycieli szkół średnich. Zawarto w nim głęboki komentarz dydaktyczny, a także pewne elementy wiedzy merytorycznej związane z materiałem szkoły średniej.

W trudnym okresie wdrażania reformy w liceum, wykłady telewizyjne stanowiły cenną pomoc dla nauczycieli. Na ich wyraźne żądanie, wykłady te zostały opublikowane najpierw



w Wydawnictwie Naukowym WSP w Krakowie [29, 30, 31] , następnie w PZWS i WSiP [26, 27, 28].

Drugi cykl wykładów wygłoszonych w latach 1970-1971 obejmował materiał przeznaczony dla nauczycieli matematyki szkół podstawowych. Wykłady te zostały także opublikowane najpierw w WN WSP w Krakowie, następnie w PZWS i WSiP [12].

W cyklu III, przeznaczonym dla nauczycieli nauczania początkowego /lata 1973-1976/ omawiany był materiał programowy, realizowany eksperymentalnie w klasach I, II, III i IV. Wykłady tego cyklu drukowane były systematycznie w latach 1975-1977 w "Oświacie i Wychowaniu".

W roku 1975 rozpoczął się systematyczny kurs nauczycieli matematyki klas początkowych w ramach NURT, kierowany przez prof. Z. Semadeniego. Grupa krakowskich dydaktyków została włączona do tego kursu, był to więc czwarty cykl wykładów, prowadzonych przez tę grupę. Wykłady były publikowane w "Oświacie i Wychowaniu", są też wykorzystane do pięciotomowego podręcznika dla nauczycieli, przygotowanego pod redakcją Z. Semadeniego. Ten cykl wykładów telewizyjnych dla nauczycieli matematyki był kontynuowany do roku 1983 i odnosił się do materiału nauczania w kolejnych klasach szkoły podstawowej, obejmowanych wprowadzaną wtedy reformą nauczania matematyki.

Od roku 1983 zespół dydaktyków krakowskich realizuje kolejny nowy cykl wykładów telewizyjnych w ramach NURT, poświęcony dydaktyce matematyki. Jego założenia różnią się od założeń poprzednich wykładów. U podstaw koncepcji tego cyklu legły następujące stwierdzenia:

1/ dydaktyka matematyki poczyniła w ostatnich latach znaczne postępy zarówno w teorii jak i praktyce nauczania;

2/ popularyzacja problematyki i osiągnięć dydaktyki matematyki jest utrudniona z powodu znikomej ilości publikacji w języku polskim i prawie zupełnego braku literatury w językach obcych;

3/ reformy programów nauczania matematyki prowadzone w latach sześćdziesiątych i siedemdziesiątych, jakkolwiek w wielu krajach krytykowane, pozwoliły inaczej spojrzeć na cele, zadania, zasady, metody i środki nauczania matematyki. To nowe spojrzenie powoduje określone skutki dydaktyczne w nauczaniu matematyki. Zmienia się w sposób istotny rola i pozycja nauczyciela w klasie. Aby sprostać nowym zadaniom nauczyciel matematyki musi nie tylko doskonale znać program i materiał nauczania, musi przede wszystkim stale doskonalić swój warsztat pracy, między innymi, na podstawie analizy własnego doświadczenia dydaktycznego, na podstawie obserwacji uczniów, analizy ich trudności i błędów, słowem, nauczyciel matematyki musi, w jakiejś mierze, badać proces dydaktyczny i z tego badania wyciągać odpowiednie wnioski. Wykłady telewizyjne mają mu w tym pomóc [16].

Duże znaczenie dla prac na rzecz środowiska oświatowego mają eksperymenty i próby prowadzone w szkołach. Ich organizacja napotyka ciągle na dość duże trudności. Dlatego z satysfakcją należy odnotować bardzo przychylny stosunek do tych prac szkół-laboratoriów krakowskiej WSP. Są nimi od kilku lat szkoły podstawowe nr 33 i 35. W przyszłości zakłada się poszerzenie tej bazy eksperymentalnej, także o szkoły średnie.

### 3. Rozwój kadry dydaktyków matematyki

3.1. Jak wspominaliśmy, troska o rozwój kadry dydaktyków matematyki przyświecała prof. dr Z. Krygowskiej od zarania jej naukowej działalności.

Pewne możliwości rozwiązań formalnych pojawiły się w okresie działalności prof. Krygowskiej w Radzie Głównej Szkolnictwa Wyższego. Możliwości te zostały owocnie wykorzystane. Przez trzy kadencje, w latach 1963-1972 była członkiem tej Rady, pełniąc w tym czasie funkcję członka Prezydium i przewodniczącej Sekcji Wyższych Szkół Pedagogicznych. W ramach prac Prezydium Rady Głównej Szkolnictwa

Wyższego przewodniczyła Komisji do Spraw Kształcenia Nauczycieli. W tym czasie wzmogła swą działalność na rzecz formalnoprawnego usankcjonowania rozwoju kadry naukowej w dziedzinie dydaktyki matematyki. Rozwiązania wymagały dwa problemy.

Po pierwsze, chodziło o zapewnienie możliwie wysokiego poziomu przygotowywanych rozpraw, po drugie – uzyskanie decyzji władz umożliwiającej obronę takich rozpraw bądź na wydziałach matematycznych, bądź humanistycznych, w zależności od tego, jaki element w pracy przeważał<sup>§</sup>. Myśl takiej koncepcji rozwoju kadr w dziedzinie dydaktyki matematyki zrodziła się z potrzeb tej dyscypliny, została ona jednak szybko rozszerzona na inne dydaktyki przedmiotowe. Stąd starania prof. Krygowskiej o kompleksowe rozwiązanie problemu w odniesieniu do wszystkich dydaktyk przedmiotowych. Starania te uwieńczone zostały pełnym sukcesem, bowiem 14 XII 1967 r. ówczesny Minister Oświaty i Szkolnictwa Wyższego prof. dr Henryk Jabłoński podjął decyzję uwzględniającą w całej rozciągłości propozycje wnioskodawczyni.

Jak słuszną i dalekowzroczną była troska prof. Krygowskiej o rozwój kadr w dydaktykach przedmiotowych, możemy ocenić dziś, gdy w większości wyższych szkół pedagogicznych, a także w niektórych uniwersytetach działają zakłady dydaktyki matematyki, gdy średnia kadra dydaktyków zasila szeregi nauczycieli akademickich w stopniu bezwzględnie koniecznym do kształcenia nauczycieli na miarę potrzeb współczesnej szkoły. /Szersze informacje o problemach dydaktyki matematyki w szkołach wyższych można znaleźć w [17]/.

---

<sup>§</sup> Od czasów wspomnianych wcześniej doktoratów J. Leśniaka i Z. Krygowskiej nie było przewodów doktorskich z dydaktyki matematyki na Wydziałach Matematycznych.



Mówiąc o obecnym stanie dydaktyki matematyki, szczególnie o zakładach naukowych uprawiających tę dyscyplinę, warto zauważyć, iż ich rozwój jest wynikiem powstania i umacniania się dydaktyki matematyki jako dziedziny wiedzy, której kształt formowała w swoich pracach prof. Krygowska.

Przypomnijmy, że w latach sześćdziesiątych istniała w Polsce jedna tylko Katedra Dydaktyki Matematyki, utworzona w Wyższej Szkole Pedagogicznej w roku 1958. Na początku lat osiemdziesiątych każdy uniwersytet i każda wyższa szkoła pedagogiczna dysponowała zespołem nauczycieli akademickich, których specjalnością naukową jest dydaktyka matematyki. Obrazuje to schematyczna mapa Polski /Tabl.1/, na której zaznaczono odpowiednie komórki organizacyjne i ilość skupionych w nich pracowników /stan z roku 1981/.

W początkowym okresie działalności Katedry wypracowane zostały podstawowe formy pracy nad rozwojem kadry dydaktyków matematyki. Wymienić trzeba przede wszystkim seminarium przeznaczone początkowo dla pracowników Katedry i nauczycieli zainteresowanych dydaktyką od strony teoretycznej, które w niezmienionej formie prowadzone jest po dzień dzisiejszy. Uczestniczyli w nim lub jeszcze uczestniczą pracownicy kilku uniwersytetów /Wrocław, Warszawa, Kraków, Lublin, Katowice, Poznań/ i wyższych szkół pedagogicznych /Opole, Rzeszów, Kielce, Szczecin, Częstochowa/, a także pracownicy innych uczelni wyższych, IKNiBO i nauczyciele /Tabl.2/.

W ramach tego seminarium opracowywane są różne problemy teoretyczne dydaktyki matematyki, a także tworzy się i rozwija metodologia badań w tej dyscyplinie. Wydaje się, iż problematyka seminarium powinna stać się przedmiotem oddzielnego, obszernego i głębokiego opracowania; byłby to bowiem niezmiernie ciekawy dokument, pokazujący ogrom wysiłku włożonego w poszukiwanie najlepszych rozwiązań trudnych i złożonych zagadnień dydaktyki z jednoczesnym formowaniem środków i metod badawczych.



### Legenda:

- zakład
- pracownia
- △ inna komórka

liczby przy symbolach  
oznaczają ilość pracowników

Tabl.1.  
Rozmieszczenie komórek organizacyjnych  
dydaktyki matematyki w szkołach wyższych

W ramach seminarium rodziły się pierwsze prace doktorskie z dydaktyki matematyki. Do roku 1983 prof. dr Z. Krygowska wypromowała 19 doktorantów. Są wśród nich także osoby, które odbyły dłuższe staże naukowe w Ośrodku Kra-



kowskim oraz studia doktoranckie. Pełny wykaz prac doktorskich z dydaktyki matematyki, powstałych w wyniku działalności krakowskiej grupy dydaktyków matematyki, podaje w aneksie.



Tabl.2.

Udział nauczycieli akademickich i nauczycieli w ogólnopolskim seminarium z dydaktyki matematyki /liczby obok nazw miast oznaczają ilość uczestników seminarium/



3.2. Bardzo duży wpływ na przyspieszenie rozwoju kadry dydaktyków matematyki miały dwie decyzje władz centralnych związane z Wyższą Szkołą Pedagogiczną w Krakowie. Mianowicie w roku 1970 Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny uzyskał prawo nadawania stopnia naukowego doktora nauk matematycznych /Zarządzenie Przewodniczącego Komitetu Nauki i Techniki z dnia 16 XI 1970 r. - MP nr 42/70 poz. 321/ a w roku 1971 powołano na tym wydziale studia doktoranckie z dydaktyki matematyki /Pismo Ministerstwa Oświaty i Szkolnictwa Wyższego z dnia 15 VII 1971 nr DM 2-40112-146/71/.

Dzięki temu większość przewodów doktorskich z dydaktyki matematyki mogła być prowadzona w krakowskiej WSP.

W latach 1971-1984 przeprowadzono trzy cykle studiów doktoranckich. Uczestniczą w tych studiach przede wszystkim asystenci wyższych uczelni, zajmujący się dydaktyką matematyki /także na poziomie szkoły wyższej/ oraz nauczyciele szkół średnich. Promotorami w przewodach doktorskich są, oprócz dydaktyków matematyki, matematycy zainteresowani problemami dydaktycznymi. Do roku 1984 stopnie doktorów nauk matematycznych w zakresie ich dydaktyki, w ramach studium doktoranckiego, uzyskało 11 osób.

3.3. Rok 1979 zaznaczył się dalszym postępem w rozwoju kadry dydaktyków matematyki. W roku tym dr B. Nowecki i dr S. Turnau uzyskali stopnie naukowe doktora habilitowanego; pierwszy na Wydziale Filozoficzno-Historycznym Uniwersytetu Jagiellońskiego /30.05.79/, drugi - na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu im. B. Bieruta we Wrocławiu /12.12.1979/.

W ten sposób stworzone zostały pełne podstawy do dalszego rozwoju dydaktyki matematyki i kadry pracowników tej dyscypliny w ośrodku krakowskim. Jest to realizacja jednego z podstawowych zamierzeń prof. dr Z. Krygowskiej.

3.4. Z rozwojem kadry wiążą się ściśle możliwości publikacji prac naukowych z dydaktyki matematyki. Poza pozycjami książkowymi prace w formie artykułów w języku polskim, a więc dostępne czytelnikom polskim, drukowano w czasopismach metodycznych dla nauczycieli, większe w Rocznikach Naukowo-Dydaktycznych Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie, niektóre sporadycznie w "Wiadomościach Matematycznych", "Studia Logica" czy zeszytach naukowych PAN. Wszystko to jednak nie wystarczało do systematycznego upowszechniania dorobku ośrodka krakowskiego. Dlatego od wielu lat podnoszony był problem kreowania specjalnego czasopisma poświęconego pracom z dydaktyki matematyki. I ten problem doczekał się rozwiązania. Mianowicie Walne Zgromadzenie Polskiego Towarzystwa Matematycznego, obradujące w Poznaniu 8 czerwca 1978 roku podjęło uchwałę następującej treści:

"1. Walne Zgromadzenie PTM uznaje za celowe i pilnie potrzebne dla rozwoju dydaktyki matematyki utworzenie piątej serii Roczników PTM pt. "Dydaktyka Matematyki", w wymiarze 20 arkuszy rocznie i w nakładzie 800 egzemplarzy.

2. Walne Zgromadzenie Polskiego Towarzystwa Matematycznego powierza Zarządowi Głównemu podjęcie odpowiednich zabiegów w celu możliwie szybkiego powołania tej serii" /z protokołu z posiedzenia Walnego Zgromadzenia PTM w Poznaniu w dniu 8 VI 1978 r./.

W ślad za tą uchwałą, po załatwieniu szeregu spraw formalnych, kolejne posiedzenie Walnego Zgromadzenia w dniu 15 września 1979 r. powołało Komitet Redakcyjny z prof. Z. Krygowską na czele. Zgodnie z decyzją Polskiej Akademii Nauk "Dydaktyka Matematyki" jest wydawana jako piąta seria roczników PTM od roku 1982. Do roku 1984 ukazały się trzy kolejne numery czasopisma.

## Uwagi końcowe

Zarysowana działalność Krakowskiej Szkoły Dydaktyki Matematyki pokazuje jej obiecujące wyniki w różnych aspektach. Nie oznacza to jednak, że już wszystko zostało zrobione, że w dotychczasowej pracy szliśmy tylko drogą sukcesów. Przeciwnie, mamy świadomość wielu niedostatków tej pracy i ogromu zadań, które trzeba jeszcze podjąć. Niezwykle ważne są nadal problemy metodologiczne dydaktyki matematyki a także badania eksperymentalne. To, co zostało zrobione w tych dziedzinach, można uważać tylko za początek. Nie są to jednak trudności tylko naszego środowiska. Pracują nad nimi ośrodki dydaktyki matematyki w różnych krajach. To, że ośrodek krakowski może w tych pracach uczestniczyć coraz pełniej, stwarza szanse dalszego jego rozwoju.



## LITERATURA WYKORZYSTANA

1. Kąkol H., Łomnicki A., Powązka Z., Wołodźko S., *Matematyka 8*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1983.
2. Krygowska Z., *Geometria dla klasy II Liceum Ogólnokształcącego*, PZWS 1968 i dalsze wydania.
3. Krygowska Z., *Geometria dla klasy II Technikum*, PZWS, 1968 i dalsze wydania.
4. Krygowska Z., 17. Katedra Metodyki Nauczania Matematyki, w: *Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Krakowie w pierwszym piętnastolecu rozwoju 1946-1961*, Kraków 1965. *Rocznik Naukowo-Dydaktyczny*, z.18.
5. Krygowska Z., *Krakowski eksperyment w zakresie nauczania początkowego matematyki*, *Życie Szkoły* 1968, nr 6.
6. Krygowska Z., 5. *Metodyka nauczania matematyki w: Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Krakowie w pierwszym piętnastolecu rozwoju 1946-1961*, Kraków 1965. *Rocznik Naukowo-Dydaktyczny*, z.18.
7. Krygowska Z., *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. I, II i III, WSiP, Warszawa 1977.
8. Krygowska Z., Maroszkowa J., *Geometria dla klasy I Liceum Ogólnokształcącego*, PZWS, Warszawa 1967 i dalsze wydania.
9. Krygowska Z., Maroszkowa J., *Geometria dla klasy I Technikum*, PZWS, Warszawa 1967 i dalsze wydania.
10. Krygowska Z., Moroz H., *Une experience concernant l'enseignement primaire de la mathematique. Nouvelles Tendences de l'Eiseignement des Mathematiques UNESCO* 1970, v.II.
11. Krygowska Z., *Koncepcje powszechnego matematycznego kształcenia w reformie programów szkolnych z lat 1960-1980*, WN WSP, Kraków 1981.
12. *Materiały pomocnicze do nauczania matematyki w szkole podstawowej. Wykłady telewizyjne*, Praca zbiorowa pod red. B. Noweckiego, WSP Kraków 1972, PZWS Warszawa 1973.
13. Nikodym O., *Dydaktyka matematyki czystej w zakresie gimnazjum wyższego*, t.1, Księgarnia Atlas, Lwów 1930.
14. Nikodym O., *Dydaktyka matematyki czystej w zakresie wyższych klas szkoły średniej*, t.2, Nasza Księgarnia, Warszawa 1937.

15. Nowecki B., Doktorat honoris causa Anny Zofii Krygowskiej, w: *Matematyka* 1978, nr 2.
16. Nowecki B.J., *Dydaktyka matematyki*, w: *Oświata i Wychowanie* 7/527/ z r. 1984, wersja B.
17. Nowecki B.J., *Dydaktyka matematyki w polskich szkołach kształcących nauczycieli matematyki* w: *Dydaktyka Matematyki* 1984, nr 4.
18. Nowecki B., *Eksperymenty programowe kierowane przez Katedrę Metodyki Nauczania Matematyki WSP w Krakowie*, w: *Matematyka* 1967, nr 3.
19. Nowecki B., *Działalność naukowa Profesor Zofii Krygowskiej*, w: *Wiadomości Matematyczne*, z.XXI. 2. Warszawa, PWN 1979.
20. Nowecki B., Klakla M., Płocki A., Sznajder M., *Matematyka V - podręcznik eksperymentalny drukowany w częściach* w: *Oświata i Wychowanie*, wersja E, 1979 r. nr 13, 14, 15, 18, 19, 20 i 21; 1980 r. nr 2, 4, 6, 8.
21. *Prace z dydaktyki szkoły wyższej, z.1, Dydaktyka matematyki jako przedmiot studiów wyższych*, WSP Kraków 1965.
22. Serafin S., *Działalność nauczycielska Profesor Zofii Krygowskiej*, w: *Wiadomości Matematyczne t.XXI.2*, PWN, Warszawa 1979.
23. Siwek H., Treliński G., Wachnicki E., *Matematyka 7*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1981.
24. Turnau S., Ciosek M., Legutko M., *Matematyka 4*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1979.
25. Szarski J., *Osiągnięcia i perspektywy badawcze nauk matematycznych w ośrodku krakowskim w: Nauka w środowisku krakowskim w latach 1945-1974. Materiały z Środowiskowej Sesji Naukowej w Krakowie, 4-5 czerwca 1974*, PWN, Warszawa-Kraków 1975.
26. *Wybrane zagadnienia nauczania matematyki w kl. I i II szkoły średniej. Wykłady telewizyjne, Praca zbiorowa pod red. B. Noweckiego*, PZWS, Warszawa 1971.
27. *Wybrane zagadnienia nauczania matematyki w szkole średniej, Wykłady telewizyjne, cz.II, Praca zbiorowa pod red. B. Noweckiego*, WSiP, Warszawa 1974.
28. *Wybrane zagadnienia nauczania matematyki w szkole średniej, Wykłady telewizyjne cz.III. Praca zbiorowa pod red. B. Noweckiego*, WSiP, Warszawa 1975.
29. *Wykłady telewizyjne dla nauczycieli matematyki*, WSP w Krakowie, Kraków 1969.

30. Wykłady telewizyjne dla nauczycieli matematyki, WSP w Krakowie, cz.II, Kraków 1971.
31. Wykłady telewizyjne dla nauczycieli matematyki, WSP w Krakowie, cz.III, Kraków 1973.



## Aneks

Wykaz doktorów nauk matematycznych w zakresie ich dydaktyki,  
promowanych w wyniku pracy w krakowskim ośrodku  
dydaktyki matematyki

Nazwisko i imię	Miejsce pracy	Temat rozprawy doktorskiej	Promotor	Szkoła nada- jąca stopień	Rok ukoń- czenia prze- wodu
1	2	3	4	5	6
TURNAU Stefan	WSP Kraków	Rysunek i znak graficzny jako środki naucza- nia matematyki	Z.Krygowska	WSP Katowice	1968
NOWECKI Bogdan	WSP Kraków	Pojęcie dowodu i dowodzenia w nauczaniu szkolnym	Z.Krygowska	WSP Gdańsk	1969
SAWICKI Tadeusz	WSP Opole	Wprowadzenie elementów pro- babilistyki w polskiej szkole średniej	Z.Krygowska	U. im.B. Bieruta Wrocław	1969
DYRSZLAG Zygfryd	WSP Opole	Sposoby kon- troli rozumie- nia pojęć ma- tematycznych w procesie dydaktycznym	Z.Krygowska	WSP Kraków	1972

1	2	3	4	5	6
KOWALEWSKA Zofia	Politechnika Częstochowska	Organizowanie samodzielnego przygotowania studenta I roku do ćwiczeń z matematyki na kierunku Budowy Maszyn Politechniki	Z.Krygowska	WSP Kraków	1972
TRELIŃSKI Gustaw	WSP Kraków	Programowanie pracy samodzielnej studentów I roku matematyki na przykładzie ćwiczeń z analizy matematycznej	Z.Krygowska	WSP Kraków	1972
KONIOR Jan	Uniwersytet Śląski	Dedukcja logiczna w nauczaniu matematyki w szkole podstawowej	Z.Krygowska	WSP Kraków	1973
SIWEK Helena	WSP Kraków	Naturalne i formalne rozumienie przez uczniów funkcyjnych zdanio- twórczych	Z.Krygowska	WSP Kraków	1973
GUCEWICZ- SAWICKA Irena	Instytut Badań Pedagogicznych Warszawa	Elementy topologii w nauczaniu matematyki w szkole	Z.Krygowska	UW	1974
CIOSEK Marianna	WSP Kraków	Dydaktyczne problemy związane ze strategiami stosowanymi w rozwiązywaniu zadań matematycznych	Z.Krygowska	WSP Kraków	1976
GRZEBYK Władysław	Politechnika Rzeszów	Przydatność wiadomości i umiejętności matematycznych zdobytych na studiach wyższych w pracy zawodowej inżyniera	Z.Moszner	WSP Kraków	1977

1	2	3	4	5	6
KAKOL Henryk	IKNiBO Kielce	Pewna koncepcja nauczania rachunku prawdopodobieństwa w szkole	S.Wołodźko	WSP Kraków	1977
RAMS Tadeusz	Centrum Doskonałe- nia Nauczycieli Nowy Sącz	Rola algorytmów i organizmów w nauczaniu matematyki	Z.Krygowska	WSP Kraków	1977
SZNAJDER Maria	WSP Kraków	Teksty sterujące pracą ucznia w nauczaniu matematyki w szkole podstawowej	Z.Krygowska	WSP Kraków	1977
ZAMORSKA Zofia	IKNiBO Rzeszów	Pewne zagadnienia percepcji definicji matematycznej przez uczniów szkoły średniej	Z.Krygowska	WSP Kraków	1978
KLAKLA Maciej	WSP Kraków	Problemy rozpoznawania uzdolnień matematycznych uczniów	Z.Krygowska	WSP Kraków	1979
KORCZ Maria	Uniwersytet A.Mickiewicza Poznań	Teksty sterujące jako środek podnoszenia efektywności czytania tekstu matematycznego	Z.Krygowska	WSP Kraków	1980
ŁOMNICKI Adam	WSP Kraków	Zagadnienie trudności w nauczaniu algebry na studiach matematycznych dla nauczycieli	S.Serafin	WSP Kraków	1980
MNICH Werner	WSP Opole	Aktywność matematyczna jako kryterium doboru zadań w nauczaniu matematyki	Z.Krygowska	WSP Kraków	1980



1	2	3	4	5	6
LESZCZYŃSKA Zofia	Politechnika Białystok	Badania nad efektywnością środków wizualnych w nauczaniu matematyki na uczelni technicznej	Z.Moszner	WSP Kraków	1979
WUCZYŃSKA Urszula	Inspektorat Oświata i Wych. Dzierżonów	Realizacja programu merańskiego średnich szkół w Polsce w latach 1918-1930 w świetle podręczników matematycznych dla szkół średnich	A.Wachułka	WSP Kraków	1980
FILIP Jan	Kuratorium Oświata i Wych. Bielsko- Biała	Rola gier i zabaw matematycznych lub paramatematycznych w nauczaniu matematyki w szkole podstawowej	Z.Krygowska	WSP Kraków	1981
NIKOLIĆ Petra	Instytut Pedagogiczny w Niksić	Sterowanie samodzielną pracą studentów I roku matematyki na przykładzie teorii mnogości	Z.Moszner	WSP Kraków	1979
PIEPRZYK Halina	WSP Kraków	Rozumowanie redukcyjne uczniów kl. II-V i kształcenie tej umiejętności z wykorzystaniem gier dydaktycznych	S.Turnau	WSP Kraków	1981
PARDAŁA Antoni	WSP Rzeszów	Dydaktyczne problemy związane z interwencją nauczyciela w toku rozwiązywania matematycznych zadań przez uczniów	Z.Krygowska	WSP Kraków	1981

1	2	3	4	5	6
RUSZCZYK Henryk	WSP Kielce	Elementy sta- tystyki mate- matycznej w nauczaniu szkolnym	B.Nowecki	WSP Kraków	1982
JASKIEWICZ Weronika	WSP Kielce	Aktywizująca rola środków dydaktycznych w procesie nauczania i uczenia się matematyki	B.Nowecki	WSP Kraków	1983
STUDNICKI Gustaw	LO Wadowice	Zainteresowa- nia matema- tyczne dzieci i młodzieży a zajęcia pozalekcyjne	Z.Krygowska	WSP Kraków	1983
GROCHULSKI Józef	WSP Kielce	Rola podręcz- nika szkolnego w procesie aktywnego nauczania i uczenia się matematyki na przykładzie podręcznika dla kl. czwar- tej szkoły dziesięcio- letniej	B.Nowecki	WSP Kraków	1983

## SUMMARY

The paper presents a historical survey of the formation and activities of a group of mathematics educators close to Professor Anna Sophia Krygowska, known as the Cracow School of Mathematics Education.

The formation of that School has had its origin in the activities of professors at the Jagiellonian University, and of the teachers' methodical center in Cracow, in the years 1918-1939. An intensive development of work in the area of mathematics education began in Wyższa Szkoła Pedagogiczna (a college of education) in Cracow, created in 1946, when Professor Krygowska accepted employment there.

In 1958, in the Department of Mathematics and Physics in that college, Professor Krygowska's chair of mathematics education, the first such one in Poland, was created. Most of the work of this chair and of cooperating teachers consisted in experiments in the teaching of mathematics at various levels. The research activities helped to train qualified researchers in the field: in the years 1968-1983 twenty nine doctorates of mathematics education were conferred and two doctors acquired the degree of habilitated doctor in this domain.

As a result of prolonged efforts of the mathematics education community, and of Professor Krygowska in particular, the journal *Dydaktyka Matematyki* was created in 1982; it makes the fifth consecutive series published by the Polish Mathematical Society. It makes possible publishing research papers in the area of mathematics education by professional mathematics educators as well as by mathematicians and mathematics teachers.



## РЕЗКМЕ

В статье даётся история формирования и деятельности так называемой Краковской Школы Дидактики Математики – группы методистов математики, работающих под научным руководством доктора математических наук, профессора Анны Зофии Крыговской.

Начало формирования Школы связано с деятельностью профессоров математики Ягеллонского университета и Центра методики математики в Кракове в межвоенный период. Интенсивное развитие научной деятельности в области дидактики математики началось в Высшей педагогической школе в Кракове /основанной в 1946 году/, когда в ней стала работать доктор математических наук, профессор З. Крыговска.

В 1958 году на математико-физическом факультете была организована первая в Польше Кафедра Дидактики Математики.

Научная деятельность группы работников Кафедры и сгруппированными при ней учителями, носит экспериментальный характер и связана с обучением математике в разных типах типах школ.

Исследовательская деятельность научного коллектива Кафедры способствовала развитию научных кадров в области дидактики математики. В 1968–1983 гг. степень кандидата математических наук получило 29 аспирантов; 2 кандидатов – степень доктора.

Благодаря усилиям коллектива дидактиков математики, в частности З. Крыговской, с 1982 года систематически издаётся журнал "Дидактика математики" – пятая серия ежегодника Польского Математического Общества. В журнале представлена возможность публиковать статьи по дидактике математики научным работникам, методистам и учителям.



PL ISSN 0239-6025

Cena zł 30,-