

**WYŻSZA SZKOŁA PEDAGOGICZNA W KRAKOWIE**

**ROCZNIK  
NAUKOWO-DYDAKTYCZNY**

*Zeszyt 48*

**PRACE FIZYCZNE  
I**

**WYDAWNICTWO NAUKOWE WSP · KRAKÓW 1973**



PRACE  
FIZYCZNE  
I

**ROCZNIK  
NAUKOWO-DYDAKTYCZNY  
ZESZYT 48**

**WYDAWNICTWO NAUKOWE  
WYŻSZEJ SZKOŁY PEDAGOGICZNEJ**

**PRACE  
FIZYCZNE**

**I**

pod redakcją  
JANA OLSZEWSKIEGO

**WYDAWNICTWO NAUKOWE  
WYŻSZEJ SZKOŁY PEDAGOGICZNEJ  
Kraków 1973**

## KOMITET REDAKCYJNY

WINCENTY DANEK  
przewodniczący

KAZIMIERZ AUGUSTYNEK, JAN FLIS, JULIUSZ JASIEŃSKI, ZOFIA KRYGOWSKA, JAN KULPA,  
HENRYK LACH, JÓZEF MUSIELAK, JÓZEF SMAGA

członkowie

BOLESŁAW FARON  
sekretarz

WYDAWNICTWO NAUKOWE WYŻSZEJ SZKOŁY PEDAGOGICZNEJ  
W KRAKOWIE

Wydanie I Nakład 300 egz. Ark. wyd. 5,06 Papier druk. kl. III, B3 Zam. 324/73 B-7/1535 Cena zł 7,--

## S P I S   T R E Ś C I

	str.
1. ZBIGNIEW BORELOWSKI: "O modelu cząstki swobodnej opisanej Lagrangianem zależnym od wyższych pochodnych czteroprędkości po czasie własnym"	7
2. ZBIGNIEW BORELOWSKI, SŁAWOMIR BRZEZOWSKI: Macierz "S" - regularyzacja Bogolubowa i reprezentacja Kadyszewskiego .....	15
3. WŁADYSŁAW OSAK: "Prądy rozładowania w cyrkonianie ołowiu" .....	37
4. WŁADYSŁAW OSAK, JAN HĄNDEREK: "Efekt elektretowy w $PbZrO_3$ " .....	55
5. JADWIGA SALACH: "Porównanie metody sprawdzania wiadomości z fizyki za po- mocą testu wyboru z metodą opartą na samodzielnej wypowie- dzi pisemnej" .....	71





Zbigniew Borelowski

O MODELU CZĄSTKI SWOBODNEJ OPISANEJ LAGRANGIANEM ZALEŻNYM  
OD WYŻSZYCH POCHODNYCH CZTEROPRĘDKOŚCI PO CZASIE WŁASNYM

U podstaw standartowej kwantowej teorii pola /teorii mogącej opisać akty kreacji i anihilacji cząstek elementarnych/ leży, jak dobrze wiadomo, równanie Kleina-Gordona:

$$\left(\square + \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2}\right)\Psi(x) = 0 \quad (4)$$

$\square$  - operator D'Alemberta,  $\hbar$  - stała Plancka,  $m_0$  - masa spoczynkowa cząstki,  $c$  - prędkość światła w próżni,  $\Psi(x)$  - skalarna funkcja pola odpowiadającego naszej cząstce /o tej właśnie masie  $m_0$ /, którą opisuje.

Równanie to otrzymuje się z połączenia szczególnej teorii względności /teorii na wskroś makroskopowej/ z mechaniką kwantową /a więc z teorią par excellence mikroskopową/. Żeby bowiem to równanie otrzymać przyjmujemy, że czteropęd  $p^\alpha$  swobodnej cząstki jest związany z jej czteroprędkością  $\mu^\alpha$  ( $\mu^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\tau}$ ;  $\alpha = 1, 2, 3, 4$ ;  $x^4 = ct$ .  $\tau$  - czas własny cząstki /następująco

$$p^\alpha = m_0 \mu^\alpha \quad (2)$$

skąd wynika, że

$$p_\lambda p^\lambda = m_0^2 \mu_\lambda \mu^\lambda \quad (2')$$

Z podstaw szczególnej teorii względności wynika, że:

$$\mu_\lambda \mu^\lambda \equiv c^2 = \text{inv} \quad (3)$$

Wykorzystując teraz postulaty mechaniki kwantowej nadajemy równaniu /2/ sens operatorowy kładąc:

$$p^\alpha = -i \hbar \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \quad (4')$$

a następnie traktując wyrażenie<sup>x/</sup>  $m_0^2 c^2 / (\mu\mu)$  jako liczbę /równą  $m_0^2 c^2 /$  i "obkładając" równanie /2'/ funkcją pola  $\Psi(x)$ . Otrzymujemy w ten sposób równanie /1/.

Zauważmy teraz iż związek /2/ nie jest definicją pędu lecz równaniem określającym go jedynie dla Lagrangianu cząstki postaci:

$$L_0 = m_0 c \sqrt{\mu\mu} \quad /5/$$

Ogólnie bowiem czteropędem cząstki nazywamy taki czterowektor  $p^\alpha$ , którego stałość w miarę upływu czasu własnego  $\tau$  tej cząstki jest konsekwencją niezmienniczości jej działania  $A$  ( $A = \int L d\tau$ ,  $L$  - Lagrangian cząstki) względem translacji przestrzennoczasowych. Jeśli Lagrangian  $L = L_0$  jest skalarną funkcją samej tylko czteropędkości  $\mu^\alpha$  cząstki swobodnej /co w makrofizyce przy zaniedbaniu wewnętrznej struktury cząstki rzeczywiście ma miejsce/ to mamy:

$$p^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} p_0^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial L_0(\mu^\alpha)}{\partial \mu^\alpha} = m_0 \mu^\alpha \quad /6/$$

Jeśli jednak przyjąć /na razie zupełnie formalnie/ iż jest on skalarną funkcją nie tylko samej czteropędkości ale i czteroprzyspieszenia  $\omega^\alpha$

( $\omega^\alpha = \frac{d\mu^\alpha}{d\tau}$ ) to wówczas czteropęd cząstki opisanej tym Lagrangianem /oznaczymy go przez  $L_1$ / ma postać:

$$p^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} p_{(1)}^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial L_1(\mu^\alpha, \omega^\alpha)}{\partial \mu^\alpha} - \frac{d}{d\tau} \frac{\partial L_1(\mu^\alpha, \omega^\alpha)}{\partial \omega^\alpha} \quad /7/$$

lub krócej:  $p_{(1)}^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial L_1(\mu^\alpha, \omega^\alpha)}{\partial \mu^\alpha} - \frac{d}{d\tau} k_{(1)}^\alpha \quad /7'/$

$$\text{gdzie } k_{(1)}^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial L_1(\mu^\alpha, \omega^\alpha)}{\partial \omega^\alpha}$$

Czterowektor  $k_{(1)}^\alpha$  nazywa się /wewnętrznym /pierwszym/ czteropędem cząstki opisanej Lagrangianem  $L_1$ .

Jeśli przyjąć, że Lagrangian  $L = L_2$  zależy jeszcze i od pochodnej czteroprzyspieszenia  $\dot{\omega}^\alpha$  ( $\dot{\omega}^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d\omega^\alpha}{d\tau}$ ) to otrzymamy odpowiednio:

$$L = L_2 = L_2(\mu^\alpha, \omega^\alpha, \dot{\omega}^\alpha)$$

x/ Iloczyn skalarny czterowektorów  $a^\alpha$  i  $b^\alpha$  będziemy oznaczać (ab); Posługujemy się metryką (-, -, -, +) przestrzeni Minkowskiego.

$$p^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} p_{(2)}^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{df}{d\mu^\alpha} \frac{\partial L_2}{\partial \mu^\alpha} - \frac{d}{d\tau} \frac{\partial L_2}{\partial \dot{\mu}^\alpha} + \frac{d^2}{d\tau^2} \frac{\partial L_2}{\partial \ddot{\mu}^\alpha} \quad /8/$$

lub krócej

$$p_{(2)}^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{df}{d\mu^\alpha} - \frac{d}{d\tau} k_{(1)}^\alpha$$

przy czym

$$k_{(1)}^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{df}{d\dot{\mu}^\alpha} - \frac{d}{d\tau} q_{(1)}^\alpha \quad /8'/$$

gdzie

$$q_{(1)}^\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{df}{d\ddot{\mu}^\alpha}$$

$q_{(1)}^\alpha$  nazywa się pierwszym wewnętrznym czteropędem

$k_{(2)}^\alpha$  nazywa się drugim wewnętrznym czteropędem.

Podobnie konstruuje się czteropędy  $p^\alpha$  dla cząstek opisanych Lagrangianami zależnymi od jeszcze wyższych pochodnych  $\mu^\alpha$  względem  $\tau$ . Za każdym jednak razem równania ruchu cząstki mają taką samą postać:

$$\frac{d}{d\tau} p^\alpha = 0 \quad /9/$$

i całkowita energia w tej cząstce wyraża się wzorem

$$W = c\sqrt{(pp)} \quad /10/$$

czteropęd cząstki  $p^\alpha$  jest bowiem wektorem czasopodobnym. Natomiast dla cząstki opisanej Lagrangianem  $L \neq L_0$ , nie jest on na ogół równoległy do czteropędkości

$$\text{jeśli } p^\alpha \neq p_0^\alpha \text{ to } p^\alpha \nparallel \mu^\alpha \quad /11/$$

Wskutek tego kręt  $K^{\alpha\beta}$  cząstki nie zachowuje się w czasie

$$K^{\alpha\beta} \stackrel{\text{def}}{=} x^\alpha p^\beta - x^\beta p^\alpha \quad /12/$$

$$\frac{d}{d\tau} K^{\alpha\beta} = \mu^\alpha p^\beta - \mu^\beta p^\alpha \neq 0 \quad \text{gdy } p^\alpha \nparallel \mu^\alpha \quad /13/$$

Aby więc utrzymać w mocy prawo zachowania krętu swobodnej cząstki należy uzupełnić jej kręt  $K^{\alpha\beta}$  /zwany krętem "zewnętrznym"/ krętem "wewnętrznym" opisanym biwektorem  $\delta^{\alpha\beta}$  tak dobranym by

$$\frac{d}{d\tau} (K^{\alpha\beta} + \delta^{\alpha\beta}) = 0 \quad /14/$$

Tak więc wydaje się naturalnym interpretować powyższy wynik jako fakt iż cząstka opisana Lagrangianami  $L_1, L_2, \dots$  jest cząstką spinową. Konkretną postać biwektora spinu  $\delta^{\alpha\beta}$  otrzymujemy z równania /14/, /12/

oraz z postaci Lagrangianu. I tak np. dla cząstki opisanej Lagrangianem  $L_1$  otrzymujemy:

$$\Delta^{\alpha\beta} \frac{df}{d\tau} \Delta_{(1)}^{\alpha\beta} = \mu^\alpha k_{(1)}^\beta - \mu^\beta k_{(1)}^\alpha \quad /15/$$

Dla cząstki opisanej przez Lagrangian  $L_2$  dostajemy odpowiednio

$$\Delta^{\alpha\beta} \frac{df}{d\tau} \Delta_{(2)}^{\alpha\beta} = \mu^\alpha k_{(2)}^\beta - \mu^\beta k_{(2)}^\alpha + \omega^\alpha q_{(1)}^\beta - \omega^\beta q_{(1)}^\alpha \quad /16/$$

Sposób konstrukcji Lagrangianów  $L_1, L_2$  itd. jest w bardzo znacznym stopniu dowolny. Jeśli jednak ograniczyć się do możliwie najprostszej ich postaci byleby tylko był spełniony warunek:

$$\frac{dL}{d\tau} = 0 \quad /17/$$

wówczas np. Lagrangian  $L_1$  przybierze postać

$$L_1 = m_0 \left[ c \sqrt{(\mu\mu)} - \frac{1}{c} \frac{\omega\omega}{2} \right] \quad /18/$$

a  $L_2$  będzie kształtu

$$L_2 = m_0 \left[ c \sqrt{(uu)} - \frac{1}{c} \frac{\omega\omega}{2} + \eta \frac{1}{c} \frac{\dot{\omega}\dot{\omega}}{4} \right] \quad /19/$$

gdzie  $l$  jest charakterystyczną dla Lagrangianów cząstek spinowych stałą w wymiarze długości,  $\eta$  - stałą bezwymiarową. Pojawienie się owej stałej  $l$  jest automatyczne i konieczne w celu ujednoczenia wymiarów poszczególnych składników każdego Lagrangianu.

Rozwiązania równań ruchu /9/ w układzie spoczynkowym cząstki /tj. w tym istniejącym inercyjnym układzie współrzędnych  $\Sigma_0$  w którym  $\hat{p} = 0$ / mają postać  $u^1 = 0$ ,  $u^4 = c$  tylko dla cząstki bezspinowej tj. dla cząstki opisanej Lagrangianem  $L_0$ . Dla pozostałych typów cząstek otrzymujemy rozwiązania opisujące (w  $\Sigma_0$ ) płaski ruch po okręgu o stałej średnicy i ze stałym okresem ruchu przy czym płaszczyzna tego okręgu jest prostopadła do stałego w czasie trójwektora spinu  $\hat{s}$  ( $s^{23}, s^{31}, s^{12}$ ).

Wydaje się narzucającą następująca interpretacja: Lagrangiany  $L_1, L_2 \dots$  opisują spinowe cząstki rozmyte. Miara tego rozmycia jest średnica  $\Lambda$  owego okręgu w  $\Sigma_0$ , który jako całość obrazuje spoczywającą w tym układzie cząstkę. Średnicę ową można porównywać z długością fali de Broglie'a dla naszej cząstki. Można też, wychodząc z koncepcji "elementarnej długości"  $l$ , traktować ją jako wielokrotność  $l$ . Znamienne jest rzeczą, iż energia takiej "rozmytej" cząstki spinowej obliczona ze wzoru /10/ jest większa od zwykłej energii spoczynkowej  $m_0 c^2$ , gdzie  $m_0$  jest stałą multiplikatywną Lagrangianu  $L_0$ .

Odpowiednią różnicę  $\Delta W = W - m_0 c^2$  można próbować interpretować jako "energię oddziaływania cząstki z czasoprzestrzenią" przejawiającego się w rozmyciu cząstki. We wszystkich powyższych przypadkach położenie  $l = 0$  sprowadza wszystkie Lagrangiany do  $L_0$ , a więc cząstki do bezspinowych, nie rozmytych.

Wracając do wyjściowego równania Kleina-Gordona zauważamy iż przejdzie nam ono teraz w równanie różnicowe typu

$$\left(\tilde{\square} + \frac{W^2}{c^2 \hbar^2}\right) \Psi(x) = 0 \quad /20/$$

gdzie

$$\tilde{\square} \equiv \frac{d^2}{dx^v} \frac{\partial}{\partial x^v} \quad /21/$$

przy czym  $\frac{\partial}{\partial x^v}$  jest operatorem różnicowym postaci

$$\frac{\partial}{\partial x^v} \Psi(x) \equiv \frac{\Psi(x^1+l, x^2, x^3, x^4) - \Psi(x^1, x^2, x^3, x^4)}{l}, \quad (v=1) \quad /22/$$

itd. dla  $v = 2, 3, 4$ .

Na zakończenie tytułem przykładu rozpatrzmy cząstkę opisaną Lagranżianem  $L_1$  o postaci:

$$L_1 = m_0 \left[ c \sqrt{(\mu\mu)} - \frac{l_0^2}{2c^2} (\omega\omega) \right]; \quad (l_0 \equiv l\sqrt{2}) \quad /23/$$

pęd wewnętrzny  $k_{(1)}^\alpha$  tej cząstki ma postać:

$$k_{(1)}^\alpha \frac{df}{d\omega^\alpha} = -m_0 \frac{l_0^2}{c^2} \omega^\alpha \quad /24/$$

czteropęd  $p_{(1)}^\alpha$  ma więc kształt:

$$p_{(1)}^\alpha \frac{df}{d\mu^\alpha} - \frac{d}{d\tau} k_{(1)}^\alpha = m_0 \mu^\alpha + m_0 \frac{l_0^2}{c^2} \omega^\alpha \quad /25/$$

Równania ruchu  $\dot{p}_{(1)}^\alpha = 0$  pokrywają się z równaniami Mathissona dla cząstki w spinie  $1/2$  oraz z równoważnymi im w tym przypadku równaniami Frenkla dla elektronu.

Całkując te równania w układzie  $\Sigma_0$  otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \mu_1(\tau) &= \mp \frac{\lambda}{m_0 l_0} \sin \frac{c}{l} \tau \\ \mu_2(\tau) &= \mp \frac{\lambda}{m_0 l_0} \cos \frac{c}{l} \tau \\ \mu_3(\tau) &= 0 \\ \mu_4(\tau) &= \pm c \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{m_0^2 c^2 l_0^2}} \end{aligned} \quad /26/$$

gdzie os  $x^3$  jest równoległa do trójwektora  $\vec{s}$  spinu naszej cząstki,  $\lambda$  jest wielkością zależną tylko od stałych całkowania równań ruchu. Z /26/ widać, że średnica okręgu (w płaszczyźnie  $x^1 x^2$ )  $\Lambda = \frac{2A}{m_0 c}$ . Kładąc ją jako miarę rozmycia cząstki równą długości fali de Broglie'a  $\Lambda_B = \frac{h}{m_0 c}$  otrzymujemy:

$$\lambda = \frac{h}{2} \quad /27/$$

tensor spinu  $\Delta^{\alpha\beta}$  ma postać:

$$\Delta^{\alpha\beta} = \mu^\alpha k_{(1)}^\beta - \mu^\beta k_{(1)}^\alpha \quad /28/$$

Z /26/, /27/ i /24/ wynika, że  $\Delta^{\alpha\beta} \Delta_{\alpha\beta} = 2c^2 (k_{(1)}^\alpha k_{(1)\alpha}) = \frac{h^2}{4}$ . /28'/

Energia  $W$  naszej cząstki w  $\Sigma_0$  ma na mocy /25/ i /26/

postać 
$$W = c\sqrt{(p_{(1)}^\alpha p_{(1)\alpha})} = m_0 c^2 \sqrt{1 + \left(\frac{\Lambda}{2t_0}\right)^2} \quad /29/$$

a stąd "energia rozmycia" cząstki  $\Delta W$  ma postać

$$\Delta W = m_0 c^2 \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\Lambda}{2t_0}\right)^2} - 1 \right] \quad /30/$$

## L i t e r a t u r a

Borełowski Z.: Acta Physica Polonica 27, 821 /1965/.

## ON A MODEL OF A FREE ELEMENTARY PARTICLE WITH THE LAGRANGIAN DEPENDENT OF HIGHER ORDER DERIVATIVES OF VELOCITY

### S u m m a r y

The Spin Free Particle with the diffluence in the Center Mass System is described. The momentum of this particle is non parallel to velocity. The Klein-Gordon equation for this case is modified.

"Модель свободной элементарной частицы, Лагранжиан которой зависит от производных скорости".

### Резюме

Свободная частица, Лагранжиан которой зависит от производных скорости, обладает внутренним моментом импульса - так сказать классическим спином. Она "размытая" в системе покоя. Её импульс не параллелен скорости. При переходе на половой уровень, уравнение Клейна-Гордона соответственно модифицируется.





Dr Zbigniew Borelowski  
 Mgr Sławomir Brzezowski  
 Zakład Fizyki Teoretycznej  
 Instytutu Fizyki UJ  
 w Krakowie

M A C I E R Z "S" -  
 REGULARYZACJA BOGOLUBOWA I REPREZENTACJA KADYSZEWSKIEGO

1. Pojęcie operatora "S"

Jak wiadomo z mechaniki kwantowej, stan układu fizycznego opisać można w sposób kompletny za pomocą tzw. funkcji stanu  $\Psi(t)$ . Rozwój stanu fizycznego  $\Psi(t)$  w czasie opisuje się za pomocą operatora unitarnego  $U(t_2, t_1)$  zdefiniowanego, jak następuje:

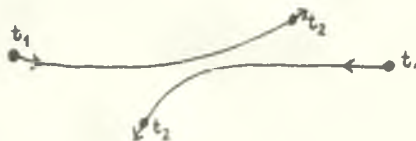
$$U(t_2, t_1) \Psi(t_1) = \Psi(t_2) \quad \dots/1.1/$$

Jeżeli funkcja  $\Psi(t)$  opisuje układ rozpraszanych na sobie cząstek, to interesuje nas związek między stanem cząstek przed rozproszeniem

$$\Psi(t_1) \stackrel{\text{df}}{=} |in\rangle$$

i po rozproszeniu

$$\Psi(t_2) \stackrel{\text{df}}{=} |out\rangle$$



Zakładamy, że cząstki biorące udział w rozproszeniu są swobodne z wyjątkiem krótkiej chwili interakcji. Oś czasu ustalamy tak, aby  $t=0$  odpowiadało momentowi oddziaływania i wtedy przejście od stanu  $|in\rangle$  do stanu  $|out\rangle$  opisujemy za pomocą operatora  $U(t_2, t_1)$ :

\*/ Definicje te odbiegają od spotykanych w literaturze.

$$|out\rangle = U(t_2, t_1) |in\rangle \quad \dots/1.1'/$$

gdzie

$$t_1 < 0$$

$$t_2 > 0$$

Założenie, że funkcje  $|in\rangle$  i  $|out\rangle$  opisują cząstki swobodne /tzn. nie zmieniają się w czasie w sposób istotny/, pozwala zrobić przejście graniczne

$$t_1 \rightarrow -\infty$$

$$t_2 \rightarrow +\infty$$

co doprowadza do zdefiniowania operatora "S" - podstawowego operatora w kwantowej teorii pola:

$$S = \lim_{\substack{t_1 \rightarrow -\infty \\ t_2 \rightarrow +\infty}} U(t_2, t_1) \quad \dots/1.2/$$

a więc

$$\Psi(+\infty) = S \Psi(-\infty) \quad \dots/1.3/$$

W przypadku opisu rozproszonych cząstek zapisujemy zwykle:

$$\Psi(-\infty) \equiv |in\rangle$$

$$\Psi(+\infty) \equiv |out\rangle \quad \dots/1.4/$$

Zgodnie z ogólnym formalizmem mechaniki kwantowej stany  $|in\rangle$  i  $|out\rangle$  możemy wyrazić jako superpozycję zupełnego układu stanów ortonormalnych, np. stanów własnych  $|\vec{p}\rangle$  /albo  $\phi_{\vec{p}}(\vec{x})$ / operatora pędu:

$$|in\rangle = \int |\vec{p}\rangle \langle \vec{p} | in \rangle d^3 \vec{p} \quad \dots/1.5/$$

gdzie  $\langle \vec{p} | in \rangle$  jest funkcją pędu i oznacza iloczyn skalarny

$$\int \phi_{\vec{p}}^*(\vec{x}) \Psi(\vec{x}, t) d^3 \vec{x} \quad \dots/1.6/$$

zapisany w notacji Diraca. Analogicznie

$$|out\rangle = \int |\vec{p}\rangle \langle \vec{p} | out \rangle d^3 \vec{p} \quad \dots/1.5/$$

Zwykle stan  $|in\rangle$  jest wprost stanem własnym operatora pędu  $|\vec{p}_{in}\rangle$  /strumień cząstek o jednakowych pędach  $\vec{p}$  in/. Stan  $|out\rangle$  jest na ogół superpozycją stanów  $|\vec{p}\rangle$  i możemy tylko badać gęstość prawdopodobieństwa  $\mathcal{S}_{\vec{p}}$  z jakim stan  $|in\rangle$  przejdzie w wybrany stan  $|\vec{p}\rangle$ :

$$\mathcal{S}_{\vec{p}} = |\langle out | \vec{p} \rangle|^2 = |\langle \vec{p} | S | \vec{p}_{in} \rangle|^2 \quad \dots/1.7/$$

bo w tym wypadku

$$|out\rangle = S |\vec{p}_{in}\rangle$$

Mówimy o gęstości prawdopodobieństwa przejścia  $\mathcal{S}_{\vec{p}}$ , ponieważ widmo stanów własnych pędu  $|\vec{p}\rangle$  jest ciągle i prawdopodobieństwo przejścia dokładnie w stan  $|\vec{p}\rangle$  out jest równe zeru. Dopiero wielkość  $\mathcal{S}_{\vec{p}_{out}} d^3p$  daje prawdopodobieństwo otrzymania po rozproszeniu stanu o pędzie z przedziału  $[\vec{p}_{out}, \vec{p}_{out} + d\vec{p}]$ . Liczbę zespoloną  $\langle \vec{p} | S | \vec{p}_{in} \rangle$  /dla ustalonych pędów/ nazywamy elementem macierzowym macierzy rozpraszania. Dlatego zamiast terminu "operator S" często spotyka się określenie "macierz S". Elementy tej macierzy związane są z tzw. różniczkowym przekrojem czynnym  $\frac{d\sigma}{dp}(p_{in}, p)$ , który wyznaczamy doświadczalnie. Porównanie wyników doświadczenia z przekrojem czynnym obliczonym teoretycznie pozwala więc na sprawdzenie teorii.

Przystępujemy do wyprowadzenia jawnej postaci operatora "S". Zależność funkcji falowej od czasu wyznaczyć można z równania Schrödingera /najwygodniej w obrazie oddziaływania/:

$$\hat{H}_I(t) \Psi(t) = i \frac{\partial}{\partial t} \Psi(t) \quad \dots/1.8/$$

w układzie jednostek  $\hbar = c = 1$ . Korzystając z definicji /1.1/ otrzymujemy:

$$\hat{H}_I(t) U(t, t_0) \Psi(t_0) = i \frac{\partial}{\partial t} U(t, t_0) \Psi(t_0) \quad \dots/1.9/$$

dla dowolnego  $t$  i dla dowolnego stanu  $\Psi(t_0)$ . Równanie to przepisać można w postaci operatorowej

$$\hat{H}_I(t) U(t, t_0) = i \frac{\partial}{\partial t} U(t, t_0) \quad \dots/1.10/$$

a po nałożeniu warunku początkowego  $U(t_0, t_0) = \hat{1}$  w postaci operatorowego równania całkowego

$$U(t, t_0) = 1 - i \int_{t_0}^t \hat{H}_I(t') U(t', t_0) dt' \quad \dots/1.11/$$

Iteracyjne rozwiązanie tego równania ma postać szeregu nieskończonego

$$U(t, t_0) = 1 + (-i) \int_{t_0}^t dt_1 H_I(t_1) + (-i)^2 \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 H_I(t_1) H_I(t_2) + \dots \quad \dots/1.12/$$

Kolejny wyraz  $U_n$  tego szeregu ma postać

$$U_n(t, t_0) = (-i)^n \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n H_I(t_1) H_I(t_2) \dots H_I(t_n)$$

co można też zapisać w postaci

$$U_n(t, t_0) = (-i)^n \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n \Theta(t_1 - t_2) \dots \Theta(t_{n-1} - t_n) \cdot H_I(t_1) \dots H_I(t_n) \quad \dots/1.13/$$

gdzie funkcja Heaviside'a  $\Theta(t)$  jest określona jak następuje:

$$\begin{aligned} \Theta(t) &= 0 \quad \text{gdy } t < 0 \\ \Theta(t) &= 1 \quad \text{gdy } t \geq 0 \end{aligned} \quad \dots/1.14/$$

Po przejściu granicznym  $t \rightarrow +\infty$ ,  $t_0 \rightarrow -\infty$  i po skorzystaniu z zachodzącej dla prostych przypadków zależności  $H_I(t) = -L_I(t)$ , gdzie  $L_I(t)$  jest częścią operatora Lagrange'a opisującą oddziaływanie, otrzymujemy operator "S" w postaci

$$S = 1 + i \sum_{n=1}^{\infty} T_n \quad \dots/1.15/$$

gdzie

$$T_n = (i)^{n-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \dots dt_n \Theta(t_1 - t_2) \dots \Theta(t_{n-1} - t_n) \cdot L_I(t_1) \dots L_I(t_n) \quad \dots/1.16/$$

## 2. Elementy teorii pola

W formalizmie nierelatywistycznej mechaniki kwantowej istnieje zasadnicza różnica między pojęciem pola i cząstki. Dynamika, której podlega cząstka /jej funkcja falowa/ pochodzi od oddziaływania cząstki z polem /np. elektrostatycznym lub magnetostatycznym/, o którym zakładamy, że rozchodzi się ono w sposób natychmiastowy. Niezależnie od tego, czy jest to pole zewnętrzne, czy też jego źródło bierze udział w dynamice,

traktuje się je jako oddziaływanie na odległość i wprowadza jako część potencjalną do operatora Hamiltona. Fakt korpuskularnej natury promieniowania z jednej strony i falowej struktury "cząstek materii" z drugiej sugerują możliwość opisu zarówno "pól" jak i "cząstek" za pomocą wspólnego formalizmu. Próby skonstruowania takiego formalizmu doprowadziły do powstania teorii pola. W klasycznej teorii pola obiekty fizyczne reprezentowane są przez tzw. funkcje pola  $\Phi(x)$ , które spełniają równanie Kleina-Gordona, odpowiadające relatywistycznemu związkowi między energią i pędem

$$(\square + m^2)\varphi(x) = 0 \quad \dots/2.1/$$

gdzie  $\square = g^{\nu\lambda}\partial_\nu\partial_\lambda$  jest operatorem Kleina-Gordona. Funkcje wszystkich rodzajów pól relatywistycznych powinny spełniać to równanie /dla odpowiednich mas spoczynkowych  $m$ /. W zależności od swego geometrycznego charakteru mogą one oprócz tego spełniać równanie Diraca/fermiony o spinie  $\frac{1}{2}$ /, lub równania falowe wyższych rzędów. W tej pracy ograniczymy się do rozważenia skalarnych funkcji  $\varphi(x)$  wspomnianych na wstępie. Funkcje Lagrange'a pól swobodnych /ściślej - ich gęstości/  $\mathcal{L}(\varphi(x), \frac{\partial\varphi(x)}{\partial x^\mu})$  buduje się z funkcji pola w taki sposób, aby z zasady wariacyjnej dla całki działania otrzymać odpowiednie równanie:

Zasadę wariacyjną

$$\delta A = \delta \int \mathcal{L}(x) dx = 0 \quad \dots/2.2/$$

można bowiem zapisać w równoważnej postaci /zakładając znikanie wariacji funkcji pola w nieskończoności/

$$\frac{\partial \mathcal{L}(x)}{\partial \varphi(x)} - \sum_{\mu=0}^3 \frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial \mathcal{L}(x)}{\partial \dot{\varphi}(x)} = 0 \quad \dots/2.3/$$

Jest to tzw. równanie Eulera-Lagrange'a. Przyjmując gęstość funkcji Lagrange'a rzeczywistego, nienaładowanego, swobodnego pola skalarnego  $\varphi(x)$  w postaci:

$$\mathcal{L}(x) = \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^2 \quad \dots/2.4/$$

otrzymujemy z zasady wariacyjnej równanie Kleina-Gordona, co dowodzi poprawności wyboru funkcji Lagrange'a. Funkcję Lagrange'a jako funkcję  $x^0$  /czasu/ otrzymujemy przez scałkowanie gęstości  $\mathcal{L}(x)$  po zmiennych przestrzennych

$$L(x^0) = \int \mathcal{L}(x) d^3 \vec{x} \quad \dots/2.5/$$

Do teorii pola przenosi się strukturę formalizmu kanonicznego wypracowanego w oparciu o mechanikę klasyczną. Kontynuując tę analogię wprowadza się tensor energii-pędu

$$T_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu \varphi \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} - \mathcal{L} \delta_{\mu\nu} \quad \dots/2.6/$$

oraz 4-wektor energii-pędu

$$P^\mu(x^0) = \int T^{0\mu}(x) d^3 \vec{x} \quad \dots2.7/$$

W wypadku pól oddziaływujących wprowadza się gęstość lagrangianu oddziaływania  $\mathcal{L}_I(x)$  skonstruowaną z funkcji falowych pól oddziaływujących. Kształt funkcji  $\mathcal{L}_I(x)$  należy tak dobrać, aby była ona relatywistycznie niezmiennicza, oraz by otrzymać wyniki zgodne z doświadczeniem /czynnik modelu w teorii pola/. Wspomniana wyżej klasyczna teoria nie operuje pojęciem cząstki a tym bardziej nie obejmuje procesów związanych z powstawaniem i ginięciem cząstek, obserwowanych w przyrodzie. Próbę opisu tej klasy zjawisk stanowi kwantowa teoria pola. W ramach krótkiego artykułu nie sposób podać wyczerpującego omówienia tej teorii; ograniczymy się tylko do podania głównych jej założeń. Funkcję pola z klasycznej teorii rozwija się w szeregi Fouriera /obraz pędowy/.

$$\varphi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^4 k e^{i k x} \varphi(k) \quad \dots/2.8/$$

gdzie  $kx \stackrel{\text{def}}{=} g^{\mu\nu} k_\mu k_\nu = k_0 x_0 - \vec{k} \cdot \vec{x}$

Z równania Kleina-Gordona /2.1/ wynika, że

$$(k^2 - m^2) \tilde{\varphi}(k) = 0 \quad \text{gdzie} \quad k^2 = k_0^2 - \vec{k}^2$$

a więc

$$\tilde{\varphi}(k) = \delta(k^2 - m^2) \varphi(k)$$

Stąd

$$\varphi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^4 k \delta(k^2 - m^2) e^{i k x} \varphi(k) \quad \dots/2.9/$$

Po odpowiednich przekształceniach otrzymujemy

$$\varphi(x) = \varphi^{(+)}(x) + \varphi^{(-)}(x), \quad \dots/2.10/$$

gdzie

$$\begin{aligned} \varphi^{(+)}(x) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{k^0 > 0} e^{ikx} \delta(k^2 - m^2) \varphi(k) d^4k = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{d^3\vec{k}}{\sqrt{2k^0}} e^{ikx} \varphi^{(+)}(\vec{k}) \quad k^0 = +\sqrt{\vec{k}^2 + m^2} \quad \dots/2.11/ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi^{(-)}(x) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{k_0 > 0} e^{-ikx} \delta(k^2 - m^2) \varphi(-k) d^4k = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{d^3\vec{k}}{\sqrt{2k^0}} e^{-ikx} \varphi^{(-)}(\vec{k}) \quad k^0 = +\sqrt{\vec{k}^2 + m^2} \quad \dots/2.11'/ \end{aligned}$$

Funkcje  $\varphi^{(+)}(\vec{k})$  i  $\varphi^{(-)}(\vec{k})$  mają postać:

$$\begin{aligned} \varphi^{(+)}(\vec{k}) &= \frac{\theta(k^0) \varphi(k)}{\sqrt{2k^0}} & k_0 = +\sqrt{\vec{k}^2 + m^2} & \dots/2.12/ \\ \varphi^{(-)}(\vec{k}) &= \frac{\theta(k^0) \varphi(-k)}{\sqrt{2k^0}} \end{aligned}$$

W kwantowej teorii pola zakłada się, że każdy stan fizyczny /tzw. amplitudę stanu  $\Phi_p$ / można otrzymać ze stanu próżni  $|0\rangle$  działając na ten stan operatorami tworzenia cząstek. Potraktujemy funkcje  $\varphi^{(+)}(\vec{k})$  i  $\varphi^{(-)}(\vec{k})$  jako pewne operatory działające we wspomnianej przestrzeni stanów. Tym samym 4-wektor energii-pędu /2.7/ stanie się operatorem energii pędu  $P^\mu$ , a tensor krętu /którego klasycznej postaci nie przedstawialiśmy/ - operatorem krętu. Z ogólnych własności transformacyjnych, jakie powinna posiadać każda relatywistycznie niezmiennicza teoria wynikają reguły komutacyjne dla operatorów pędu i krętu. Rozważmy dwie z nich:

$$\begin{aligned} [\varphi^{(+)}(k), P^\mu] &= -k \varphi^{(+)}(k) & \dots/2.13/ \\ [\varphi^{(-)}(k), P] &= k \varphi^{(-)}(k) \end{aligned}$$

gdzie

$$\left. \begin{aligned} \varphi^{(+)}(k) &= \varphi(k) \\ \varphi^{(-)}(k) &= \varphi(-k) \end{aligned} \right\} \text{określone tylko dla } k^0 > 0.$$

Niech  $\Phi_p$  oznacza pewną amplitudę stanu wielocząstkowego /symbol  $p$  opisuje zespół pędów cząstek tworzących stan  $\Phi_p$ /. Wówczas

$$P^\mu \Phi_p = p^\mu \Phi_p$$

przyczym zakładamy

$$P^\mu |0\rangle = 0$$

Stosując równania operatorowe /2.13/ do stanu  $\Phi_p$  otrzymujemy:

$$P^\mu \varphi^{(+)}(k) \Phi_p = (p^\mu + k^\mu) \varphi^{(+)}(k) \Phi_p \quad \dots/2.15/$$

Stan  $\varphi^{(+)}(k) \Phi_p$  jest stanem własnym operatora pędu do wartości własnej  $p + k$ . Operator  $\varphi^{(+)}(k)$  "dorzucił" więc do stanu  $\Phi_p$  cząstkę o 4 pędzie  $k$ . Podobnie

$$P \varphi^{(-)}(k) \Phi_p = (p - k) \varphi^{(-)}(k) \Phi_p \quad \dots/2.15/$$

/operator  $\varphi^{(-)}(k)$  "zniszczył" cząstkę o 4-pędzie  $k$ /. Operator niszczenia działając na stan próżni /o energii zerowej/ obniża jego energię. Ponieważ nie może istnieć stan o energii ujemnej, więc

$$\varphi^{(-)}(\vec{k}) |0\rangle = 0 \quad \dots/2.16/$$

Okazuje się, że wszystkie reguły komutacyjne równoważne są uniwersalnej zależności między operatorami pola:

$$[\varphi^{(-)}(\vec{k}), \varphi^{(+)}(\vec{k}')] = \delta(\vec{k} - \vec{k}'), \quad \dots/2.17/$$

Definicja iloczynu skalarnego stanów oraz założenie unormowania amplitudy stanu do funkcji delta-Diraca /ciągłe widmo stanów o określonym pędzie/ wskazuje regułę sprzęgania po hermitowsku operatorów tworzenia i niszczenia cząstek. Mamy bowiem:

$$\varphi^{(+)}(\vec{k}) |0\rangle$$

jako stan jednej cząstki o pędzie  $\vec{k}$ . Iloczyn skalarny dwóch takich stanów o różnych pędach  $\vec{k}$  i  $\vec{k}'$  powinien być równy

$$\langle 0 | \varphi^{(+)}(\vec{k}) \varphi^{(+)}(\vec{k}') |0\rangle = \delta(\vec{k} - \vec{k}')$$



Zakładając unormowanie stanu próżni

$$\langle 0 | 0 \rangle = 1$$

otrzymujemy zgodność wzorów /2.17/ i /2.17'/ jeżeli położymy

$$(\varphi^{(+)}(\vec{k}))^{+} = \varphi^{(-)}(\vec{k}) \quad \dots/2.18/$$

### 3. Operator "S" w teorii pola.

Przed zbudowaniem operatora S należy wprowadzić kilka pojęć.

1-o. Iloczyn normalny operatorów pola, oznaczony

$$:\varphi_1(x_1) \varphi_2(x_2) \dots \varphi_n(x_n): \quad \dots/3.1/$$

lub w reprezentacji pędowej

$$:\varphi_1(p_1) \dots \varphi_n(p_n): \quad \dots/3.1'$$

nakazuje ustawienie operatorów niszczenia na prawo od operatorów tworzenia i występuje we wszystkich wielkościach dynamicznych zbudowanych z operatorów pola /np. w gęstości lagrangianu/.

2-o. Pojęcie zwężenia /kontrakcji/ operatorów pola oznaczone i zdefiniowane jak następuje:

$$\underline{\varphi(x)} \varphi(y) \stackrel{df}{=} [\varphi(x), \varphi(y)] = -i D(x-y) \quad \dots/3.2/$$

gdzie

$$D(x-y) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{ik(x-y)} \delta(k^2 - m^2) \theta(-k^0) d^4k \quad \dots/3.3/$$

jest funkcją zmiennej /x-y/, lub w reprezentacji pędów

$$\underline{\varphi(p)} \varphi(k) \stackrel{df}{=} [\varphi(p), \varphi(k)] = \delta(p+k) D(k) \quad \dots/3.2'/$$

gdzie

$$D(k) = \theta(k^0) \delta(k^2 - m^2) \quad \dots/3.3'/$$

jest funkcją 4-pędu.

3-0. Twierdzenie Wicka, które mówi, że iloczyn operatorów pola można zastąpić sumą iloczynów normalnych tych operatorów ze zwięzzeniami według wzoru:

$$\begin{aligned} \varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_n &= : \varphi_1 \dots \varphi_n : + \underbrace{\varphi_1 \varphi_2}_{\text{zwięz.}} : \varphi_3 \dots \varphi_n : + \underbrace{\varphi_1 \varphi_3}_{\text{zwięz.}} : \varphi_2 \dots \varphi_n : + \dots \\ &+ \underbrace{\varphi_2 \varphi_4 \dots \varphi_n}_{\text{zwięz.}} : \varphi_1 : + \underbrace{\varphi_1 \dots \varphi_i \varphi_n}_{\text{zwięz.}} : \varphi_{i+1} : + \dots \\ &+ \underbrace{\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \varphi_4}_{\text{zwięz.}} : \varphi_5 \dots \varphi_n : + \dots \quad \dots/3.4/ \end{aligned}$$

itd., aż wszystkie operatory zostaną zwięzione.

Pozostaje nam zbudować operator "S". Korzystając ze wzorów /1.15/, /1.16/ i /2.7/ otrzymujemy:

$$S = 1 + i \sum_{n=1}^{\infty} T_n = 1 + i \sum \frac{1}{n!} \iint S_n(x_1 \dots x_n) dx_1 \dots dx_n \quad \dots/3.5/$$

$$\begin{aligned} T_n &= i^{n-1} \iint dx_1 \dots dx_n \theta(x_1^0 - x_2^0) \dots \theta(x_{n-1}^0 - x_n^0) \mathcal{L}_I(x_1) \dots \mathcal{L}_I(x_n) = \\ &= \frac{i^{n-1}}{n!} \iint dx_1 \dots dx_n T [\mathcal{L}_I(x_1) \dots \mathcal{L}_I(x_n)] \quad \dots/3.6/ \end{aligned}$$

Wzory /3.5/ i /3.6/ można streścić w symbolicznej postaci

$$S = T \exp \left[ i \int \mathcal{L}_I(x) d^n x \right] \quad \dots/3.7/$$

gdzie T jest symbolem iloczynu chronologicznego, to jest symbolem porządkowania operatorów  $\mathcal{L}_I(x)$  w kolejności chronologicznej wg  $x^0$ . Do iloczynu operatorów  $\mathcal{L}_I(x)$  /który stanowi iloczyn iloczynów normalnych/ stosujemy tzw. Wicka zwięzając kolejno operatory pola pochodzące od różnych operatorów Lagrange'a i uzyskujemy rozkład operatora  $T_n$  na sumę operatorów. Z poszczególnymi składnikami tej sumy związana jest pogładowa interpretacja graficzna /diagramy Feynmana/, opisana w każdym podręczniku kwantowej teorii pola //IV/, /V/, /VI//.

#### 4. Regularyzacja osobliwych członów T operatora "S"

Kolejne całki  $T_n$  są na ogół rozbieżne a procedura formalnego ich uzbieżniania nosi nazwę regularyzacji. Interpretacja fizyczna wyników procedury regularyzacji nosi nazwę renormalizacji i sprowadza się w naj-

prostszych przypadkach do zmiany masy spoczynkowej oraz stałej sprzężenia pól. Omówimy tu pokrótce metodę renormalizacji przedstawioną przez Bogolubowa w /IV/. Założył on postać

$$S_1(x) = i \mathcal{L}_I(x)$$

Po narzuceniu na operator "S" warunków unitarności, kowariantności, przyczynowości i symetrii, które wydają się najnaturalniejszymi z punktu widzenia intuicji fizycznej, okazuje się, że człon  $S_n(x_1 \dots x_n)$  można określić indukcyjnie przy pomocy członów  $S_1(x) \dots S_{n-1}(x_1 \dots x_{n-1})$  z dokładnością do addytywnego operatora  $\Lambda_n(x_1 \dots x_n)$  będącego sumą iloczynów normalnych operatorów pola ze współczynnikami funkcyjnymi

$$Z(\dots \frac{\partial}{\partial x^i} \dots) \delta(x_1 - x_2) \dots \delta(x_{n-1} - x_n)$$

gdzie  $Z(\dots \frac{\partial}{\partial x^i} \dots)$  jest symetrycznym wielomianem pochodnych cząstkowych o stałych współczynnikach. Operator  $\Lambda_n(x_1 \dots x_n)$  możemy przedstawić w najogólniejszej postaci

$$\Lambda(x_1 \dots x_n) = \sum_k Z_k(\dots \frac{\partial}{\partial x^i} \dots) \delta(x_1 - x_2) \dots \delta(x_{n-1} - x_n) : \varphi_1(x_1) \dots \varphi_k(x_k) : \dots /4.1/$$

Operatory o tych własnościach noszą nazwę kwazilokalnych. Bogolubow pokazał w swej pracy /IV/, że dowolności w określeniu operatora "S" sprowadzić można do dowolności w wyborze lagrangianu. Określamy zmodyfikowany lagrangian o postaci:

$$\mathcal{L}_I(x, g) \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{L}_I(x) \cdot g(x) + \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{1}{\nu!} \int \Lambda_{\nu}(x_1, x_1 \dots x_{\nu-1}) g(x) g(x_1) \dots \dots g(x_{\nu-1}) d^4 x_1 \dots d^4 x_{\nu-1} \dots /4.2/$$

gdzie tzw. "funkcja włączeniowa"  $g(x)$  określona jest następująco:

$$\begin{aligned} g(x) &\equiv 0 && \text{w obszarze, gdzie oddziaływanie jest wyłączone,} \\ 0 < g(x) < 1 && \text{w obszarze, gdzie oddziaływanie jest włączone, częściowo,} \\ g(x) &\equiv 1 && \text{dla obszaru z pełnym oddziaływaniem.} \end{aligned}$$

Funkcja  $g(x)$  ma charakter pomocniczy i w fizycznych przypadkach składa się  $g(x) \equiv 1$ .

Tworząc operator "S" według wzoru /3.7/ i grupując wyrazy o jednakowych potęgach funkcji  $g(x)$  otrzymuje się ogólny wzór na operator  $S_n(x_1 \dots x_n)$  w zależności od  $\mathcal{L}_I(x)$  i  $\Lambda_2(x_1, x_2) \dots \Lambda_n(x_1 \dots x_n)$ , którego jawną postać przedstawimy dla  $S_2(x_1, x_2)$  i dla  $S_3(x_1, x_2, x_3)$

$$S_2(x_1, x_2) = i^2 T[\mathcal{L}_I(x_1) \mathcal{L}_I(x_2)] + i \Lambda_2(x_1, x_2) \quad /4.3/$$

$$\begin{aligned} S_3(x_1, x_2, x_3) = & -i T[\mathcal{L}_I(x_1) \mathcal{L}_I(x_2) \mathcal{L}_I(x_3)] - T[\mathcal{L}_I(x_1) \Lambda_2(x_2, x_3)] - \\ & - T[\mathcal{L}_I(x_2) \Lambda_2(x_1, x_3)] - T[\mathcal{L}_I(x_3) \Lambda_2(x_1, x_2)] + \\ & + i \Lambda_3(x_1, x_2, x_3) \quad \dots /4.3' / \end{aligned}$$

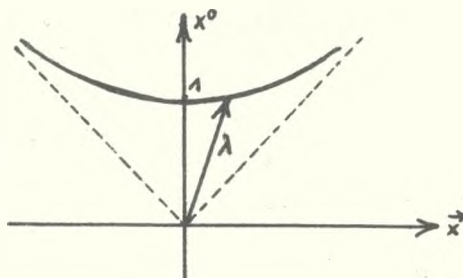
Dowolności w określeniu kolejnych członów  $S_n$  wykorzystuje się do re-normalizacji. Najpierw prowadzi się obliczenia danego członu operatora "S" korzystając z jego standardowej postaci /3.6/ ze zwykłym lagrangianem  $\mathcal{L}_I(x)$ . Jeżeli wynik jest rozbieżny, to za pomocą tzw. procedury regularyzacji oddzielamy część zbieżną od rozbieżnej. Okazuje się wtedy, że część rozbieżna ma postać operatora kwazilokalnego  $\Lambda_V$ . Korzystając z dowolności określenia funkcji Lagrange'a wprowadzamy operator  $\Lambda_V$  ze znakiem przeciwnym do zmodyfikowanej funkcji Lagrange'a według wzoru /4.2/. Wiemy teraz, na pewno, że obliczanie tego samego członu operatora "S" z użyciem nowego lagrangianu doprowadzi do skasowania się członów rozbieżnych. Bogolubow pokazał również, że powyższa modyfikacja lagrangianu daje automatycznie regularyzację niektórych wyższych członów operatora "S".

## 5. Pędowa reprezentacja Kadyszewskiego

Nieco odmienną od powszechnie przyjętej metodę obliczania członów operatora "S" podał Kadyszewski [1]. Korzystamy w niej z postaci /3.6/ operatora  $T_n$  i dokonujemy trywialnej zamiany

$$\theta(x^0) \rightarrow \theta(\lambda \cdot x) \quad \lambda \cdot x = \lambda^0 \cdot x^0 - \vec{\lambda} \cdot \vec{x} \dots /5.1/$$

gdzie  $\lambda$  jest czterowektorem o własnościach  $\lambda^2 = 1 \quad \lambda^0 \geq 0 \dots /5.2/$



Możliwość takiej zamiany wynika z komutowania operatorów Lagrange'a

$$[\mathcal{L}_I(x), \mathcal{L}_I(y)] = 0 \quad (x-y)^2 < 0$$

czyli dla dwóch punkto-chwil, między którymi nie zachodzi związek przyczynowy. Dla T otrzymujemy wówczas:

$$T_n = \int \theta(\lambda \cdot (x_1 - x_2)) \dots \theta(\lambda \cdot (x_{n-1} - x_n)) \mathcal{L}_I(x_1) \dots \mathcal{L}_I(x_n) d^4 x_1 \dots d^4 x_n \dots /5.3/$$

Funkcje Heavisidea występujące w tym wzorze można rozwinąć w szeregi Fouriera

$$\theta(\lambda \cdot x) = \frac{-1}{2\pi i} \int \frac{e^{-i \tau(\lambda \cdot x)}}{\tau + i\epsilon} d\tau \quad \dots /5.4/$$

Obliczając tę całkę na płaszczyźnie zespolonej  $\tau$  otrzymujemy funkcję Heavisidea o znanych własnościach. Po podstawieniu do /5.3/ powyższych przedstawień operatorów  $\mathcal{L}_I(x)$ :

$$\mathcal{L}_I(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int e^{ipx} \tilde{\mathcal{L}}(p) d^4 p \quad \dots /5.5/$$

można zanważyć, że

$$\begin{aligned} T_1 &= \tilde{\mathcal{L}}(0) \\ T_2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathcal{L}}(\lambda\tau) \frac{d\tau}{\tau + i\epsilon} \tilde{\mathcal{L}}(-\lambda\tau) \quad \dots /5.6/ \\ T_n &= \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathcal{L}}(\lambda\tau_1) \frac{d\tau_1}{\tau_1 + i\epsilon} \tilde{\mathcal{L}}(\lambda\tau_2 - \lambda\tau_1) \dots \frac{d\tau_{n-1}}{\tau_{n-1} + i\epsilon} \tilde{\mathcal{L}}(-\lambda\tau_{n-1}) \end{aligned}$$

Pędowa reprezentacja Kadyszewskiego prowadzi do specjalnej interpretacji graficznej. Dla jej przedstawienia musimy posłużyć się jakimś konkretnym modelem, np.

$$\mathcal{L}_1(x) = e : \varphi^3(x) : \quad \dots/5.7/$$

W reprezentacji pędowej otrzymamy

$$\tilde{\mathcal{L}}(\lambda\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \delta(\lambda\tau - k_1 - k_2 - k_3) : \varphi(k_1) \varphi(k_2) \varphi(k_3) : d^4 k_1 d^4 k_2 d^4 k_3$$

gdzie

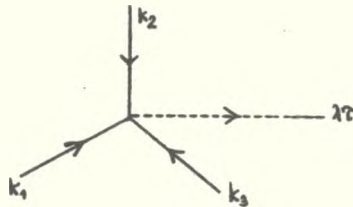
.../5.8/

$$\varphi(k) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{-ikx} \varphi(x) d^4 x$$

Operatorowi  $\varphi(k)$  przypisujemy linię cząstki o 4-pędzie  $k$ . Z argumentu funkcji  $\delta$ -Diraca wynika, że

$$k_1 + k_2 + k_3 = \lambda\tau$$

Jeżeli więc w jednej punkto-chwili "spotykają" się 3 cząstki /por. postać  $\mathcal{L}(x)$ / o pędach  $k_1, k_2, k_3$ , to tę samą punkto-chwilę opuszcza nieznaną twór /nazwijmy go kwasicząstką/ o pędzie  $\lambda\tau$ . Możemy więc narysować diagram:



Przyjmując taką interpretację graficzną operatora  $\tilde{\mathcal{L}}_1(\lambda\tau)$  możemy w podobny sposób zilustrować kolejne człony  $T_{n0}$  pamiętając o możliwości zastosowania tw. Wicka. Np. dla  $T_2$  otrzymamy:

$$T_2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \delta(\lambda\tau - p_1 - p_2 - p_3) \delta(-\lambda\tau - k_1 - k_2 - k_3) \frac{1}{\tau + i\epsilon}$$

$$: \varphi(p_1) \varphi(p_2) \varphi(p_3) : : \varphi(k_1) \varphi(k_2) \varphi(k_3) : d^4 k_1 d^4 k_2 d^4 k_3 d^4 p_1 d^4 p_2 d^4 p_3 d\tau =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \delta\left(\sum_{i/1}^3 p_i + \sum_{j/1}^3 k_j\right) \delta\left(\lambda\tau - \sum_{i/1}^3 p_i\right) \frac{1}{\tau + i\epsilon}$$

$$: \varphi(p_1) \varphi(p_2) \varphi(p_3) \varphi(k_1) \varphi(k_2) \varphi(k_3) : d^4 k_1 \dots d^4 p_3 d\tau \quad \dots/5.9/$$

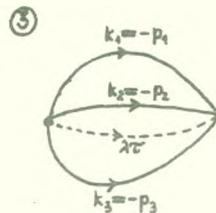
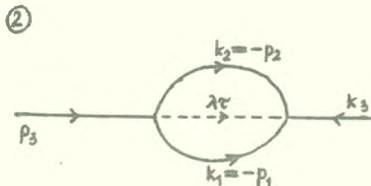
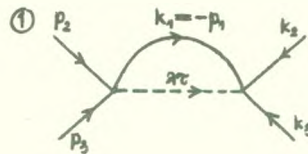
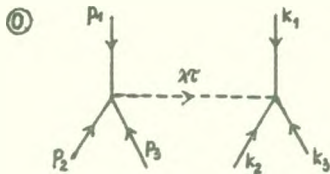
Do iloczynu operatorów pola stosujemy tw. Wicka:

$$\begin{aligned}
 & : \varphi(p_1)\varphi(p_2)\varphi(p_3) : : \varphi(k_1)\varphi(k_2)\varphi(k_3) : = : \varphi(p_1) \dots \varphi(k_3) : + \\
 & + : \underbrace{\varphi(p_1)\varphi(p_2)\varphi(p_3)} \underbrace{\varphi(k_1)\varphi(k_2)\varphi(k_3)} : + \\
 & + : \underbrace{\varphi(p_1)\varphi(p_2)\varphi(p_3)\varphi(k_1)\varphi(k_2)} \varphi(k_3) : + \dots + \\
 & + : \underbrace{\varphi(p_1)\varphi(p_2)\varphi(p_3)\varphi(k_1)\varphi(k_2)} \varphi(k_3) + \dots + \dots / 5.10 / \\
 & + : \underbrace{\varphi(p_1)\varphi(p_2)\varphi(p_3)\varphi(k_1)\varphi(k_2)} \varphi(k_3) + \dots
 \end{aligned}$$

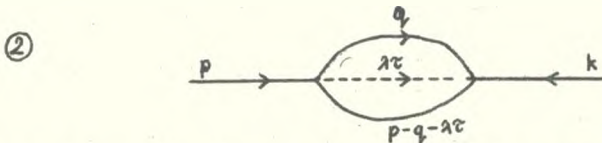
Wykropkowano pozostałe kombinacje z taką samą liczbą zwięzów. Podstawiając kontrakcje ze wzoru /3.2'/ otrzymujemy

$$\begin{aligned}
 & : \varphi(p_1)\varphi(p_2)\varphi(p_3) : : \varphi(k_1)\varphi(k_2)\varphi(k_3) : = : \varphi(p_1) \dots \varphi(k_3) : + \quad \textcircled{0} \\
 & + \delta(p_1 + k_1) D(k_1) : \varphi(p_2)\varphi(p_3)\varphi(k_2)\varphi(k_3) : + \dots + \quad \textcircled{1} \\
 & + \delta(p_1 + k_1)\delta(p_2 + k_2) D(k_1) D(k_2) : \varphi(p_3)\varphi(k_3) : + \dots + \quad \textcircled{2} \\
 & + \delta(p_1 + k_1)\delta(p_2 + k_2)\delta(p_3 + k_3) D(k_1) D(k_2) D(k_3) + \dots \quad \textcircled{3}
 \end{aligned}$$

Postać członu  $T_2$  z iloczynem operatorów pola rozpisany wg twierdzenia Wicka sugeruje odpowiadającą temu rozpisaniu interpretację graficzną. Interpretacja ta wprowadzona przez Kadyszewskiego jest odmienna od zwykłej interpretacji Feynmana, w której nie występują linie kwasiozastkowe.



Pojęcia wierzchołków, linii wewnętrznych /propagatorów/ i zewnętrznych diagramu uważamy za znane. Całkowanie kolejnych członów  $T_n$  napotyka na podobne trudności, co i w przypadku zwykłego ujęcia operatora "S". Okazuje się jednak, że rozbieżne mogą być wyłącznie całki po pędach przekazywanych na wewnętrznych liniach kwasicząstkowych. Rozpatrzmy jeden z otrzymanych grafów:



Odpowiada mu część członu  $T_2$ ; oznaczmy ją przez  $T_2^{(2)}$ .

$$T_2^{(2)} = \frac{1}{(2\pi)^2} a_2^{(2)} \int \delta\left(\sum_{i/1} p_i + \sum_{j/1} k_j\right) \delta(\lambda\tau - \sum_{i=1}^3 p_i) \frac{1}{\tau + i\epsilon} \delta(p_1+k_1) \delta(p_2+k_2).$$

$$\cdot D(k_1) D(k_2) : \varphi(p_3) \varphi(k_3) : d^4 p_1 d^4 p_2 d^4 p_3 d^4 k_1 d^4 k_2 d^4 k_3 d\tau =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} a_2^{(2)} \int \delta(p_3 + k_3) \delta(\lambda\tau + k_1 + k_2 - p_3) \frac{1}{\tau + i\epsilon} D(k_1) D(k_2) \times$$

$$: \varphi(p_3) \varphi(k_3) : d^4 k_1 d^4 k_2 d^4 k_3 d^4 p_3 d\tau = \left| \begin{array}{l} p_3 \equiv p \\ k_3 \equiv k \\ k_1 \equiv q \end{array} \right| =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} a_2^{(2)} \int \delta(p+k) \frac{1}{\tau + i\epsilon} D(q) D(p-q - \lambda\tau) : \varphi(p) \varphi(k) : \times$$

$$\times d^4 p d^4 k d^4 q d\tau. /5.11/$$

Współczynnik liczbowy  $a_2^{(2)}$  odpowiada krotności danego diagramu w rozwinięciu Wicka. Zgodnie z przyjętą interpretacją graficzną funkcje  $D(q)$  odpowiadają liniom wewnętrznym /tzw. cząstkom wirtualnym/, funkcja  $\frac{1}{\tau + i\epsilon}$  odpowiada wewnętrznej linii kwasicząstkowej a operatory pola odpowiadają liniom zewnętrznym. Z postaci funkcji  $D(q)$  /3.3'/ wynika następująca własność cząstek wirtualnych: cząstki wirtualne poruszają się po liniach wewnętrznych w określonym "kierunku" /tzn. od wierzchołka lewego do prawego, a nie na odwrót/, bo funkcja  $0 q^0$  wyznacza kierunek przekazywania energii. Własności tej nie posiadają linie wewnętrzne w zwykłej interpretacji Feynmana. Czteropęd, jaki osiągnie cząstka na linii wewnętrznej jest więc w ujęciu Kadyszewskiego ograniczony pędem do-



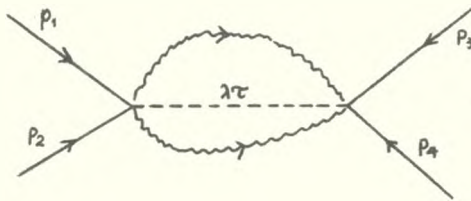
starczonym do wierzchołka, z którego ta linia wychodzi. Wspomniane wyżej i wymagające regularyzacji osobliwości, na jakie natrafia się w zwykłym ujęciu przy obliczaniu członów  $T_n$  pochodzą od rozbieżnych całek po pędach cząstek wewnętrznych. W ujęciu Kadyszewskiego, ze względu na ograniczony pęd cząstek wewnętrznych, całki po pędach tych cząstek/w naszym przykładzie po  $d^4q$  są zbieżne, a rozbieżności "spychane" są jakgdyby do ostatniej całki po  $d\tau$ . Sposób usuwania tej rozbieżności /regularyzacja/ omówimy na poniższym przykładzie.

W końcowej części niniejszej pracy rozważane będzie oddziaływanie naładowanego pola skalarnego  $\varphi(x)$  z polem elektro-magnetycznym  $A^\mu(x)$  z gęstością funkcji Lagrange'a

$$\mathcal{L}_I(x) = e : \bar{\psi}(x) A^\mu(x) \psi(x) :$$

Jeden z członów operatora "S" otrzymywanych w drugim rzędzie przybliżeń, któremu odpowiada diagram

(5)



ma postać:

$$T_2^{(5)} = a_2^{(5)} e^2 \int \delta\left(\sum_{i=1}^4 p_i\right) \cdot F_2^{(5)}(p_1, p_2) \cdot \varphi(p_1) \dots \varphi(p_4) : d^4 p_1 \dots d^4 p_4 \dots / 5.12/$$

gdzie całka

$$F_2^{(5)}(p_1, p_2) = \frac{\pi}{2} \int_{-\infty}^{c(p_1, p_2)} \frac{d\tau}{\tau + i\epsilon}$$

$$c(p_1, p_2) = (p_1 + p_2) \cdot \lambda \cdot \sqrt{[(p_1, p_2) \lambda]^2 + (p_1 + p_2)^2}$$

jest, jak widać, rozbieżna logarymicznie w dolnym skraju przedziału całkowania. Wybierzmy układ współrzędnych, w którym  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$  i połóżmy  $\vec{\lambda} = 0$  w tym układzie. Otrzymamy

$$F_2^{(5)}(p_1^0, p_2^0) = \frac{\pi}{2} \int_{-\infty}^{p_1^0 + p_2^0} \frac{d\tau}{\tau + i\epsilon}$$

Łatwo zauważyć, że

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\tau + i\varepsilon} - \frac{1}{\tau + M + i\varepsilon} \right) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{M}{(\tau + i\varepsilon)(\tau + M + i\varepsilon)} = \frac{1}{\tau + i\varepsilon}$$

Robimy więc zamianę:

$$\frac{1}{\tau + i\varepsilon} \longrightarrow \frac{1}{\tau + i\varepsilon} - \frac{1}{\tau + M + i\varepsilon}$$

Po takim podstawieniu całka jest formalnie wykonalna; należy jednak po scałkowaniu zrobić przejście graniczne  $M \rightarrow \infty$  i oddzielić część zbieżną od rozbieżnej. /Całkę wykonujemy w tym wypadku metodą rozkładu funkcji podcałkowej na ułamki proste/.

$$F_2^{(5)}(p_1^0, p_2^0) = -\frac{\pi}{2} \ln \frac{p_1^0 + p_2^0 - \tau}{m} + \frac{\pi}{2} \lim_{M \rightarrow \infty} \ln \left| \frac{M}{m} \right|$$

Druga /rozbieżna/ część tej sumy podstawiona do wzoru /5.12/ daje w reprezentacji położenia szukany przyczynek do operatora kwasilokalnego:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} \ln \left| \frac{M}{m} \right| Q_Z^{(6)} e^Z \int \delta(\Sigma p) : \dot{\varphi}(p_1) \dot{\varphi}(p_2) \dot{\varphi}(p_3) \varphi(p_4) dp_1 \dots dp_4 \stackrel{df}{=} \\ \stackrel{df}{=} i \int \Lambda_2^{(5)}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad \dots /5.13/$$

Podstawienie do /5.13/ położeniowych reprezentacji operatorów pola daje

$$\Lambda_2^{(5)}(x_1, x_2) = a_2^{(5)} e^2 \ln \left| \frac{M}{m} \right| \delta(x_1 - x_2) : \varphi(x_1) \varphi(x_1) \varphi(x_2) \varphi(x_2) :$$

Po obliczeniu i zsumowaniu operatorów kwasilokalnych odpowiadających pozostałym członom  $T_2^{(i)}$  otrzymać można pełny operator kwasilokalny  $\Lambda_2(x_1, x_2)$ . Autorzy niniejszej pracy przeprowadzili obliczenia operatorów kwasilokalnych w drugim rzędzie przybliżeń dla dwóch typów oddziaływań:

1.  $\mathcal{L}_I(x) = e : \varphi^4(x) :$
2.  $\mathcal{L}_{II}(x) = e : \varphi(x) \Lambda^{\mu\nu}(x) \Lambda_{\mu\nu}(x) \varphi(x) :$

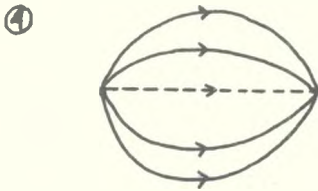
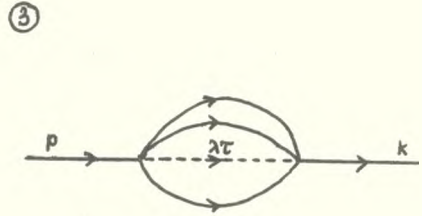
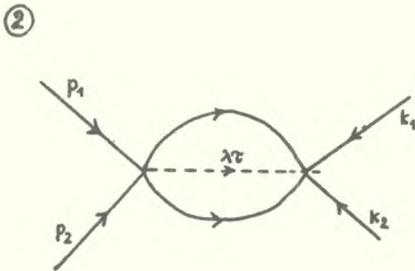
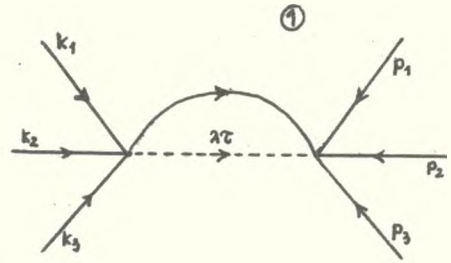
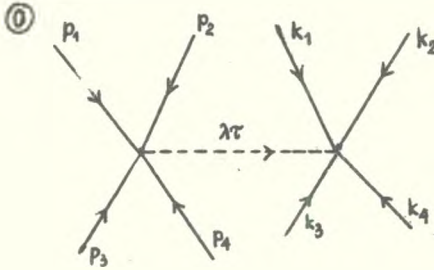
gdzie  $\varphi(x)$  opisuje cząstkę /pole/ skalarną,

$\Lambda^{\mu\nu}(x)$  odpowiada polu elektromagnetycznemu,

$e$  jest stałą sprzężenia.

Rozpatrywane będą człony dające przyczynek do przekroju czynnego /tzn. posiadające linie zewnętrzne/.

Ad.1. Komplet diagramów dla tego oddziaływania ma w drugim rzędzie przybliżeń postać:



⑤ nie daje przyczynku do przekroju czynnego.

Element macierzowy II-go rzędu  $S_2$  jest sumą przyczynków od poszczególnych grafów.

$$S_2 = \sum_{r/0}^4 S_2^{(r)}$$

Obliczenia wykazują rozbieżność członów  $S_2^{(2)}$ ,  $S_2^{(3)}$  i  $S_2^{(4)}$ . Po przeprowadzeniu renormalizacji masy kwasicząstki

$$\frac{1}{\tau + i\epsilon} \rightarrow \frac{1}{\tau + i\epsilon} - \left( \frac{1}{\tau + M + i\epsilon} \right)^{r+2}$$

i oddzieleniu członów rozbieżnych dla  $M \rightarrow \infty$  uzyskuje się wyrażenia  $\Lambda_2^{(2)}$  jako operatory kwasilokalne w postaci: dla grafu (2):

$$\Lambda_2^{(2)}(x, x_1) = a_2^{(2)} e^2 \left[ m - \frac{1}{4i} \left( \frac{\partial}{\partial x_0} - \frac{\partial}{\partial x_1} \right) \right] \delta(x - x_1) : \varphi^2(x) \varphi^2(x_1) : \ln \frac{M}{m}$$

w układzie współrzędnych  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$  i z wyborem  $\vec{\lambda} = 0$  w tym układzie, oraz dla grafu (3):

$$\Lambda_2^{(3)}(x, x_1) = a_2^{(3)} e^2 \left[ a \left( \frac{\partial}{\partial x_0} - \frac{\partial}{\partial x_1} \right) + b \left( \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \right) + c \left( \frac{\partial^3}{\partial x_0^3} - \frac{\partial^3}{\partial x_1^3} \right) + d \left( \frac{\partial^4}{\partial x_0^4} + \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} \right) + f \right] \delta(x - x_1) : \varphi(x) \varphi(x_1) :$$

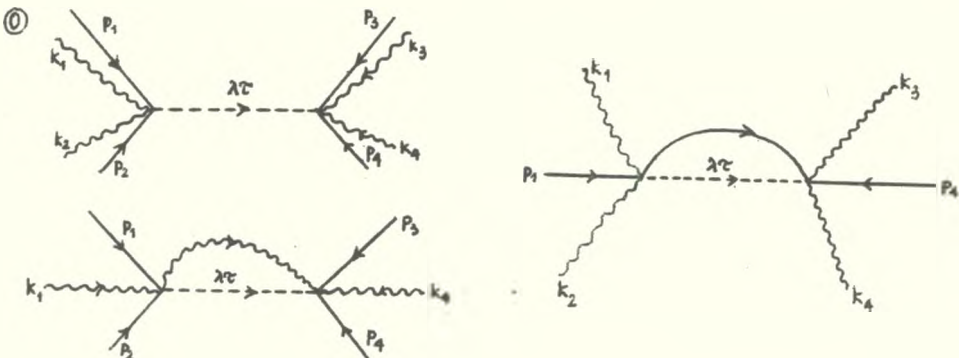
w układzie  $\vec{k} = 0$  i z wyborem  $\vec{\lambda} = 0$  w tym układzie, gdzie

$$a = \frac{81}{2} \ln \left[ 3 \left| \frac{M}{m} \right| \right] + \frac{343}{2} \ln \left| \frac{M}{m} \right| + \frac{405}{2} \left| \frac{M}{m} \right|^2$$

$$b = \frac{243}{2} \left( \frac{M}{m} \right) i \quad c = -\frac{1}{2} \left( \frac{M}{m} \right)^2, \quad d = \frac{1}{2} \left( \frac{M}{m} \right),$$

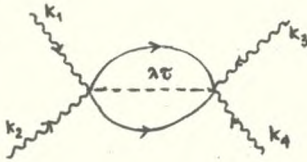
$$f = -\frac{M}{m} + \frac{81}{4} \left( \frac{M}{m} \right)^2$$

Ad.2. W drugim rzędzie przybliżeń oddziaływanie to prowadzi do następujących diagramów:

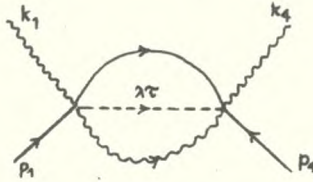


Człony odpowiadające powyższym grafom są zbieżne i nie wymagają renormalizacji. Pozostałe diagramy odpowiadają członom rozbieżnym:

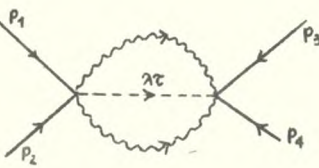
③



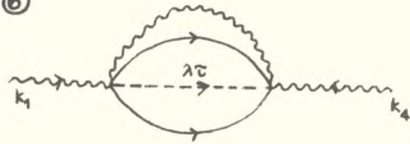
④



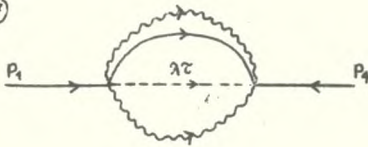
⑤



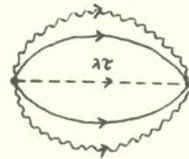
⑥



⑦



⑧



Renormalizacja przeprowadzona podobnie, jak w poprzednim przykładzie prowadzi do operatorów kwasilokalnych, jak następuje:

$$\Lambda_2^{(3)}(x_1, x_2) = a_2^{(3)} e^2 \delta(x_1 - x_2) : \Delta^\mu(x_1) \Delta_\mu(x_2) \Delta^\mu(x_1) \Delta_\nu(x_2) : \ln \left| \frac{M}{m} \right|$$

$$\Lambda_2^{(4)}(x_1, x_2) = a_2^{(4)} e^2 \delta(x_1 - x_2) : \dot{\varphi}^*(x_1) \varphi(x_2) \Delta^\mu(x_1) \Delta_\mu(x_2) : \ln \left| \frac{M}{m} \right|$$

$$\Lambda_2^{(5)}(x_1, x_2) = a_2^{(5)} e^2 \delta(x_1 - x_2) : \dot{\varphi}^*(x_1) \varphi(x_1) \dot{\varphi}^*(x_2) \varphi(x_2) : \ln \left| \frac{M}{m} \right|$$

$$\Lambda_2^{(6)}(x_1, x_2) = a_2^{(6)} e^2 \delta(x_1 - x_2) \left[ (\alpha + \beta \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}) \ln \left| \frac{M}{m} \right| - \gamma \ln^2 \left| \frac{M}{m} \right| \right] : \Delta^\mu(x_1) \Delta_\mu(x_2) :$$

$$\Lambda_2^{(7)}(x_1, x_2) = a_2^{(7)} e^2 \delta(x_1 - x_2) \left[ (\delta + \eta \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}) \ln \left| \frac{M}{m} \right| + \zeta \ln^2 \left| \frac{M}{m} \right| \right] : \dot{\varphi}^*(x_1) \varphi(x_2) :$$

gdzie  $\alpha = 3\pi m^2 - i \frac{m^2}{4}$  i  $\beta = \frac{i}{8}$  i  $\gamma = -i \frac{m^2}{2}$

$\delta = \pi m^2$  i  $\eta = \frac{i}{2}$  i  $\zeta = i \frac{m^2}{2}$

Człony  $\Lambda_2^{(6)(F)}$  obliczane są w układach środka masy  $\vec{p}_{in} = 0$  i z wyborem  $\vec{x} = 0$  w tych układach. Dla obydwu funkcji Lagrange'a proces renormalizacji przeprowadzono w reprezentacji pędów, przepisując następnie wyniki w reprezentacji położenia. Metoda renormalizacji z zastosowaniem operatorów kwasilokalnych  $\tilde{\Lambda}(p_1, \dots) \rightarrow \Lambda(x_1, \dots)$  abstrahując od możliwości interpretacyjnych wynikających z pojawienia się linii kwazi-cząstek, w znacznym stopniu ujednoznacza proces renormalizacji poprzez modyfikację standardowej postaci  $\mathcal{L}_I(x)$ , co zdaniem autorów niniejszej pracy stanowi rzecz godną podkreślenia.

### L i t e r a t u r a

- V.G. Kadyshevsky, Zh. Eksper. Teor. Fiz. /USSR/, 46, 654, 1964.  
 V.G. Kadyshevsky, Zh. Eksper. Teor. Fiz. /USSR/, 46, 873, 1964.  
 Z. Borelowski, Acta Phys. Polon. B1 nr 2 155 1970.  
 N.N. Bogoliubov, D.V. Shirkov, "Vvedenie v teoriyu kvantovannykh polei", Moskwa, 1957.  
 S. Shveber, "Vvedenie v relyativistskuyu kvantovuyu teoriyu polya", Moskwa 1963.  
 H.A. Bethe, "Mesons and fields", Evanston 1955.

"S - Matrix: Bogoliubov's Regularization and Kadyshevsky's Representation"

### S u m m a r y

The method of Bogoliubov's Regularization in Kadyshevsky's Representation for electromagnetic-meson interaction is described.

"S- Матрица; Регуляризация Боголюбова и репрезентация Кадышевского"

### Резюме

Предлагается способ перенормировки членов S - Матрицы, второго порядка в - представлении Кадышевского, для некоторого Лагранжиана взаимодействия

Władysław Osak  
Katedra Fizyki Doświadczalnej  
WSP Kraków

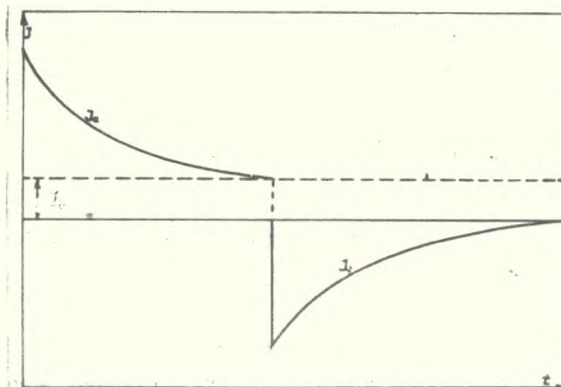
PRĄDY ROZŁADOWANIA W CYRKONIANIE OŁOWIU

Pomiary prądów rozładowania w materiałach ferroelektrycznych pozwalają ustalić wiele ciekawych własności tych materiałów. Ostatnio tego rodzaju pomiary dla cyrkonianu ołowiu zostały przeprowadzone przez Handerka /1-3/. W pracy niniejszej rozszerzono te pomiary w związku z próbą powiązania prądów rozładowania z własnościami elektretowymi.

I. Prądy rozładowania

Jeżeli do okładek kondensatora wypełnionego dielektrykiem przyłożymy stałe napięcie  $U$  to stwierdzimy przepływ prądu, który z początku maleje bardzo szybko, potem wolniej a po pewnym czasie osiąga wartość stałą. Stałą wartość osiąga się po kilku godzinach, dniach lub nawet miesiącach, zależnie od rodzaju dielektryka. Może być ona niższa od wartości początkowej  $10^4$  razy /4/.

Typowy przebieg prądu płynącego przez kondensator, który nazywa się prądem ładowania przedstawiony jest na rys.1.



Rys.1.  $I_a$ - prąd absorpcyjny,  $I_r$ - prąd rozładow.  $I_b$ - prąd przewodnictwa objętościowego.

Całkowity prąd ładowania  $I(t)$  możemy rozdzielić na nieustalony prąd absorbcji  $I_a(t)$  i stały prąd objętościowy  $I_b$ .

$$I(t) = I_a(t) + I_b \quad /1/$$

Zwarcie kondensatora po czasie potrzebnym do jego całkowitego naładowania powoduje przepływ prądu rozładowania  $I_d(t)$

$$I_d(t) = - I_a(t) \quad /2/$$

Jeżeli zewrzymy kondensator po czasie  $t'$  krótszym od czasu pełnego naładowania, to możemy także wyznaczyć prąd rozładowania w oparciu o zasadę superpozycji Curie-Hopkinson'a /5-7/. Całkowity ładunek zgromadzony w dielektryku można odzyskać przez długotrwałe zwarcie kondensatora

$$Q = \int_0^{\infty} I_a(t) dt \quad /3/$$

Ogólnie prąd absorbcji możemy wyrazić wzorem /7/

$$I_a(t) = C \cdot U \cdot \varphi(t) \quad /4/$$

gdzie  $C$  - pojemność geometryczna kondensatora

$\varphi(t)$  - malejąca funkcja czasu.

Jak wynika z prac Schweidlera /8/ Wagnera /9/, Cole-Cole /10/, Grossa /11-14/ znajomość przebiegu prądu rozładowania pozwala przewidzieć zachowanie się dielektryka w polach zmiennych, tj. wyznaczyć jego zespoloną przenikalność elektryczną  $\epsilon^*$  lub odwrotnie.

Czynione próby znalezienia postaci analitycznej funkcji  $\varphi(t)$  przez różnych autorów nie pozwoliły do chwili obecnej dać całkowicie zadowalającej odpowiedzi. L. Hopkinson i J. Curie przyjęli, że przebieg prądu rozładowania może być określony przez funkcję

$$\varphi(t) = A t^{-n} \quad /5/$$

gdzie  $A$  i  $n$  stałe.

$n$  - prawie nie zależy od temperatury i ma wartość

$$0 < n < 1$$

$A$  - stała zależna od temperatury.

Wyniki pomiarów dla miki, bursztynu, siarki, kwarcu, ebonitu, parafiny, szkła, wosku potwierdzają skusność tego wzoru. Jednakże na ograniczoną



stosowalność tego wzoru wykazały pomiary Voglisa /15/ z których wynika, że wzoru tego nie można stosować do czasów bardzo krótkich mniejszych od sekundy a wogóle nie stosuje się on do materiałów ceramicznych.

Z teorii absorpcji dielektrycznej Maxwella rozwiniętej przez Pelata /16/ i Wagnera /9/ wynika, że prąd absorpcji dielektrycznej powinien mieć przebieg eksponencjalny

$$\varphi(t) = Be^{-\frac{t}{\tau}} \quad /6/$$

Wzór ten został wyprowadzony przez Debay'a w oparciu o teorię dipolową polaryzacji dielektrycznej i potwierdzony w pracach Richardsona/18/, Neumana /19/, Whithead'a /20/ i innych. Schweidler /8/ i Wagner /9/ uogólnili wzór /6/ w ten sposób, że przyjęli zamiast jednego czasu relaksacji kilka czasów  $\tau_1, \tau_2, \tau_3 \dots \tau_n$  względnie w niektórych przypadkach przejęli ciągły rozkład czasów relaksacji wokół pewnej wartości najbardziej prawdopodobnej, podlegających rozkładowi Gaussa.

Powyższy sposób traktowania zagadnienia można jeszcze bardziej uogólnić przez przyjęcie istnienia rozkładu statystycznego czasów relaksacji wokół kilku najbardziej prawdopodobnych wartości  $\tau^I, \tau^{II}, \tau^{III}$  tych czasów relaksacji jak to ostatnio uczynił Wild /21/.

K.S. Cole i R.H. Cole /10/ podali wzór na zespoloną przenikalność elektryczną dielektryka w następującej postaci

$$\epsilon^* = \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon - \epsilon_{\infty}}{1 + (i\omega\tau)^{1-\alpha}}$$

gdzie  $0 < \alpha < 1$

Prąd absorpcji  $I(t)$  jaki powstaje w dielektryku gdy przyłożymy do niego jednostkową różnicę potencjału w chwili  $t = 0$  będzie /10/.

$$I(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \epsilon^*(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad /8/$$

Rozwiązując to równanie przy pomocy rachunku operatorowego Heavisida otrzymujemy

$$I(t) = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_{\infty}}{\tau_0} (1 - \alpha) \left(\frac{t}{\tau_0}\right)^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n^{\alpha-1}}{\Gamma(1+n(1-\alpha))} \quad /9/$$

Dla  $\alpha = 0$  wzór /7/ pokrywa się ze znanym wzorem Debay'a a wyrażenie /9/ redukuje się do formy eksponencjalnej /6/. Dla czasów obserwacji  $\tau$  znacznie większych względnie znacznie mniejszych od czasu relaksacji  $\tau_0$  wyniki doświadczeń jak to wynika z analizy wzoru /9/ lepiej opisuje funkcja potęgowa.

Dotychczas przeprowadzono stosunkowo mało pomiarów prądów rozładowania w materiałach ferroelektrycznych i ceramicznych. Niektóre z tych materiałów wykazują silny efekt elektretowy. Wyznaczenie z analizy prądów rozładowania sumarycznej polaryzacji relaksacyjnej jak również wartości poszczególnych składowych polaryzacji relaksacyjnych i ich czasów relaksacji  $\tau$  jako funkcji temperatury  $\tau(t)$ , może pomóc zrozumieć istotę trwałej polaryzacji elektretów.

## II. T e c h n i k a e k s p e r y m e n t u

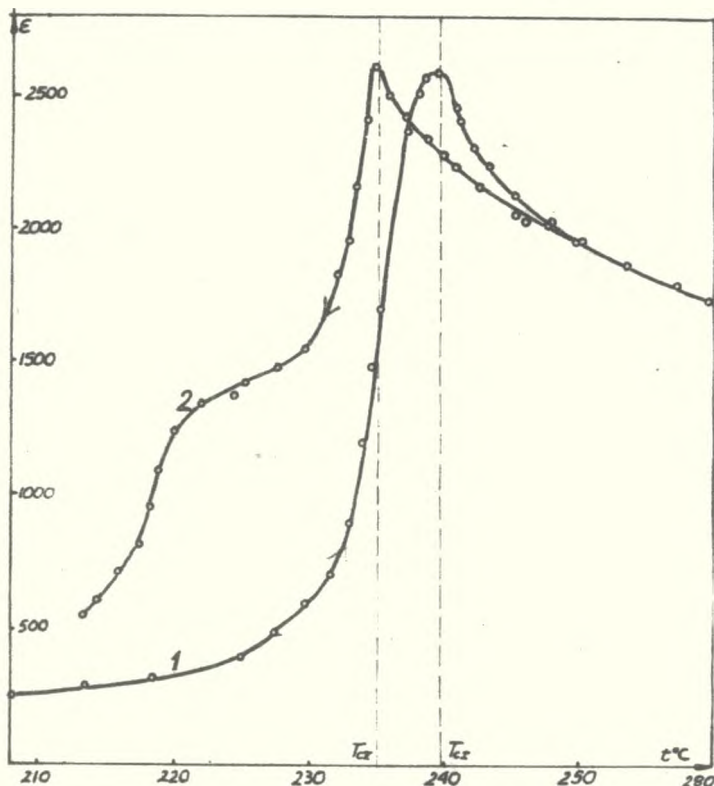
1. Celem otrzymania polikrystalicznego cyrkonianu ołowiu  $PbZrO_3$  mieszano dokładnie w stosunku stechiometrycznym cz. d.a  $ZrO_2$  i  $PbO$  a następnie przy pomocy odpowiedniej matrycy pod wysokim ciśnieniem formowano krążki o żądanych wymiarach. Krążki spiekano w tyglu niklowym. Pierwszy spiek odbywał się w temperaturze około  $900^\circ C$ , następne w temperaturze  $1200^\circ C$  i  $1330^\circ C$ . Gęstość ceramiki wynosiła  $6,75 \frac{g}{cm^3}$ . Na próbki nanoszono elektrody ze złota przez wtapienie odpowiedniej pasty w temperaturze  $800^\circ$ . Próbką używaną do pomiarów miała grubość 2 mm a pole powierzchni  $3,2 \text{ cm}^2$ . Stabilizację temperatury próbki zapewniało elektroniczne urządzenie termostatujące /22/. Dokładność stabilizacji temperatury wynosiła około  $0,1^\circ C$ . Temperaturę próbki podczas pomiarów wyznaczono przy pomocy termopary  $Ch_x-Al$  używając do tego celu czułego kompensatora. Prądy rozładowania w zależności od czasu wyznaczono za pomocą galwanometru lub przy pomocy urządzenia rejestrującego. W każdej temperaturze znajdowano najpierw warunki maksymalnego spolaryzowania tzn. ustalono czas polaryzacji przy danym natężeniu pola polaryzującego.

Następnie obserwowano zmiany prądu rozładowania aż do całkowitej depolaryzacji. Tego rodzaju doświadczenia wykonano w różnych temperaturach uzyskując dane do określenia charakterystyk temperaturowych wartości i czasów relaksacji poszczególnych składowych polaryzacji.

## III. W y n i k i p o m i a r u

1. Zmieniając stopniowo temperaturę próbki z nałożonymi elektrodami złotymi mierzono zmianę jej pojemności  $C$  przy pomocy odpowiedniego mostka o częstotliwości pola mierniczego 800 Hz. Z tych pomiarów wyznaczono  $\epsilon$  jako funkcję temperatury. Przebieg zmian w czasie ogrzewania przedstawia krzywa 1 na rys.2 a w czasie oziębiania krzywa 2. Maksimum wartości  $\epsilon$  wypada w punkcie Curie, który oznaczamy przez  $T_{cI}$  zaś maksimum  $\epsilon(T)$  w czasie oziębiania wypada w temperaturze niższej  $T_{cII}$ .

2. Podobnie jak w pracy Hańderka /2,23/ zmierzono prąd  $I_g$  płynący podczas ogrzewania próbki niespolaryzowanej. Wyniki pomiarów przedstawiono na rysunku 3. Obliczone energie aktywacji wynoszą  $\varphi = 2,8$  eV dla  $T < T_{cII}$  i 1 eV dla  $T > T_{cI}$ .

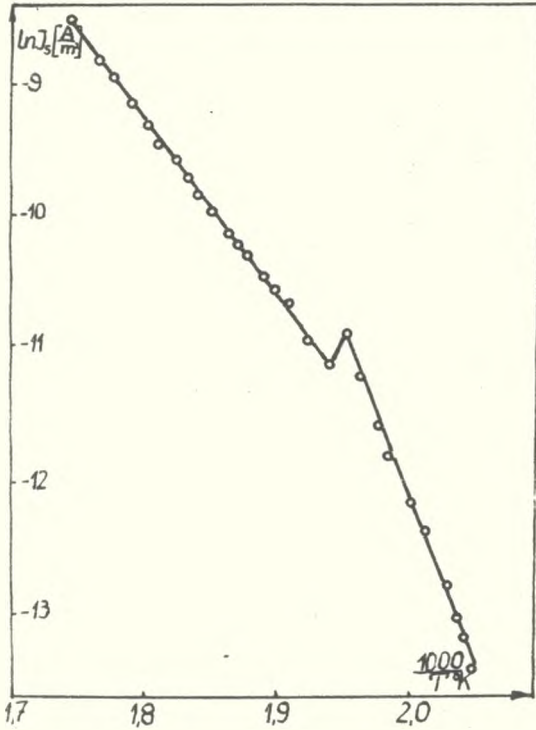


Rys.2. Przebieg zmian przenikalności elektrycznej próbki podczas ogrzewania /krzywa 1/ i ochładzania /krzywa 2/.  $T_{cI}$  - temperatura, w której  $\epsilon$  osiąga maksimum w czasie ogrzewania,  $T_{cII}$  - temperatura, w której  $\epsilon$  osiąga maksimum w czasie ochładzania.

3. Przy pomiarach prądu rozładowania postępowano następująco: próbkę polaryzowano zawsze polem o natężeniu 2,5 kV/cm., po czym wyłączano pole, zwierano próbkę na jedną minutę, celem odprowadzenia ładunku swobodnego elektrod. Następnie mierzono prąd rozładowania w funkcji czasu.

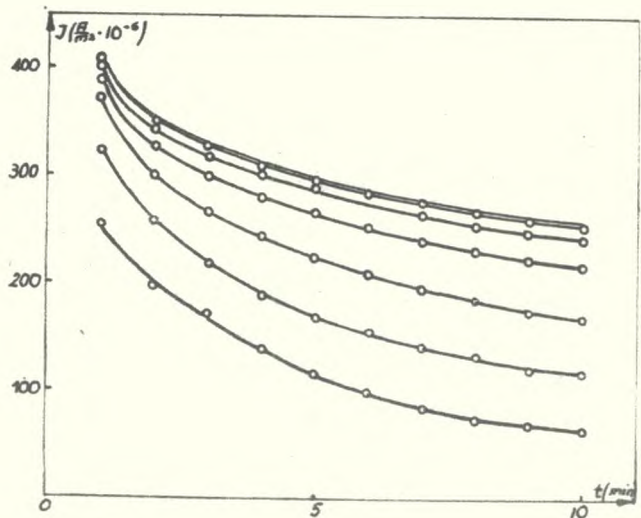
Na rys. 4 przedstawiono przykładowo wyniki pomiarów prądu rozładowania dla temperatury 230°C. Czas obserwacji wynosił każdorazowo 10 min. Wyniki wskazują, że prąd rozładowania początkowo szybko rośnie ze

wzrostem czasu polaryzacji. Po czasie  $t_{\min}$  prąd rozładowania osiąga stan nasyocenia. Tego typu pomiary wykonano dla temperatury 180, 200, 210, 220, 230, 235, 240, 250, 260, 270 i 280°C.

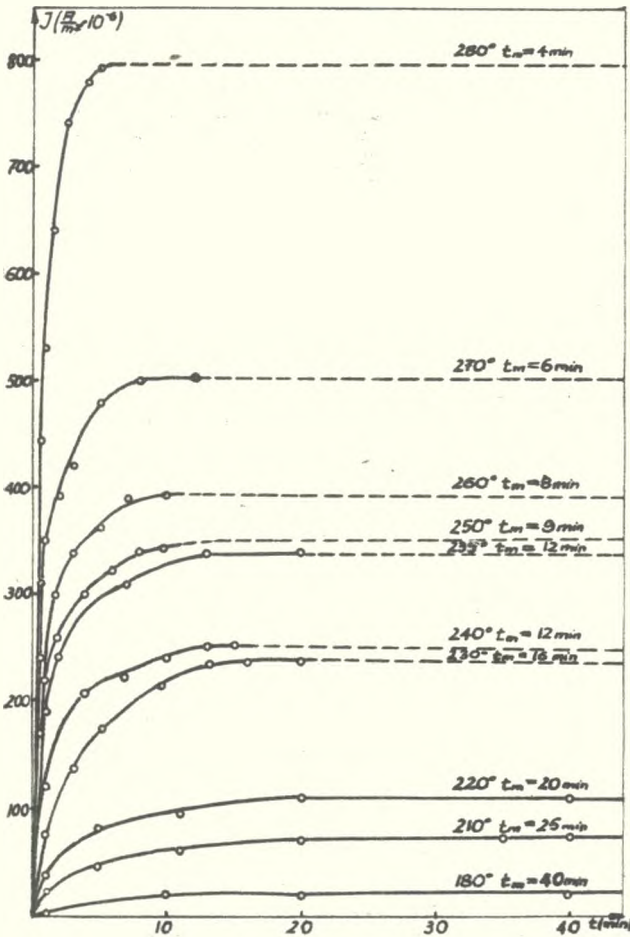


Rys.3. Prąd płynący podczas ogrzewania próbki niespolaryzowanej zewnętrznym polem  $\ln j_s = f(1/T)$

Rys.4. Prądy rozładowania  $I_r(t)$  w funkcji czasu obserwacji dla temperatury 230°C.



Na rys.5 przedstawiona dla każdej z wyżej wymienionych temperatur wykresy wartości prądu rozładowania po 10 min. obserwacji, przy różnych czasach polaryzowania próbki. Z wykresów 5 widać, że prąd nasycenia wykazuje w temperaturze  $T_{cII}$  wyraźne lokalne maksimum zaś w temperaturze  $T_{cI}$  minimum. Czas  $t_{min}$  jak to widać na rys.6 wyraźnie maleje ze wzrostem temperatury i podobnie jak prąd wykazuje wyraźną anomalię w obszarze przemiany fazowej.



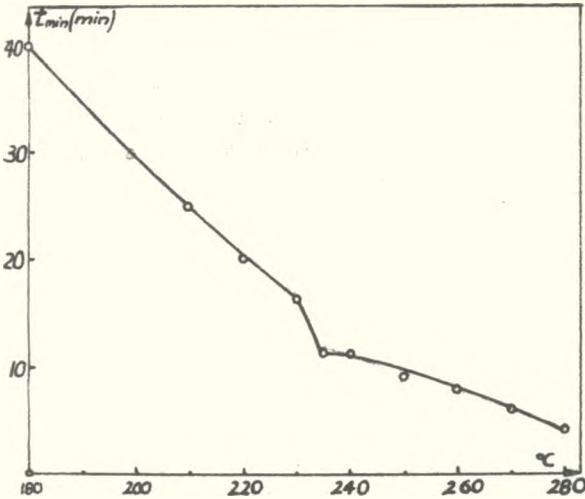
Rys.5.

Wartości prądu rozładowania po 10 min. obserwacji w zależności od czasu polaryzowania próbki. Na każdej krzywej podano temperaturę, w której dokonano polaryzacji próbki.

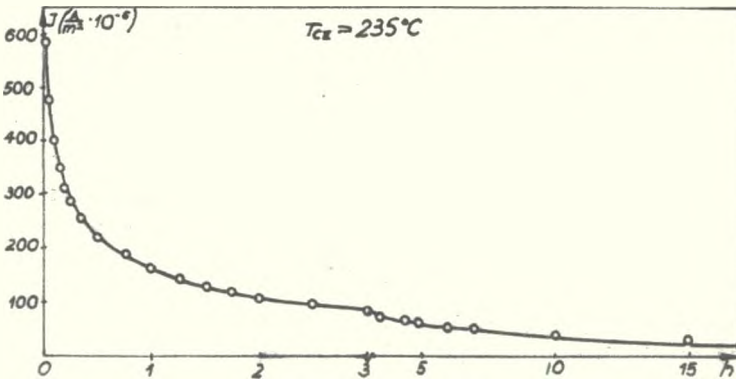
4. Aby otrzymać maksymalne w danej temperaturze spolaryzowanie próbki przykładano do niej pole elektryczne 2,5 kV/cm na okres  $t_{min}$  ustalony w poprzednich pomiarach. Następnie utrzymują stałą temperaturę próbki mierzono prąd rozładowania aż do całkowitego zdepolaryzowania. Dla przykładu na rys.7 podano przebieg gęstości prądu rozładowania  $J(t)$  dla  $T_{cII} = 235^{\circ}C$ . Całkowanie graficzne pozwala obliczyć na podstawie tego rodzaju wykresów wartości polaryzacji całkowitej  $P_c$  dla każdej temperatury. Jeżeli sporządzić wykres logarytmu naturalnego gęstości prądu rozładowania wyrażony w  $A/m^2$  od czasu, to otrzymamy krzywą podaną na rys.8. Z rysunku tego widać, że końcowa część wykresu jest prostoliniowa, co świadczy o tym, że poczynając od pewnego momentu mamy do

czynienia tylko z jednym przebiegiem czysto eksponencjalnym o czasie relaksacji  $\tau_3$ . Zmiany gęstości prądu dla tej części wykresu można przedstawić wzorem

$$I_3(t) = I_{03} e^{-\frac{t}{\tau_3}}$$



Rys.6.  
Zależność minimalnego czasu  $t_{min}$  potrzebnego do pełnego spolaryzowania próbki od temperatury, w której odbywa się proces polaryzacji.



Rys.7.  
Prąd rozładowania w zależności od czasu obserwacji dla temperatury 235°C.

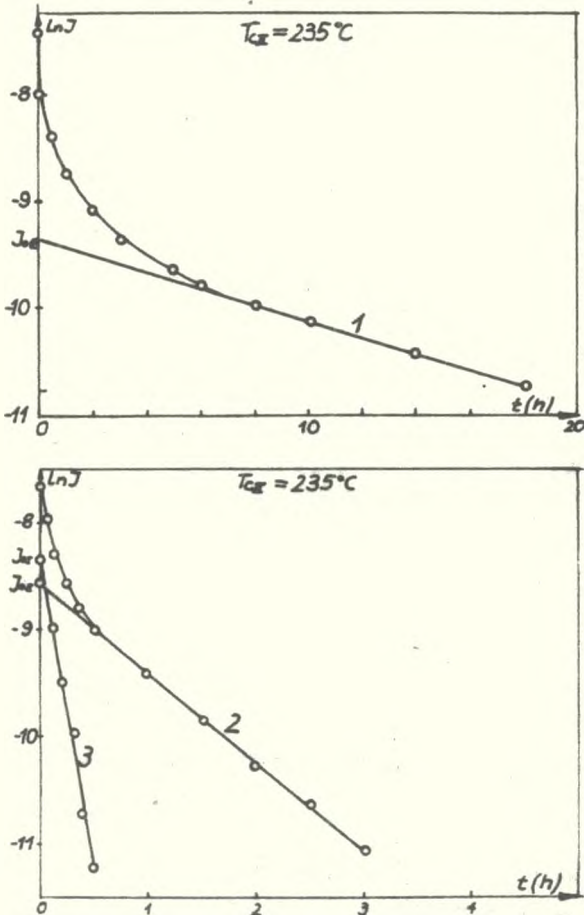
Wartość  $J_{03}$  odczytujemy na osi prądu w punkcie przecięcia się jej z prostoliniową ekstrapolowaną częścią wykresu. Czas relaksacji obliczamy ze wzoru

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln I(t_2) - \ln I(t_1)}$$

Obliczamy dla każdej chwili różnicę między gęstością prądu krzywej pierwotnej a ekstrapolowanymi wartościami odpowiadającymi  $J_3(t)$  wynikającymi z przedłużenia prostoliniowej części wykresu. Następnie dla dla tak otrzymanych wartości sporządzamy drugi wykres /krzywa 2 na rys. 8/ i podobnie jak poprzednio obliczamy  $J_{02}$  i  $\tau_2$ . Postępując podobnie dalej otrzymamy jeszcze jedną prostą, z której obliczamy  $J_{01}$  i  $\tau_1$ . Poszczególne składowe polaryzacji całkowitej obliczamy ze wzoru

$$P = J_0 \tau \quad /12/$$

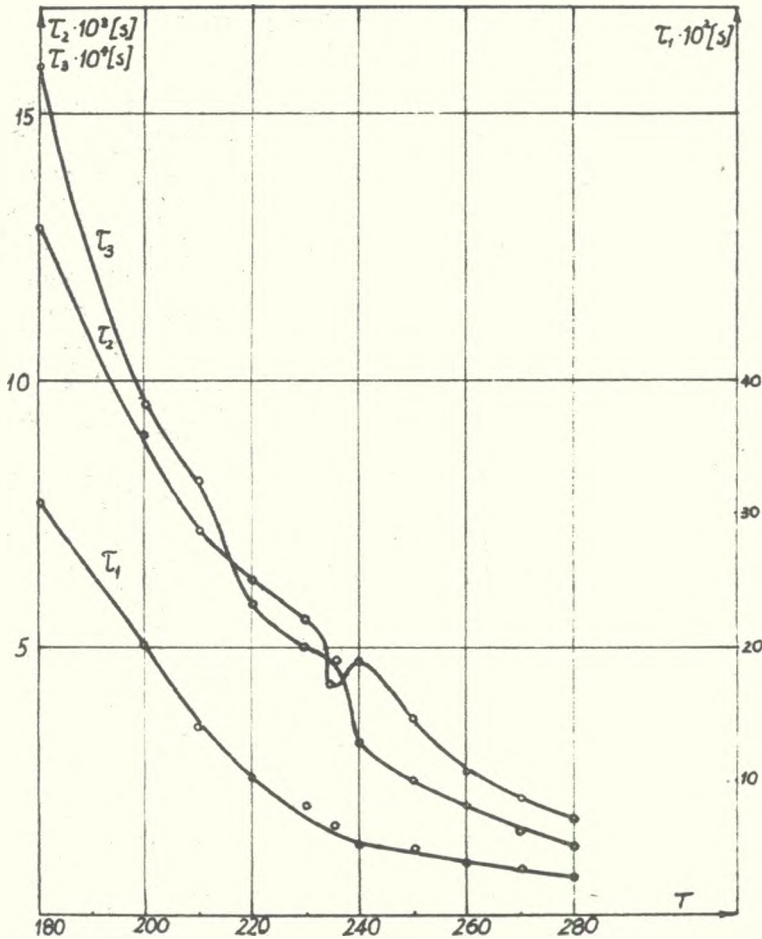
Zależność wyznaczonych wartości czasów relaksacji poszczególnych składowych polaryzacji od temperatury próbki przedstawiono na rys.9. Z tego rysunku widać, że czasy relaksacji maleją ze wzrostem temperatury a ponadto wykazują anomalię w obszarze przemiany fazowej. Czasy relaksacji odpowiadające drugiej składowej polaryzacji relaksacyjnej wykazują bar-



Rys.8.

Wykres zależności  $\ln I_r(t)$  dla temperatury  $\circ 235^\circ\text{C}$ . Odcinki 1, 2, 3 odpowiadają różnym składowym prądu.

dzo słabą anomalię polegającą na tym, że w temperaturze wyższej od  $T_{cI}$  czas relaksacji jest większy nieco niż w temperaturze niższej  $T_{cII}$ . Na rys.10 przedstawiono zależność temperaturową wartości składowych pola-



Rys.9.

Zależność czasów relaksacji  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$  odpowiednich składowych polaryzacji  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  od temperatury polaryzacji próbki

ryzacji relaksacyjnej oraz ich sumę. Również tu obserwujemy charakterystyczne maksima i minima lokalne  $P_x$  odpowiednio w temperaturach  $T_{cII}$  i  $T_{cI}$ . Z danych na rys.10 wykonano wykres  $\ln P_x = f(\frac{1}{T})$ . Wykres ten przedstawiono na rys.11. Otrzymane wyniki świadczą o tym, że poszczególne skła-

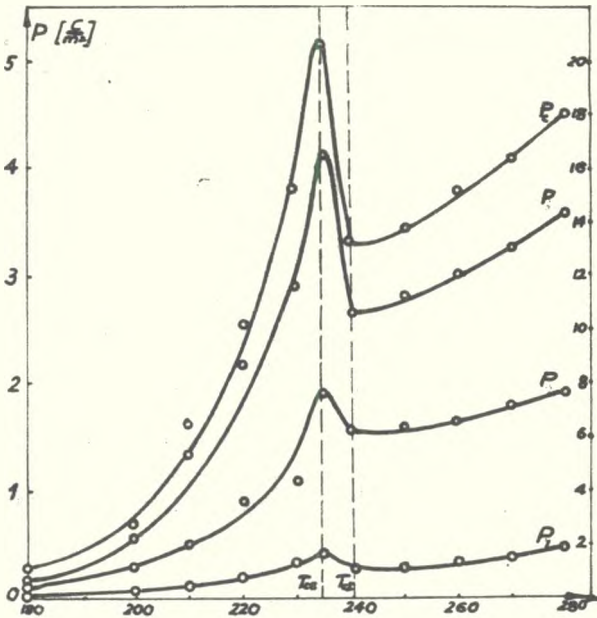


dowe polaryzacji relaksacyjnej oraz ich suma zmieniają się z temperaturą zgodnie ze wzorem

$$P_T = P_0$$

$T \backslash \varphi$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_{P_2}$	$\varphi_{P_3}$
$T < T_{cr}$	1,3	1,3	1,2	1,2
$T > T_{cr}$	0,5	0,4	0,4	0,4

Energia aktywacji dla temperatur wyższych od  $T_{cI}$  i niższych od  $T_{cII}$  dla polaryzacji całkowitej  $P_c$  jak i dla jej poszczególnych składowych  $P_1, P_2, P_3$  zestawiono w tabelce 1.



Rys. 10.

Zależność wartości polaryzacji całkowitej  $P_c$  i jej składowych  $P_1, P_2, P_3$  od temperatury.

#### IV. Dyskusja wyników

Prąd absorpcji dielektrycznej jest wynikiem polaryzacji dielektryka. Zależnie od rodzaju dielektryka, natężenia pola polaryzującego, temperatury itp., przebieg polaryzacji może być różny i może być uwarunkowany przez różne mechanizmy. Na ogół rozróżnia się bezintercyjną polaryzację krótkotrwałą /elektro-

nową, atomową i dipolowo-sprężystą/ oraz polaryzację relaksacyjną /dipolowo-relaksacyjną, międzywarstwową Maxwella-Wagnera, polaryzację jonową i elektronowo-relaksacyjną/. W dielektrykach ferroelektrycznych oprócz wspomnianych typów polaryzacji występuje jeszcze polaryzacja spontaniczna. Długotrwałe prądy absorpcyjne związane są z długimi czasami relaksacji polaryzacji relaksacyjnej. Czasowa zależność prądu absorpcji będąca wynikiem wspomnianych wyżej procesów polaryzacyjnych ma mniej lub bardziej skomplikowany przebieg będący wynikiem sumowania przebiegów eksponencjalnych o różnych czasach relaksacji. Prąd rozładowania jak to wynika z rys.5 ma w temperaturze  $T_{cII}$  większe wartości a w temperaturze  $T_{cI}$  mniejsze wartości. Taki przebieg może być objaśniony w oparciu o model

zastępczy dielektryka /rys.12/ zaproponowany przez Czetkarowa /24/. W oparciu o ten model został wprowadzony wzór na prąd depolaryzacji

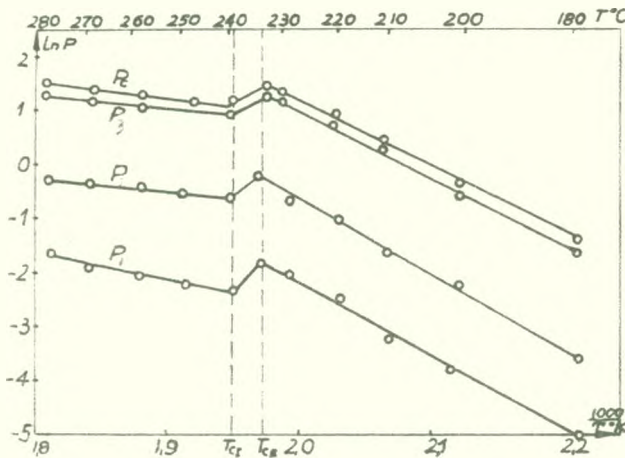
$$I(t) = -\sigma E(1 - \theta) \left( 1 - e^{-\theta(1-\theta)\frac{\epsilon}{t'}} \right) e^{-\theta(1-\theta)\frac{\epsilon}{t} t}$$

gdzie  $\sigma$  - przewodnictwo

$\epsilon$  - przenikalność elektryczna

$\theta$  - stała, którą wyznaczamy ze stosunku  $\theta = \frac{I(\infty)}{J(0)}$

$t'$  - czas ładowania kondensatora.



Rys.11.

Wykres zależności  $\ln P = f(1/T)$ .

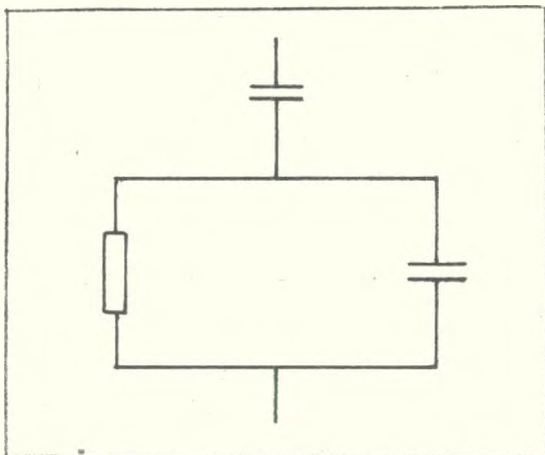
$a \rightarrow 0$  wykazuje bardzo słabe zmiany i ma wartości bliskie jedności. Decyduje o wartości prądu część liniowa, która w temperaturze  $T_{cII}$  ma większe wartości niż w  $T_{cI}$ . Istotnie taki efekt został zaobserwowany /rys.5/.

Wyrażenie  $\frac{\epsilon}{\theta(1-\theta)\sigma}$  przedstawia czas relaksacji, który zgodnie z otrzymanymi wynikami ma w temperaturze  $T_{cI}$  nieco większą wartość niż w  $T_{cII}$  /rys.9 czasy  $\tau_2$ /. W temperaturach wyższych od  $T_{cI}$  wartości  $\epsilon$  maleją według prawa Curie-Weissa zaś  $\sigma$  rośnie wykładniczo. Wynika z tego, że czasy relaksacji wyrażone powyższym wzorem w temperaturach  $T > T_{cI}$  są mniejsze.

Występujące na początku procesy depolaryzacyjne o stosunkowo krótkich czasach relaksacji mogą być przypisane polaryzacji ładunku przestrzennego. W każdym kryształcie rzeczywistym występują różnego rodzaju

Pomiary przewodnictwa elektrycznego w  $PbZrO_3$  wykonane przez Hańderka /25/ wykazały, że przewodnictwo w temperaturze  $T_{cI}$  jest znacznie mniejsze od przewodnictwa w temperaturze  $T_{cII}$ . Ponieważ zarówno  $\theta$  jak i  $\frac{\sigma}{\epsilon}$  są znacznie mniejsze od jedności dlatego wyrażenie  $\theta(1-\theta)\frac{\epsilon}{t'}$  jest małe bliskie zeru. Zmiany prądu rozładowania określa iloczyn dwóch funkcji jednej liniowej i drugiej wykładniczej  $e^{-ax}$ , która dla

defekty siatki krystalicznej. Defekty te można traktować jako swego rodzaju doły potencjału. Poruszające się nośniki prądu zatrzymują się w pobliżu miejsc o dużych barierach potencjalnych. Powoduje to lokalny



Rys.12.

Układ zastępczy dielektryka według /24/.

wzrost ładunku i powstanie lokalnych pól. Łozowski /26/ przyjmuje, że defekty sieci tworzą doły potencjału z krawędziami skierowanymi wzdłuż pola. Zakładając, że ilość dołów potencjału wynosi  $m$ , ilość słabo związanych jonów  $n$  a wysokość tych barier jest na tyle duża, że utrudnia dyfuzję poza granicę nośników dołów potencjału można otrzymać wyrażenie na prąd absorpcji

$$J(t) = \frac{dqN\sigma}{\beta} \cdot \sum_k (1 + (-1)^k \beta^m) \cdot \Delta_{1k} \exp\left(-\frac{t}{\tau_k}\right),$$

gdzie

$$\sigma = \frac{v}{3} \exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right)$$

$$\beta = \exp\left(\frac{\Delta\varphi}{kT}\right)$$

$v$  - częstotliwość drgań słabo związanych jonów

$a$  - odległość między dwoma dołami potencjału

$q$  - ładunek jonu.

Dyskusja tego wyrażenia prowadzi do następujących wniosków:

1. Dla  $m = 2$  prąd absorpcji ma dokładnie eksponencjalny przebieg.

2. Dla małej ilości słabo związanych jonów  $n$  krzywa prądu absorpcyjnego jest bardzo bliska krzywej wykładniczej.

3. Ponieważ stosunek  $\frac{\tau_2}{\tau_1}$  dla  $k = 2, \dots, n$  zwiększa się ze wzrostem  $m$  dlatego krzywa eksponencjalna z największą stałą czasową będzie w zasadzie określać przebieg prądu absorpcji dla dużych wartości  $m$ .

Można udowodnić, że

$$\tau_2 = \frac{0,3 \exp \frac{\varphi}{kT}}{\nu} \cdot (m^2 + 1)$$

Z czego wynika, że wzrost czasu relaksacji może być spowodowany nie tylko wzrostem wysokości bariery potencjalnej ale także ilością dołów potencjału  $m$ .

4. W odpowiednio wysokich polach większość ładunków zostaje przesunięta do granic defektów, co powoduje powstanie stanu nasycenia prądu absorpcji.

Długotrwałe procesy depolaryzacyjne związane są prawdopodobnie z różnymi mechanizmami polegającymi na zaniku warstw powierzchniowych. Dla niektórych dielektryków zauważono anomalie duże wartości depolaryzacyjnych prądów rozładowania /27-34/. Z pomiarów wynikało, że nie są to własności charakterystyczne wyłącznie dla dielektryków ferroelektrycznych czy też związane z własnościami ceramicznymi czy krystalicznymi, bowiem obserwowano te zjawiska zarówno dla monokryształów /27-34/ jak i dla próbek polikrystalicznych.

Jak wykazują wyniki niniejszej pracy proces depolaryzacji jest wrażliwy na przemianę fazową. Zauważono mianowicie, że w punkcie Curie, gdzie zanika lub ma tendencję zaniku polaryzacja spontaniczna występują anomalie wartości prądów, czasów relaksacji i wartości polaryzacji. Ponadto zauważono, że charakter zmian badanych wielkości poniżej i powyżej punktu Curie jest podobny lecz wielkości charakteryzujące poszczególne procesy /czasy relaksacji, energie aktywacji itp./ ulegają w punkcie Curie zmianom. Przykładem efektów absorpcji dielektrycznej w ferroelektrykach jest praca Northripa /28/. Northrip zaobserwował, że prąd rozładowania można przedstawić przez zależność eksponencjalną o dwóch czasach relaksacji  $\tau_1$  i  $\tau_2$ , których wartości dla ceramiki cyrkonowo-tytanianowej wynoszą  $2,1 \cdot 10^{-2}$  i  $1,6 \cdot 10^4$  sek. w temperaturze  $350^\circ\text{C}$ . Podobne wyniki otrzymali inni wspomniani wyżej autorzy.

Z prac Khenzing'a /35/ i innych wynika, że powierzchnia każdego ziarna kryształu posiada warstwę powierzchniową rzędu  $100 \text{ \AA}$  o własnościach różnych od reszty kryształu. Jest to warstwa bardzo trudno zniszczalna nawet w temperaturach powyżej punktu Curie. Działania pola zewnętrznego powodować może na tej niejednorodności gromadzenie ładunku elektrycznego. Taka warstewka może być modelem relaksacji dwuwarstwowej typu Maxwella-Wagnera /21, 36, 37, 38/. Niektórzy autorzy uważają, że warstwy powierzchniowe mogą powstać w wyniku dyfuzji materiału elektrod /31/. W niektórych przypadkach proces ten może mieć miejsce. O wiele bardziej prawdopodobnym jak się wydaje jest wprowadzenie do kryształu elektronów i dziur w drodze termoemisji. Tak wytworzone w kryształach nośniki mogą

być wychwytywane przez ładunki polaryzacyjne tworząc przyelektrodowe warstwy ładunku przestrzennego. W ten sposób polaryzacja dielektryka jest częściowo lub całkowicie skompensowana. Badania podobne do przedstawionych w tej pracy mogą umożliwić bliższe poznanie istoty trwałości efektu elektretowego. Wyniki badania tego efektu i próba powiązania go ze zjawiskiem absorpcji dielektrycznej w tym samym materiale stanowi treść odrębnej pracy. Zmiany badanych procesów w obszarze przemiany fazowej mogą być wykorzystane do poznania mechanizmu dodatkowych zjawisk występujących w ferroelektrykach przy działaniu na nie stałego pola elektrycznego. Procesy te zakłócają często przebiegi zależności typowych dla ferroelektryków takich jak  $\epsilon(t)$  i  $P_s(T)$ .

Praca niniejsza została wykonana w Zakładzie Fizyki Ogólnej Instytutu Fizyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach. Doc.dr hab. Janowi Hańderkowi autor składa podziękowanie za ustalenie tematu oraz pomoc w czasie wykonywania pomiarów i opracowywaniu wyników.

Składam także serdeczne podziękowanie prof.dr T. Piechowi za wprowadzenie w ogólną tematykę badań oraz cenne wskazówki w czasie wykonywania pracy.

#### L i t e r a t u r a

- J. Hańderek, : Acta. Phys. Polon. 34. 267 /1968/.
- J. Hańderek: Dielektryczne i półprzewodnikowe własności polikrystalicznego cyrkonianu ołowiu w otoczeniu punktu przemiany fazowej, Katowice 1968.
- J. Hańderek: Acta. Phys. Polon. 31, 613 /1967/.
- S. Schreiber: Ann. der Physik 41, 767 /1913/.
- L. Hopkinson: Phil. Trans. 166, 489 /1876/; 167, 599 /1878. Phil. Mag. /5/, 2, 314 /1876/. Proc. Roy. Soc. /6/, 25, 496 /1876/.
- J. Curie: Ann. Chim. Phys. /6/ 17, 385 /1899/.
- M.F. Manning and M.E. Bell Rev. Mod. Phys. 12, 215 /1940/.
- E.V. Schweidler: Ann. der Physik 24, 711 /1907/.
- K.W. Wagner: Ann. der Physik 40, 816 /1913/.
- K.S. Cole and R.H. Cole: J. Chem. Phys. 9, 341 /1941/, 10, 98 /1942/.
- B. Gross: Zeit.f. Phys. 107, 217 /1937/.
- B. Gross: Zeit.f. Phys. 108, 598 /1938/.
- B. Gross: Phys. Rev 57, 57 /1940/.
- B. Gross: Phys. Rev 59, 748 /1941/.

- G.M. Voglis: *Zs.f. Phys.* 109, 52 /1938/.
- H. Pellat: *Journ.d. Phys.* 9, 313 /1903/.
- P. Debay: *Polar Molecules*, Chemical Catalog Company New York /1929/.
- W.S. Richardson: *Proc. Roy. Soc. A.* 92, 41 /1915/, 92, 101 /1915/, 107, 101 /1925/.
- H. Neuman: *Zeits.f. Phys.* 45, 417 /1927/.
- S. Whitehead: *Phil.Mag.* 9, 865 /1930/.
- B. Wild: *Z.f. Naturforschung* 21a, 1672 /1966/.
- M. Jachimowski and E. Leja: *Acta Phys. Polonica* 29, 43 /1966/.
- J. Hańderek: *Phys. Status Solidi* 21, 232 /1967/.
- M.L. Czetkarow: *Fiz. Tverd. Tela* 3, 2193 /1961/.
- J. Hańderek: *Acta Phys. Polon.* 31, 632 /1967/.
- W.J. Łazowski: *Izw. A.N. SSSR Ser.Fiz.* 22, 267 /1958/.
- F. Cardon: *J. Appl. Phys.* 33, 3358 /1961/.
- J.W. Northrip: *J. Appl. Phys.* 31, 2293 /1960/.
- E.M. Huey and R. McK. Taylor: *J. Appl. Phys.* 34, 1557 /1963/.
- G. Bullinger: *Z. Angew. Phys.* 12, 410 /1960/.
- A. Branwood O.H. Hughes, J.D. Hurd and R.H. Tredgold: *Proc. Phys. Soc. London* 79, 1161 /1962/.
- H.L. Blood, S. Levine and N.N. Roberst: *J. Appl. Phys.* 27, 660 /1958/.
- J.D. Hurd, A.W. Simson and R.H. Tredgold: *Proc. Phys. Soc. London* 73, 448 /1959/.
- F. Cardon: *Physica* 27, 841 /1961/.
- F. Jona and G. Shirane: *Ferroelectric Crystales*. Pergamon Press Oxford 1962.
- B. Wild und R. Wagner: *Phys. Verh* 11, 80 /1960/.
- B. Wild: *Phys. Verh* 10, 10 /1959/.

DISCHARGE CURRENTS IN  $\text{PbZrO}_3$ 

## A b s t r a c t

The evidence of slow discharge currents in  $\text{PbZrO}_3$  near the phase change is given. Current measurements were carried out in the temperature range  $180^\circ\text{C}$ – $280^\circ\text{C}$ . The results prove the existence of three exponentially decaying polarization components. The absolute value of the total polarization and its components depends on polarization duration, field strength and temperature. For any given temperature and field strength total polarization may be saturated. Total polarization and its components have activation character. Relaxation time values of the components distinctly decrease with temperature increase and are of order  $10^2$ ,  $10^3$  and  $10^5$  sec respectively.

"Токи разрядки в "цирконате" свинца"

Резюме

В результате работы оказалось, что для  $\text{PbZrO}_3$  существуют долговременные токи разрядки в области фазовой перемены. Для этих же токов /когда температура изменяется с  $180^\circ$  до  $280^\circ$ /, полная поляризация разделяется на три компонента, исчезающие экспоненциально со временем. Как величина полной поляризации, так и её компонент зависят от времени поляризования, натяжения поля и температуры. Они активационной природы.

Для фиксированной температуры и натяжения поля полная поляризация принимает насыщенное состояние.

Величина релаксационного времени для отдельных компонентов полной поляризации резко уменьшается с увеличением температуры. Она /в среднем/ порядка  $10^2$ ,  $10^3$  и  $10^5$  сек.





Władysław Osak  
Jan Handerek\*

## EFEKT ELEKTRETOWY W CYRKONIANIE OŁOWIU

### 1. W s t ę p

W ostatnich latach zainteresowanie badaniami własności elektretowych dielektryków ponownie wzrosło. Wiąże się to z coraz to większymi możliwościami praktycznego zastosowania elektretów /1,2/. Spowodowało to podjęcie szerokich badań nad efektem elektretowym w różnych grupach materiałów dielektrycznych. Postępy badań nad tym efektem zostały umożliwione dzięki dużym osiągnięciom w dziedzinie teorii ciała stałego jak i rozwojowi techniki i metodyki eksperymentu. Opracowano nowe teorie efektu elektretowego jak i nowe metody pomiaru wielkości służących do opisu stanu elektretowego dielektryków /3/. Zwłaszcza obiecująca metoda jonowo-termicznego przewodnictwa /ionic thermal/conductivity method/ opracowana przez Bucci i Fieschi /4,5,6/ może pozwolić opracować teorię mikroskopową efektu elektretowego.

Dane doświadczalne nie są kompletne a w niektórych przypadkach są nawet sprzeczne między sobą /7,8/. Podobnie podstawowe założenia teorii nie są w pełni potwierdzone danymi doświadczalnymi. Głównie jeszcze mało wiemy o mechanizmie powstania i prawach zaniku heteroładunku w różnych materiałach dielektrycznych, zwłaszcza ferroelektrycznych. Również mało zbadana jest dotychczas rola zjawisk absorpcji dielektrycznej w efekcie elektretowym.

### 2. E f e k t e l e k t r e t o w y

Próbka dielektryka obdarzona trwałą wewnętrzną polaryzacją nazywa się elektretem. Stan trwałej polaryzacji możemy osiągnąć na drodze różnych procesów fizycznych. Dlatego też niektórzy autorzy mówią raczej o stanie elektretowym dielektryka. Przez trwałą polaryzację wewnętrzną należy rozumieć taką polaryzację, która zanika wolniej niż by to wynikało

\* Instytut Fizyki Uniwersytetu Śląskiego. Katowice.

z przewodnictwa ohmowego danego dielektryka. Stan elektretowy uzyskuje się między innymi w ten sposób, że próbkę dielektryka ogrzewa się do pewnej temperatury, przykładą pole elektryczne a następnie nie wyłączając pola ochładza się do niższej temperatury. Stan polaryzacji jaki osiągnie dielektryk w wyższej temperaturze zostanie w ten sposób w wielu materiałach dielektrycznych częściowo "zamrożony". Otrzymane w ten sposób po raz pierwszy przez Eguchiego /14/ elektrety nazywa się obecnie termoelektretami.

Wyczerpujące zestawienie prac wykonanych przez różnych autorów i omówienie różnych aspektów efektu termoelektretowego oraz jego powiązania z innymi anomaliami zachowania się dielektryków można znaleźć w pracach /9 - 13/.

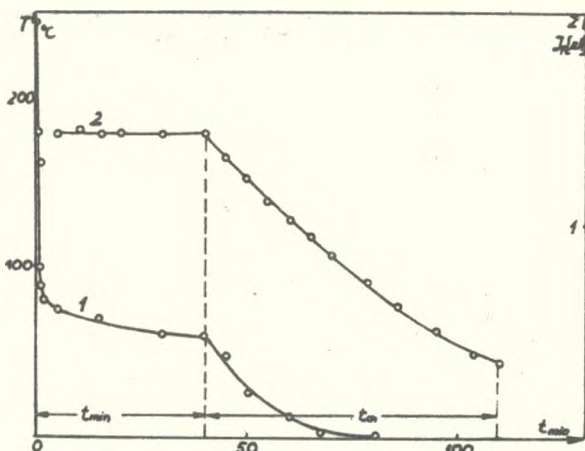
### 3. E l e k t r e t y   c e r a m i c z n e

Prace nad efektem elektretowym w materiałach ceramicznych zapoczątkował Thickens i Macdonald /15/ obserwując ten efekt w  $\text{BaTiO}_3$ . Efekt elektretowy w innych materiałach ceramicznych badali Borowski /16/, Bogorodicki /17/, Gubkin /18/, Kaukal /19/, Mazur, Hańderk i Piech /20/, Zajew i Kuzmina /21/, Weik i Lambert /22/. Ceramiczne materiały ferroelektryczne mają budowę polikrystaliczną o różnych typach struktury, przeważnie typu perowskitu. Wiązania w sieci krystalicznej mają charakter wiązań jonowo-kowalencyjnych. Przewodnictwo tych materiałów zmienia się w szerokich granicach /w temperaturze pokojowej od około  $10^{-8}$  do  $10^{-12} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ /. Nośnikami ładunku mogą być elektrony aniony i kationy wchodzące w skład dielektryka oraz nośniki wprowadzone do dielektryka z elektrod. Na ogół przeważa pogląd, że w materiałach tych występuje niesamodzielne przewodnictwo elektronowe /23/. W dielektrykach tych spotykamy krótkotrwałą polaryzację elektronową i jonową oraz długotrwałą polaryzację jonowo-relaksacyjną i polaryzację Maxwella-Wagnera. Wśród grupy dielektryków ceramicznych wyróżnić należy te, które posiadają własności ferroelektryczne wykazują ponadto wyraźny i trwały efekt elektretowy. Do nich należy między innymi  $\text{BaTiO}_3$  a także cyrkonian ołowiu  $\text{PbZrO}_3$  w którym obok fazy antyferroelektrycznej występuje faza ferroelektryczna /24/. Szczegółowe badania nad różnymi własnościami dielektrycznymi cyrkonianu ołowiu  $\text{PbZrO}_3$  zostały przedstawione w pracach /25,26, 27/. Wyniki pomiarów prądów rozładowania w tym materiale przedstawił autor w poprzedniej pracy /28/. Celem niniejszej pracy jest próba znalezienia związku między zbadanymi uprzednio zjawiskami absorpcji dielektrycznej a efektem elektretowym w tym samym materiale.

## 4. Technika eksperymentu

Szczegółowo schemat urządzenia pomiarowego przedstawiono w poprzedniej pracy /28/. Wszystkie badania zawarte w niniejszej pracy przeprowadzono na próbce używanej w badaniach zjawisk absorpcji. Zabezpieczało to przed wpływem różnic własności różnych próbek i ułatwiało porównywanie wyników.

Aby otrzymać elektrety z próbki  $PbZrO_3$  postępowano w następujący sposób. Najpierw ogrzewano próbkę do temperatury polaryzacji  $T_p$  bez przyłożonego pola. Z chwilą ustalenia się tej temperatury przykładano do niej pole o natężeniu  $E_p = 2,5 \frac{kV}{cm}$ . Polaryzacja przebiegała w dwóch okresach. W pierwszym okresie polaryzuje się próbkę w stałej temperaturze  $T_p$  w ciągu czasu  $t_{min}$ , który jak ustalono w poprzedniej pracy wydaje się być wystarczająco długi do pełnego spolaryzowania próbki. Następnie w drugim okresie nie wyłączając pola ochładza się próbkę do temperatury otoczenia /czas  $t_{ch}$ / stosując jednakową dla każdej temperatury polaryzacji szybkość ochładzania  $2,5^\circ C/min$ . W tym okresie następuje "zamrożenie" stanu polaryzacji. Całkowity czas polaryzowania  $t_p = t_{min} + t_{ch}$  był prawie taki sam dla każdej temperatury i wynosił około 1,5 godziny. Dla kontroli rejestrowano przez cały czas polaryzowania prąd płynący przez próbkę  $J_p$ . Dla przykładu na rysunku 1 przedstawiono przebieg tego prądu dla temperatury polaryzacji  $180^\circ C$ .

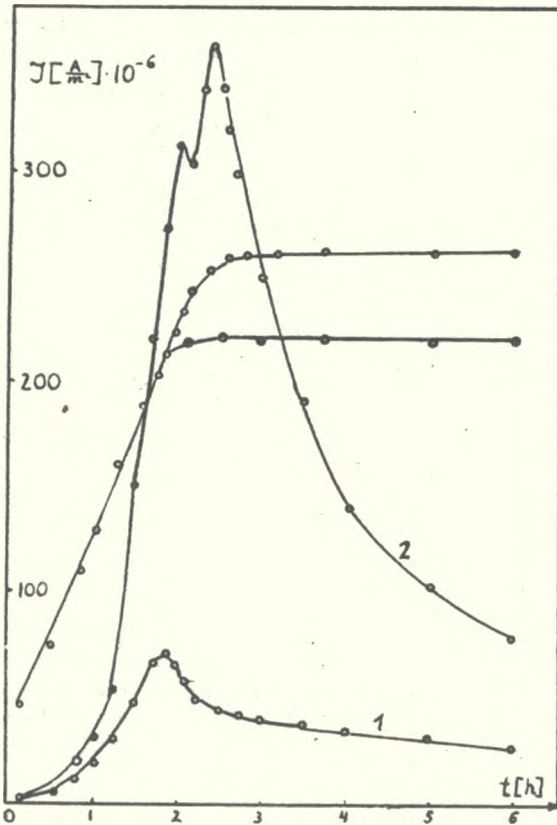


Rys.1.  
Przebieg zmian temperatury /krzywa 2/ i prądu /krzywa 1/ podczas procesu formowania elektretu.

Aby zmierzyć ładunek zaabsorbowany w próbce stosowano metodę cieplnej depolaryzacji /29/. Po zakończeniu polaryzacji i po 10 min. zwarcia próbki ogrzewano ją do temperatury  $T_p$  w której była polaryzowana stosując

zawsze jednakową szybkość ogrzewania  $2^{\circ}\text{C}/\text{min}$ . Następnie utrzymywano stałą temperaturę do czasu całkowitego zdepolaryzowania próbki rys.2. Przez cały czas depolaryzacji mierzono prąd  $J_d/t/$  płynący w obwodzie zewnętrznym. Z wykresu zależności gęstości prądu depolaryzacji od czasu rys.2 krzywa 1 i 2/ można otrzymać przez całkowanie graficzne całkowitą polaryzację  $P_0$ .

$$P_0 = \int_0^{\infty} J_d(t) dt \quad /1/$$



Rys.2.

Zależność prądu depolaryzacji elektretu od czasu dla próbki spolaryzowanej w temperaturze  $220^{\circ}\text{C}$  /krzywa 1/ i temperaturze  $260^{\circ}\text{C}$  /krzywa 2/.

Wykres ten składa się z dwóch części. Pierwsza część przedstawia zmiany gęstości prądu płynącego podczas ogrzewania próbki. Prąd w tym zakresie temperatur jest funkcją temperatury i szybkości jej zmian  $\frac{dT}{dt}$ . W drugiej części wykresu temperatura próbki jest stała a prąd jest funkcją czasu  $t$ . Dla tej drugiej części sporządzamy wykres  $\ln J_d$  w funkcji  $t$ . Pozwala to nam obliczyć czasy relaksacji w wartości poszczególnych składowych polaryzacji  $P_i$  oraz porównanie ich z wynikami uży-

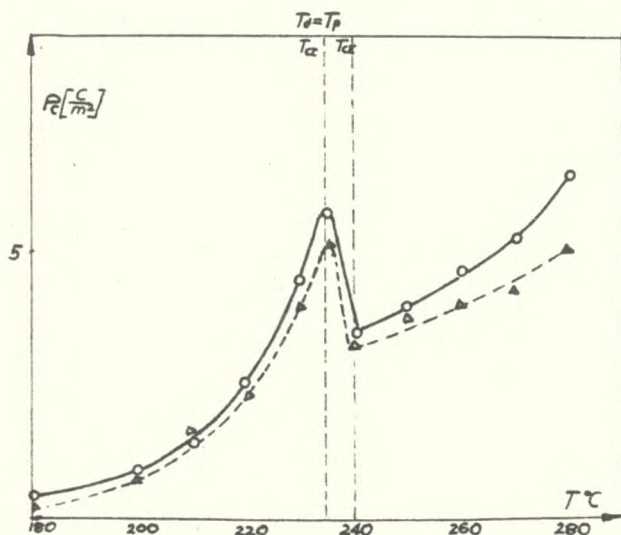
skanymi przy badaniu prądów rozładowania /28/. Próbki spolaryzowane w sposób opisany wyżej depolaryzowano w temperaturze równej temperaturze polaryzacji albo w temperaturze wyższej od tej temperatury.

5. W y n i k i p o m i a r ó w

a/ Depolaryzacja w temperaturze równej temperaturze polaryzacji

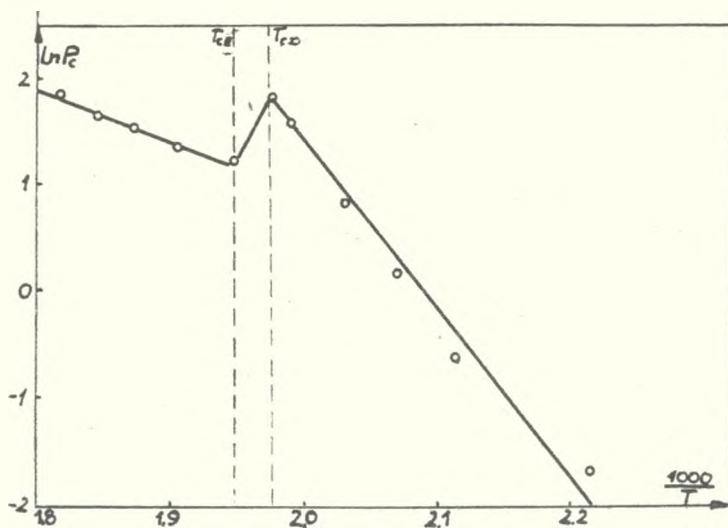
$$(T_d = T_p).$$

Na rys.2 przedstawiono dla przykładu wyniki pomiarów prądu depolaryzacji dla próbki spolaryzowanej w temperaturach  $220^{\circ}C$  /krzywa 1/ i  $260^{\circ}C$  /krzywa 2/. Dla temperatur depolaryzacji niższych od punktu Curie  $T_{CI}$  wszystkie krzywe mają przebieg podobny do krzywej 1; gęstość prądu rośnie do chwili ustalenia się temperatury próbki, po czym zaczyna maleć do zera. Jeżeli temperatura depolaryzacji  $T_d > T_{CI}$  wtedy krzywe prądu depolaryzacji posiadają maksima lokalne w temperaturze  $T_{CII}$  i minima w temperaturze  $T_{CI}$ . Należy zauważyć, że położenie maksimum względnie minimum lokalnego nie zależy od temperatury polaryzacji próbki a właściwego dla  $PbZrO_3$  położenia obszaru przemiany fazowej. Całkowanie graficzne krzywych  $J_d(t)$  pozwala obliczyć polaryzację całkowitą  $P_c$ . Wyniki tych obliczeń dla poszczególnych temperatur polaryzacji przedstawiono na rys.3. Dla porównania na tym samym rysunku naniesiono trójkątami wartości polaryzacji całkowitej obliczonej poprzednio /28/, na podstawie pomiaru prądów rozładowania.



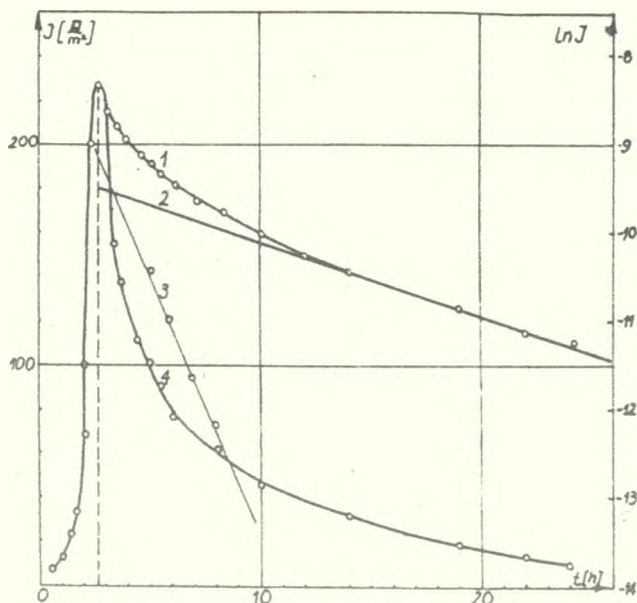
Rys.3.  
Zależność wartości polaryzacji całkowitej od temperatury  $\Delta$  - wartości polaryzacji obliczone w pracy /28/  $O$  - wartości polaryzacji obliczone z efektu elektretowego.

Z rys.4, gdzie przedstawiono  $\ln P_c$  w funkcji  $1/T$  widzimy, że  $P_c$  ma charakter aktywacyjny. Energie aktywacji dla zakresów temperatur  $T < T_{cII}$  i  $T > T_{cI}$  wynoszą odpowiednio 1,3 eV, 0,4 eV.



Rys.4. Zależność  $\ln P_c = f(1/T)$ .

Jeżeli z wartości  $J_d(t)$  mierzonych w ustalonej temperaturze sporządzimy wykres  $\ln J_d(t)$  / Krzywa 1 rys.5/ to przekonamy się, że prąd depolaryzacji można przedstawić jako sumę dwóch prądów  $J_{2d}$  i  $J_{3d}$  każdy o przebiegu eksponencjalnym

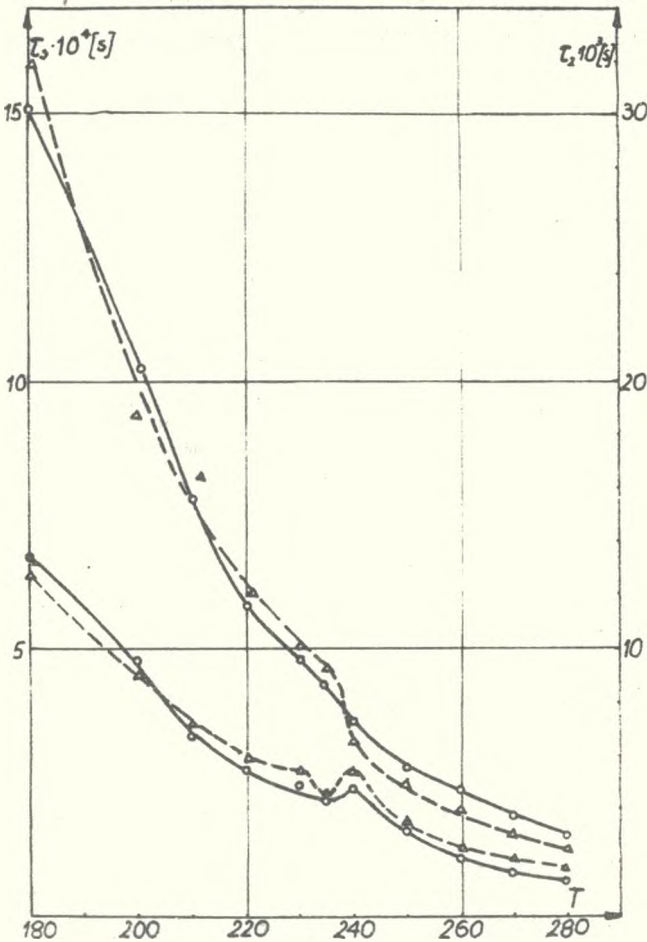


$$J_{2d} = J_{2d0} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad /2/$$

$$J_{3d} = J_{3d0} e^{-\frac{t}{\tau_3}} \quad /3/$$

Rys.5.  
Zależność  $\ln J_d(t)$ . Temperatura depolaryzacji 230°C. Krzywa 2 odpowiada składowej prądu  $J_{2d}(t)$ , krzywa 3 składowej prądu  $J_{3d}(t)$ .

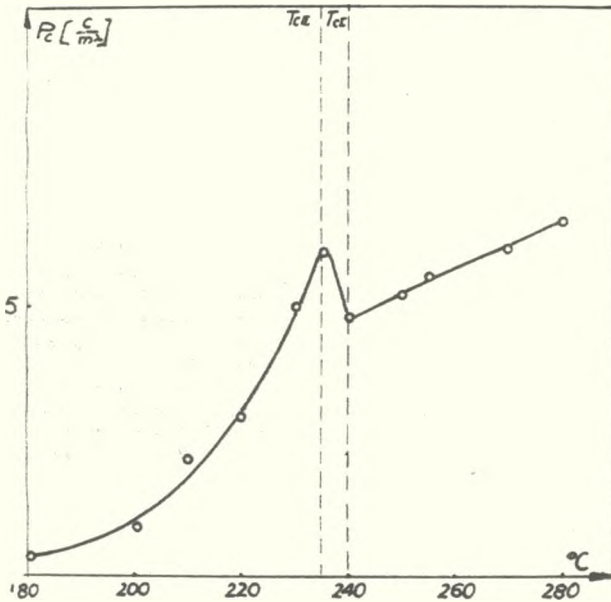
Składowe te wyznaczono metodą opisaną w poprzedniej pracy /28/ /rys. 5 krzywe 1 - 3/. Postępując tak samo dla innych temperatur depolaryzacji /równych temperaturze polaryzacji/ otrzymano dane do sporządzenia wykre-



Rys.6.  
Zależność od temperatury depolaryzacji wartości czasów relaksacji poszczególnych składowych prądu depolaryzacji elektretu, o - wartości czasów obliczone z efektu elektretowego,  $\Delta$  - wartości czasów obliczone z prądów rozładowania /28/.

su zależności czasów relaksacji obu składowych gęstości prądów funkcji temperatury  $\tau_2(T)$  i  $\tau_3(T)$  /rys.6 linie ciągłe/. Dla porównania na tym samym rysunku naniesiono także wartości czasów relaksacji dla poszczególnych temperatur obliczone uprzednio /28/ z pomiarów prądów rozładowania /rys.6 linie przerywane/. Widać, że wartości czasów relaksacji odpowiednich składowych obliczone dla danych temperatur na podstawie pomiarów prądów rozładowania i prądów depolaryzacji są sobie równe w granicach błędów doświadczalnych. Czasy  $\tau_2$  wykazują anomalię w obszarze przemiany fazowej, mianowicie dla temperatur  $T_{CII}$ ,  $T_{CI}$  czasy relaksa-

cji  $\tau_2^{T_{cII}} < \tau_2^{T_{cI}}$ . Zwraca uwagę fakt, że w punktach  $T_{cI}$  i  $T_{cII}$  przewodnictwo elektryczne  $PbZrO_3$  zachowuje się w tym zakresie temperatur odwrotnie a mianowicie w punkcie  $T_{cI}$  występuje minimum a w punkcie  $T_{cII}$  maksimum lokalne przewodnictwa /30/. Czasy relaksacji składowej  $P_3$  wykazują w obszarze przemiany fazowej tylko trochę gwałtowniejszy spadek



Rys.7.

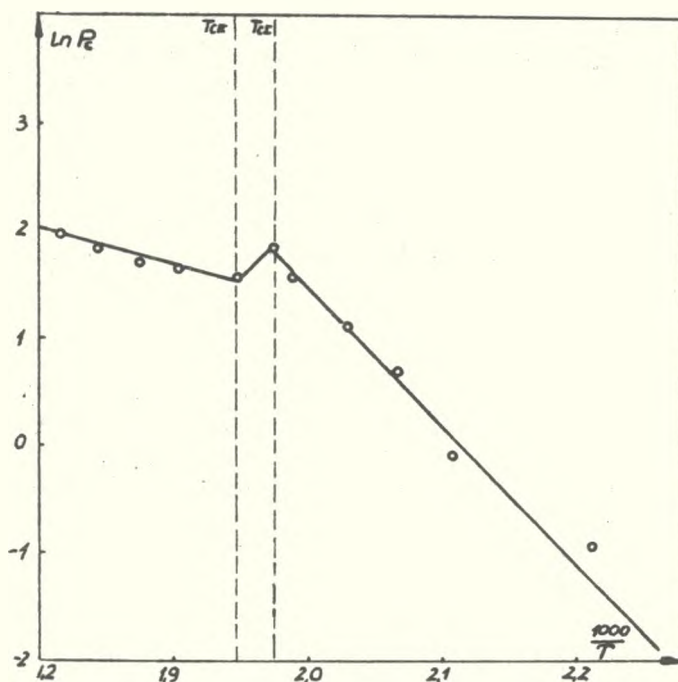
Zależność wartości polaryzacji całkowitej od temperatury. Temperatura depolaryzacji elektretu  $T_d$  większa od temperatury polaryzacji  $T_p$ .

b/ Depolaryzacja w temperaturze wyższej od temperatury polaryzacji ( $T_d > T_p$ ).

Przy niezmiennych dla każdej temperatury warunkach polaryzacji próbki depolaryzowano ją podobnie jak poprzednio przez powolne ogrzewanie lecz do temperatury  $T_d$  równej każdorazowo  $280^\circ\text{C}$  /wyższej od temperatury polaryzacji  $T_p$ /. Wyniki pomiarów opracowano w podobny sposób jak w punkcie a. Wyniki pomiarów  $P_c$  przedstawiono na rys.7. Wykres logarytm naturalny  $P_c$  w funkcji  $1/T$  wykazuje, że również w tym przypadku  $P_c$  ma w przybliżeniu charakter aktywacyjny /rys.8/. Energie aktywacji dla zakresu temperatur  $T > T_{cI}$  i  $T < T_{cII}$  wynoszą odpowiednio  $\varphi_2 = 0,3$  eV  $\varphi_1 = 1,1$  eV. Wyniki pomiarów ujętych w punkcie b pozwalają nam wyciągnąć następujące wnioski:



a/ w prądzie depolaryzacji  $J_d(t)$  poczynając od chwili gdy temperatura depolaryzacji  $T_d$  jest stała odnaleźć można dwie składowe prądu  $J_{2d}(t)$  i  $J_{3d}(t)$ .



Rys.8. Wykres zależności  $\ln P_c = f(1/T)$ .

b/ Wartości czasów relaksacji tych składowych ( $\tau_2$  i  $\tau_3$ ) dla wszystkich temperatur polaryzowania próbki są takie same i równe w granicach błędu doświadczalnego czasom relaksacji dla temperatury  $280^\circ\text{C}$  /tabela 1 i rys.6/.

c/ Całkowity ładunek zaabsorbowany w próbce zależy od temperatury i warunków polaryzowania natomiast nie zależy od temperatury, w której dokonywano depolaryzowania próbki. Aby porównać wartości polaryzacji całkowitej wyznaczone z pomiarów prądów absorpcji w stałej temperaturze i prądów depolaryzacji /zarówno dla  $T_d = T_p$  jak i  $T_d > T_p$  zestawiono je w tabelce 1/. W tabelce tej zestawiono także czasy relaksacji poszczególnych składowych polaryzacji. Z tego zestawienia widać dla poszczególnych temperatur dobrą zgodność otrzymanych wartości czasów relaksacji, natomiast występują pewne niezgodności między wartościami polaryzacji całkowitej które będą przedyskutowane w następnym punkcie.

## 6. Dyskusja wyników

Czas  $T_{\min}$  ustalony z obserwacji prądów rozładowania jest jak sądzono najmniejszym czasem potrzebnym praktycznie do pełnego spolaryzowania próbki w określonej temperaturze polaryzacji i dla określonego natężenia pola polaryzującego. Czas  $T_p = t_{\min}$  jak to wynika z rys.1 pokrywa się z czasem, który jest potrzebny do tego, aby prąd  $J_p$  płynący podczas polaryzowania próbki osiągnął wartość stałą. Uznano, że prąd  $J_p$  ma wartość stałą gdy zmiany tego prądu wynikłe z efektu absorpcji są mniejsze od zmian mogących pochodzić od wachania temperatury próbki/około  $0,1^\circ\text{C}$ / i ewentualnych zmian napięcia stabilizowanego zasilacza. Prąd termicznej depolaryzacji rośnie w czasie ogrzewania próbki do momentu osiągnięcia przez nią stałej temperatury, po czym powoli maleje do zera.

T	Prądy rozładowania				Depolaryzacja w temp. polaryzacji $T_p = T_p$			Depolaryzacja w temp. wyższej od temp. polar. $T > T_p$		
	$T_1 \cdot 10^2$ [s]	$T_2 \cdot 10^3$ [s]	$T_3 \cdot 10^4$ [s]	$P_c$ [ $^\circ\text{C}/\text{m}^2$ ]	$T_1 \cdot 10^2$ [s]	$T_2 \cdot 10^3$ [s]	$P_c$ [ $^\circ\text{C}/\text{m}^2$ ]	$T_1 \cdot 10^3$ [s]	$T_2 \cdot 10^4$ [s]	$P_c$ [ $^\circ\text{C}/\text{m}^2$ ]
180	32	12,8	16,0	0,25	13,2	15,1	0,3	1,8	1,3	0,35
200	20	9,0	9,4	0,60	9,2	10,1	0,8	1,7	1,2	0,8
210	13	7,1	8,2	1,6	6,9	7,8	1,3	1,8	1,2	2,1
220	10	6,0	5,9	2,6	6,0	5,8	2,7	1,7	1,2	3,0
230	8,2	5,5	5,0	3,8	5,4	4,8	4,4	1,8	1,4	5,0
235	6,8	4,4	4,6	5,1	4,3	4,1	6,0	1,9	1,4	6,0
240	5,7	4,7	3,2	3,3	4,6	3,2	3,5	1,7	1,3	4,7
250	4,6	3,7	2,5	3,5	3,5	2,5	4,0	1,8	1,3	5,1
260	4,0	2,6	2,1	3,8	2,4	2,0	4,6	1,7	1,3	5,4
270	3,4	2,2	1,6	4,2	2,2	1,7	5,2	1,7	1,2	6,0
280	3,0	1,8	1,3	4,7	1,7	1,4	6,6	1,8	1,2	6,6

Analiza zmian czasowych prądu  $I_d(t)$  dla ustalonej temperatury pozwala wykryć dwie składowe o przebiegu relaksacyjnym i obliczyć odpowiadające im czasy relaksacji. Porównanie tych wyników z odpowiednimi wartościami otrzymanymi pomiarów prądów absorpcji /tabela 1/ prowadzi do następujących wniosków.

1. W prądzie depolaryzacji obserwowanym przy ustalonej temperaturze występują dwie składowe o czasach relaksacji różnych w granicach błędu doświadczalnego dla każdej temperatury  $T_p$  odpowiednim czasom otrzymanych z pomiarów prądu absorpcji.

2. W prądzie depolaryzacji nie udało się wykryć składowej o najkrótszym czasie relaksacji  $\tau_1$  występującej w prądzie rozładowania. Składowa ta niewątpliwie występuje lecz zanika w czasie dogrzewania próbki.

3. Można przyjąć, że wartości  $P_c$  obliczone z pomiarów prądu rozładowania i prądów depolaryzacji termicznej są różne sobie dla każdej temperatury pomiaru w granicach temperatur od  $200^\circ\text{C}$  do  $250^\circ\text{C}$ . Dla niższych jak i wyższych temperatur obserwuje się jednak odstępstwa przekraczające błędy doświadczalne. Wartości polaryzacji całkowitej  $P_c = P_1 + P_2 + P_3$  obliczone z prądów rozładowania w stałej temperaturze ze znajomości czasów relaksacji i wartości poszczególnych składowych dla  $t = 0$  są mniejsze od wartości wyznaczonych na podstawie prądów depolaryzacji  $P_c = \int_0^{\infty} I_d(t) dt$ . Może to być spowodowane nieuwzględnieniem początkowego przebiegu prądu rozładowania. Jak to już zaznaczono wcześniej pierwszy odczyt był dokonywany po upływie jednej minuty po zakończeniu zwarcia próbki, które trwało także jedną minutę. Być może pominięto przez to inne jeszcze składowe polaryzacji całkowitej, które w wyższych temperaturach mogły mieć stosunkowo duże wartości, lecz krótkie czasy relaksacji. Przy oziębianiu próbki w procesie polaryzacji termoelektretu, czasy relaksacji tych składowych znacznie wzrosły, co sugerują dane na rys.6. W tym sensie uległy zamrożeniu nie tylko składowe obserwowane  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  ale również składowe krótkookresowe, których przy stosowanej technice pomiarowej nie można było zaobserwować. W procesie depolaryzacji wydzieliła się również prąd związany z tymi składowymi polaryzacji. Innym bardzo istotnym powodem tego odstępstwa może być dobór czasu polaryzowania próbki stałej temperaturze  $t_{\min}$ . Tutaj zaznaczamy tylko, że sprawę tę należy rozstrzygnąć osobno dla każdej składowej polaryzacji. Niezgodności pomiędzy wartościami polaryzacji całkowitej obliczonej z pomiaru prądu rozładowania a wartościami znalezionymi z obserwacji prądów płynących podczas depolaryzowania próbki obserwowane w drugiej serii pomiarów /punkt b/ mają ten sam charakter. Jak wykazują wyniki tej pracy można przypuszczać, że w  $\text{PbZrO}_3$  występują różnego rodzaju mechanizmy polaryzacji. Porównanie temperaturowych zmian czasów relaksacji  $\tau_2$  wykazuje, że dla składowych  $P_1$  i  $P_3$  charakter tych zmian jest podobny. Czasy te maleją mianowicie ze wzrostem temperatury, ale w obszarze przemiany fazowej spadek ten jest zwiększony. Składowa  $P_3$  w tym obszarze zachowuje się odmiennie. Na podstawie charakteru tych zmian składową polaryzacji całkowitej  $P_2$  można prawdopodobnie interpretować

jako polaryzację typu Maxwella-Wagnera. Czas relaksacji tego typu polaryzacji jest odwrotnie proporcjonalny do przewodnictwa  $\tau \sim \frac{1}{\sigma}$ . Porównanie zmian przewodnictwa próbki  $\text{PbZrO}_3$  30 ze zmianami czasu relaksacji  $\tau_2$  /rys.6/ wykazuje wyraźnie, że czas ten rzeczywiście maleje ze wzrostem przewodnictwa. Podobnie jak przewodnictwo wykazuje w temperaturach  $T_{\text{CII}}$  i  $T_{\text{CI}}$  wyraźne anomalie. W temperaturze  $T_{\text{CII}} = 235^\circ\text{C}$  przewodnictwo jest większe w porównaniu z przewodnictwem w wyższej temperaturze  $T_{\text{CI}} = 240^\circ\text{C}$ . Równocześnie jak należało oczekiwać, czas relaksacji odpowiadający temperaturze  $T_{\text{CII}}$  jest krótszy od czasu relaksacji dla temperatury  $T_{\text{CI}}$ .

Dużą rolę w procesie polaryzacji dielektryków polikrystalicznych odgrywają niewątpliwie zjawiska polaryzacji powierzchniowej stanowiące szczególny rodzaj polaryzacji Maxwella-Wagnera. Granice ziarn i inne defekty sieci są niejednokrotnościami, na których mogą gromadzić się ładunki. Migracja defektów punktowych i ładunków związanych z tymi defektami w obszary przyelektrodowe prowadzi do powstania ładunków przestrzennych. Stan elektretowy jak to wykazały badania Januzzi i Mascarenchausa /31/ może powstać w wyniku zamrożenia polaryzacji dielektryka, w którym tworzą się pary defektów typu jon domieszki i towarzysząca mu luka o ładunku przeciwnym. Taka para defektów zachowuje się jak dipol. Reorientacja takich dipoli względnie ich agregatów związana jest oczywiście z określoną energią aktywacji i określonym czasem relaksacji. Określoną rolę odgrywają też niewątpliwie nośniki prądu wstrzykiwane z elektrod do materiału próbki drogą emisji termopolowej. Obserwacje centrów barwnych na powierzchni próbki /17, 27, 32, 33/ potwierdzają takie przypuszczenia. Ładunki wprowadzone z elektrod w drodze emisji termopolowej kompensują częściowo ładunki polaryzacyjne i odpowiednio zmniejszają pole depolaryzacji pojawiające się po usunięciu zewnętrznego pola polaryzującego. Ich uwolnienie wymaga dostarczenia odpowiedniej energii cieplnej. W niskich temperaturach prawdopodobieństwo dostarczenia dostatecznie dużej energii w drodze fluktuacji jest odpowiednio małe. Ze wzrostem temperatury proces cieplnej generacji nośników pułapkowanych przez ładunki polaryzacyjne jest odpowiednio bardziej intensywny. Tak uwolnione ładunki swobodne mogą następnie dyfundować w kierunku gradientu ich koncentracji czyli w kierunku przeciwnych elektrod. Odsłonięta wskutek tego część polaryzacji zanika w drodze normalnych mechanizmów depolaryzacji również zależnych od temperatury. Nośniki wstrzyknięte z elektrod mogą w ten sposób spowalniać proces zaniku różnych rodzajów polaryzacji. Tłumaczyłoby to, przynajmniej częściowo długi okresowy efekt absorpcji dielektrycznej w badanym materiale. Przytoczony model zdaje się potwierdzać stwierdzony charakter zależności temperaturowej polaryzacji i czasów relaksacji jej składowych. Trudno w tej chwili określić mechanizm

poszczególnych składowych polaryzacji. Przedstawione wyniki pozwalają w każdym razie przypuszczać, że u podstaw zarówno stanu elektretowego jak i efektu absorpcji dielektrycznej, której przejawem są obserwowane długotrwałe prądy rozładowania leżą te same lecz różnorodne mechanizmy polaryzacji.

#### L i t e r a t u r a

- G.M. Sessler and J.E. West, J. Acoust: Soc. Am. 34, 1787 /1962/, 401433 /1966/.
- G.M. Sessler and J.E. West: J. Elektrochem. Soc. 115, 836 /1968/.
- Electret and Related Electrostatic Charge Storage Phenomana; L.M. Baxt and M.M. Perlmann Ed. A. Symposjum published by the Elektrochemical Society. \_
- C. Bucci and R. Fieschi: Phys. Rev. Letters 12,16 /1964/.
- M. Beltrami, R. Capelleti and R. Fieschi: Phys. Letters 10,3 /1963/.
- C. Bucci, R. Fieschi and G. Guidi: Phys. Rev. 148, 816 /1966/.
- B. Gross and R.J. de Mareas: J. Chem. Phys. 37,710 /1962/.
- Von J. van Calker und W. Fröhlich Ann. der Phys. 4,216 /1959/.
- B. Gross: Charge Storage in Solid Dielectrics Elsevier Publishing Co. Amsterdam 1964.
- V.A. Johnson: Electrets, U.S. Government Research Rep. AD 299259 /1962/.
- Linden, Erik: G. Electrete, I.B.E. - Gonvention Record, Part 3, the Institute of Radio Enginners Nev York 1956.
- W.M. Fridkin i J.S. Żeludiew: Fotoelektrety i elektrofotograficzny proces. Izd. Akad. Nauk SSSR Moskwa 1960.
- F. Gutman: Rev. Mod. Phys. 20,457 /1948/.
- M. Eguchi: Phil. Mag. 49,178 /1925/.
- R.W. Thickers and R.J.: Macdonald Phys. Rev. 90,375 /1953/.
- Z. Borowski: Praca doktorska WSP Katowice 1967.
- N.P. Bogorodzicki, D.A. Tairowa i W.S. Sorokin: Fiz. Tver. Tela 6,2301 /1964/.
- A.N. Gubkin i G.S. Skanawi: Izw. Akad. Nauk SSSR. Ser. Fiz. 22,330/1958/.
- V. Kaukal: Silikaty /czeskie/ 11, Nr 1, 33 /1966/.
- Mazur, J. Hańderek, T. Piech: Acta. Phys. Polon. 36,31 /1969/.
- J.E. Zajew i R.P. Kuzmina: Izw. Wyż. Ucz. Zaw. Energetyka Nr 3,108/1966/
- H. Weik and V.L. Lambert: Phys. Rev. Letters 10,51 /1963/.
- W.M. Gurewicz: Elektroprowodimos Senietoelektrikow Izd. Kom. Stand. Mier i Izd. Prib. Moskwa 1969.

- F. Jona, G. Shirane, F. Mazzi, R. Pepinsky: Phys. Rev. 105,841 /1957/.
- G. Shirane, E. Sawaguchi, Y. Takagi: J. Phys. Soc. Japan 6,208 /1951/,  
Phys. Rev. 84,476 /1951/.
- G. Roberts; J. Am. Ceramic. Soc. 33,63 /1950/.
- J. Hańderek: Acta. Phys. Polon. 31,613 /1967/, 34,268 /1968/.
- W. Osak: Zeszyty Naukowe WSP Kraków 1973.
- H. Frei und G. Groetzinger Phys. Zeits. 37,720 /1936/.
- J. Hańderek: Phys. Status. Solidi 21,232 /1967/.
- N. Januzzi and Mascarenbas: J. Electrochem. Soc. 115,382 /1968/.
- Jacenko A.E.: Izv. A.N. SSSR. Ser. Fiz. 24,1308 /1960/.
- M.S. Kosman i B.W. Bursian: Izv. A.N. SSSR Ser. Fiz. 115,1483 /1957/.

### ELECTRET EFFECT IN PbZrO<sub>3</sub>

#### A b s t r a c t

Thermoelectre properties were induced in polycrystalline PbZrO<sub>3</sub>. The thermal depolarization method was applied to the charge evaluation absorbed in the process of electret forming. Measurements were carried out near the phase change points /180°C - 280°C/. The thermoelectret was depolarized either in the polarization temperature or above this temperature. The evidence of the polarization on temperature is given. The cooling rate does not influence polarization. Depolarization current/analyzed after temperature of thermoelectret depolarization is stabilized/ has two exponentially decaying components. Relaxation time values of the corresponding current components for given temperature, measured with use of thermoelectret and discharge current methods are equal. Electret polarization value does not depend on the rate of depolarization and the depolarization temperature. The relaxation time of depolarization current components depends on the temperature of thermoelectret depolarization process.

---

"Электретный эффект в "цирконате" свинца"

Резюме

В работе получены термоэлектреты из поликристаллического Абсорбционный заряд измерено, используя метод термичной деполяризации в окружении точек фазовой перемены /с  $180^{\circ}$  до  $280^{\circ}$ /. Деполяризация термоэлектрета сделана как в температуре поляризации электрета так и выше её. Оказалось, что величина поляризации электрета зависит от температуры его формирования и не зависит от скорости охлаждения.

Ток деполяризации термоэлектрета разделяется на два компонента, исчезающие экспоненциально. Времена релаксации соответствующих компонентов тока, полученные с электретового эффекта и с измерений токов разрядка - одиноковые.

Величина поляризации электрета не зависит от скорости и температуры деполяризации. Время релаксации компонентов тока деполяризации термоэлектрета зависит от температуры, в которой производится деполяризация.





Jadwiga Salach  
Samodzielny Zakład Fizyki  
WSP Kraków

#### PORÓWNANIE METODY SPRAWDZANIA WIADOMOŚCI Z FIZYKI ZA POMOCĄ TESTU WYBORU Z METODĄ OPARTĄ NA SAMODZIELNEJ WYPOWIEDZI PISEMNEJ

U źródła tej pracy tkwiła chęć ulepszenia techniki przeprowadzania egzaminu wstępnego z fizyki na Wydziale Matematyczno-Fizycznym WSP. Egzamin z fizyki obowiązuje kandydatów na kierunki ogólnozawodowe /sekcja mechaniczna i elektryczna/, na wychowanie techniczne oraz na trzy kierunki WSN: matematyka z fizyką, fizyka z chemią i zajęcia praktyczno-techniczne z fizyką. Dotychczas kandydaci na wszystkie wyżej wymienione kierunki /z wyjątkiem fizyki z chemią, na którą obowiązuje egzamin pisemny/ zdawali z fizyki egzamin ustny. Kandydat po wylosowaniu kartki z pytaniami obowiązany był odpowiedzieć na dwa pytania teoretyczne /każde z innego działu fizyki/ i rozwiązać zadanie rachunkowe z działu nie reprezentowanego w dwu poprzednich pytaniach. Wprawdzie każdy z egzaminatorów posługiwał się takimi samymi zestawami pytań, jest jednak rzeczą ogólnie znaną, że istnieje szereg czynników subiektywnych, trudnych do uchwycenia i dlatego wręcz niemożliwych do wyeliminowania, które wpływają w znacznej mierze na wyniki egzaminu. Ustalenie jednolitości wymagań i norm oceny odpowiedzi na dane pytanie jest w takich warunkach egzaminowania sprawą niezwykle trudną i chyba nieosiągalną. Tu też tkwi jedna z przyczyn przypadkowości ocen.

Aby uczynić krok naprzód w kierunku obiektywizacji egzaminu wstępnego, zaproponowano użycie przy egzaminie metody polegającej na przedstawieniu kandydatowi pewnej liczby /np. dziesięciu/ pytań z różnych działów fizyki z kilkoma odpowiedziami do wyboru na każde pytanie. Przed ewentualnym zastosowaniem tej metody przeprowadzania egzaminu wstępnego należało zarówno przygotowane pytania, jak i proponowany system ich oceny wypróbować i sprawdzić.

W celu dokonania wstępnych badań przygotowano zestaw pytań z jednego działu fizyki - elektryczności. Jest to dział dość szeroki, w poprzednim programie szkoły średniej realizowany w drugim półroczu klasy

IX-tej, pierwszym półroczu klasy X-tej i w początkowych tygodniach nauki w klasie XI,tej; w obecnym programie w drugim półroczu klasy II-ej, w pierwszym półroczu klasy III-ej i niektóre tematy w klasie IV-ej.

Kilka słów należy poświęcić strukturze i treści przygotowanych pytań. Sama metoda dokonywania oceny wiadomości uczniów przy pomocy testów budziła i budzi nadal u niektórych pedagogów bardzo poważne zastrzeżenia. Nierzadko spotkać można w literaturze pedagogicznej ostrą krytykę wartości dydaktycznej niektórych testów,co w wielu przypadkach wydaje się być nader uzasadnione.

Chcąc, by egzamin testowy nie ustępował swym poziomem innym sposobom egzaminowania musimy z góry przyjąć pewne założenia co do treści pytań: Pytania winny być ułożone tak, aby odpowiedzi poprawne mógł wybrać taki uczeń, który nie tylko posiada pewien, wymagany przez program nauczania, zasób wiadomości, ale je w pełni rozumie i potrafi nimi operować w konkretnych sytuacjach. Myśl przewodnia,towarzysząca doborowi odpowiednich pytań testowych, winna iść ręką w rękę z tendencjami nowoczesnej dydaktyki, które wyrażają się w kształceniu umiejętności myślenia i wyrabianiu u uczniów aktywnego stosunku do poznawanej wiedzy. Uznano więc, że przy doborze pytań i odpowiedzi przedstawianych uczniowi do wyboru, należy kierować się następującymi wskazaniem co do ich treści i formy:

1. W pytaniach winno się kłaść nacisk nie na sprawdzanie posiadania przez ucznia formalnych wiadomości /a przynajmniej nie przede wszystkim na to/, lecz na umożliwienie mu wykazania się właściwym rozumieniem tych wiadomości, sposobem ich interpretowania, umiejętnością świadomego stosowania posiadanej wiedzy.

2. Zarówno pytania, jak i odpowiedzi, powinny być sformułowane jasno. Jest rzeczą niedopuszczalną, aby uczeń posiadający wiadomości i rozumiejący je, miał jakiegokolwiek wątpliwości co do prawdziwości lub fałszywości podanych mu pod rozważę odpowiedzi - nie może być więc odpowiedzi częściowo prawdziwych lub prawdziwych tylko w pewnych warunkach /jeśli warunki te nie zostały wyszczególnione w pytaniu/.

3. Odpowiedzi nieprawidłowe nie mogą być w sposób oczywisty nonsensowne, muszą p o z o r n i e zawierać pewne prawdopodobieństwo poprawności. Musi istnieć pewna szansa, aby uczniowi, który nie posiada wymaganych wiadomości, lub je nawet posiada,ale nie rozumie ich wystarczająco, mogło się wydawać, że odpowiedzi te są poprawne.

4. Odpowiedzi nieprawidłowe mogą być identyczne z typowymi odpowiedziami słyszczanymi od uczniów na dane pytanie, dawanymi na skutek niewłaściwego rozumienia zagadnienia, z błędami,które choemy wykorzenić i

przed których popełnianiem chcielibyśmy uczniów uchronić na przyszłość. Takie złe odpowiedzi mogą się uczniowi niedostatecznie przygotowanemu wydawać poprawne, a nie wybierze ich napewno uczeń, który nie tylko zna dane prawo "z widzenia", ale wie, dlaczego w ten a nie inny sposób należy je interpretować. Pytania z tak sformułowanymi odpowiedziami prócz swej zasadniczej roli spełniać będą ponadto dodatkową funkcję dydaktyczną, co nie jest do pogardzenia, jeśli stosujemy je w szkole podczas procesu nauczania.

5. Uznano, że sama czynność wybierania prawidłowych odpowiedzi będzie dla ucznia ciekawsza, jeśli postawimy go wobec możliwości znalezienia na każde pytanie więcej niż jednej dobrej odpowiedzi /od 1 do 3 a nawet 4/.

6. Treść pytań nie powinna w żadnym przypadku wykraczać poza zakres materiału obowiązujący w szkole średniej, zwłaszcza, jeśli mają to być pytania przeznaczone do egzaminu wstępnego.

Poniżej podano - dla zorientowania czytelnika - przykładowo kilka pytań wraz z zestawami odpowiedzi do wyboru:

1. Czy i jak zmieni się pojemność elektryczna danego przewodnika, jeśli zgromadzony na nim nabój zmniejszy się do połowy /położenie przewodnika względem innych przewodników nie ulega przy tym zmianie/?

a/ Zmalaże dwukrotnie

b/ Dwukrotnie wzrośnie

c/ Nie ulegnie zmianie

d/ Nie można odpowiedzieć na to pytanie, bo o pojemności decyduje nie tylko nabój przewodnika, ale także jego potencjał.

e/ Pojemność elektryczna przewodnika jest stałym współczynnikiem proporcjonalności pomiędzy dwiema wielkościami: nabojem wprowadzonym na przewodnik i potencjałem, jaki uzyskuje ten przewodnik pod wpływem wprowadzonego naboju.

Dwie odpowiedzi poprawne: c i e.

2. Dlaczego prawa Ohma nie można odczytać w następujący sposób: "Opór przewodnika jest wprost proporcjonalny do napięcia pomiędzy końcami tego przewodnika, a odwrotnie do natężenia płynącego przez ten prąd"?

a/ Wydaje mi się, że prawo Ohma można odczytać w podany powyżej sposób.

b/ Bo opór przewodnika nie zależy od napięcia pomiędzy jego końcami, ani od natężenia prądu płynącego przez ten przewodnik.

c/ Bo gdy wzrasta napięcie pomiędzy końcami przewodnika, wzrasta również natężenie płynącego przez ten prąd /wielkości te są do siebie wprost proporcjonalne/.

d/ Bo opór przewodnika zależy tylko od jego długości, przekroju i oporu właściwego materiału, z którego wykonano ten przewodnik.

e/ Bo opór przewodnika jest wprawdzie wprost proporcjonalny do napięcia pomiędzy jego końcami, ale nie zależy wcale od natężenia prądu płynącego przez ten przewodnik.

Trzy odpowiedzi poprawne: b, c, d.

3. Połączono równolegle dwa odbiorniki energii elektrycznej: żarówkę o oporze 1200 omów i grzejnik o oporze 400 omów. Na grzejniku napięcie wynosi 200 V. Ile wynosi napięcie na żarówce?

- a/ 600 V
- b/ około 66,7 V
- c/ również 200 V
- d/ 150 V
- e/ 800 V

Jedna odpowiedź poprawna: c.

4. Co można powiedzieć o zmianie mocy wydzielonej w przewodniku z prądem, gdy napięcie pomiędzy końcami tego przewodnika wzrośnie dwa razy?

a/ Moc wzrośnie cztery razy, gdyż zależność mocy od napięcia między końcami przewodnika jest następująca:  $M = \frac{U^2}{R}$

b/ Moc wcale nie ulegnie zmianie; wniosek ten opieram na zależności:  $M = I^2 R$  według której moc prądu zależy od oporu przewodnika i od kwadratu natężenia prądu płynącego w nim, nie zależy zaś od napięcia.

c/ Moc wydzielona również wzrośnie dwa razy, bo  $M = UI$

d/ Moc nie ulegnie zmianie, bo gdy wzrasta napięcie, maleje natężenie prądu, a  $M = UI$

e/ Opieram się na zależności:  $M = UI$ . Gdy "U" wzrośnie dwa razy - "I" również wzrośnie dwa razy, więc moc wzrośnie cztery razy.

Dwie odpowiedzi poprawne: a i e.

5. W którym z poniższych zdań jest mowa o sile elektrodynamicznej?

a/ Jeśli do ruchomej zwojnicy z prądem zbliżamy magnes lub elektromagnes, to zwojnica ulega odchyleniu od swego pierwotnego położenia.

b/ Wiązka elektronów w lampie kineskopowej przechodząc między układem cewek z prądem ulega odchyleniu od swego pierwotnego kierunku.

c/ Przewodnik z prądem umieszczony w polu magnetycznym magnesu lub innego przewodnika z prądem doznaje działania siły ze strony tego pola.

d/ Dwa ładunki elektryczne punktowe przyciągają się lub odpychają siłą odwrotnie proporcjonalną do kwadratu ich wzajemnej odległości.

e/ Dwa równoległe do siebie przewodniki z prądem przyciągają się lub odpychają w zależności od kierunków prądów płynących w tych przewodnikach.

Cztery odpowiedzi poprawne: a, b, c, e.

6. Co zrobić, aby w obwodzie o u s t a l o n y m współczynniku indukcji własnej wzbudzić większą siłę elektromotoryczną samoindukcji?

- a/ Szybciej poruszać magnesem
- b/ Spowodować szybsze zmiany natężenia prądu w tym obwodzie
- c/ Przy niezmiennym  $L$  żadnym sposobem nie da się zwiększyć siły elektromotorycznej samoindukcji
- d/ Włączyć do obwodu dodatkową zwojnicę
- e/ Jeśli obwód zawiera cewki, wsunąć do nich rdzenie ferromagnetyczne.

Jedna odpowiedź poprawna: b.

W kilkunastu klasach szkół średnich, których młodzież została poinformowana o mającym nastąpić sprawdzianie, przeprowadzono próbę porównania dwu metod sprawdzania wiadomości: metody tradycyjnej, w których każdy uczeń udzielał pisemnie krótkich odpowiedzi /tzw. odpowiedzi "konstruowanych"/ na pięć postawionych mu pytań i metody testowej, w której każdy uczeń udzielał odpowiedzi na te same pięć pytań drogą wyboru. Tak więc jeśli w drugiej części sprawdzianu dla danego ucznia przeznaczono któreś z pytań o numerach od 1 do 6 z wyżej przytoczonych przykładów - w pierwszej części dostawał on pytania o tym samym brzmieniu, podane na oddzielnej kartce. Jeśli uczeń w drugiej części miał otrzymać pytanie nr 5 z powyższych przykładów - w pierwszej części odpowiednie pytanie brzmiało: "Wymień kilka konkretnych przykładów występowania siły elektrodynamicznej". Oczywiście zestawy pytań były różne, ale tak dobrane, aby każda piątka zawierała pytania obejmujące wszystkie dotychczas przerobione rozdziały elektryczności.

Udzielanie odpowiedzi pisemnych na pięć pytań trwało łącznie 20 minut, po czym uczniom odbierano kartki z napisanymi przez nich odpowiedziami. W następnej części uczniowie udzielali odpowiedzi przez wybieranie, posługując się tzw. okładkami egzaminacyjnymi "Żaczek". Maksymalny czas udzielania odpowiedzi drogą wyboru wynosił również 20 minut. Uczniowie zostali poinformowani, że liczba odpowiedzi poprawnych na każde pytanie może wynosić od 1 do 4 i należy wybrać wszystkie poprawne.

Odpowiedzi pisemne oceniano w następujący sposób: 5 odpowiedzi poprawnych - bdb, 4 odpowiedzi poprawne - db, 3 odpowiedzi poprawne - dt, 2, 1 lub 0 odpowiedzi poprawnych - nd. Odpowiedzi na pytania testowe oce-

niano według systemu zaproponowanego przez doc. E. Berezowskiego<sup>x/</sup> w zależności od wartości współczynnika k:

$0 \leq k < 0,2$	bdb
$0,2 \leq k < 0,4$	db
$0,4 \leq k < 0,6$	dt
$0,6 \leq k$	nd

Współczynnik k jest stosunkiem sumy błędów popełnionych przez ucznia przy wybieraniu odpowiedzi na wszystkie pięć pytań do sumy wszystkich odpowiedzi poprawnych, jakie należało wybrać w tym zestawie. Należy zaznaczyć, że za błąd liczy się zarówno wybranie złej odpowiedzi, jak i nie wybranie odpowiedzi dobrej.

### W y n i k i

Niestety wyniki sprawdzianu w większości przebadanych klas okazały się bardzo słabe. Spośród 13 przebadanych wybrano zaledwie p i ę ć klas, w których otrzymane wyniki były prawie zadowalające. W pozostałych klasach otrzymano u znacznej większości uczniów oceny niedostateczne w obu metodach. Badania przeprowadzono również na pierwszym roku sekcji elektrycznej WSP /miało to miejsce w październiku, a więc przed rozpoczęciem się wykładu i ćwiczeń z elektryczności/. Stwierdzono, że wyniki otrzymane tam nie były lepsze, niż w najgorzej przygotowanych klasach szkół średnich. Na 33 studentów wyniki pozytywne otrzymało 7, w tym tylko u dwu osób po dwie oceny dobre uzyskane przy zastosowaniu obu metod.

Poniżej podano zestawienie średnich ocen uzyskanych w jednej i drugiej metodzie w poszczególnych klasach. Wszystkie te zespoły klasowe, dla których średnie oceny w obu metodach są mniejsze, niż 3,0 odrzucono z przeprowadzonych obliczeń statystycznych. Postępowanie takie jest dopuszczalne ze względu na cel przeprowadzonych badań: Nie chodziło tu o sprawdzenie wyników nauczania, lecz o zaobserwowanie korelacji między dwiema metodami sprawdzania wiadomości. Odrzucone ze statystyki zespoły klasowe dawały znakomitą korelację, gdyż - jak już wspomniano - zgodność ocen /głównie niedostatecznych/ była doskonała. Jednak ich uwzględnienie dawałoby rozkład wyników bardzo skośny, wobec czego nie byłoby możliwe obliczenie współczynnika korelacji według Pearsona. Współczynnik korelacji ma pewną, zasadniczą przewagę nad innymi, możliwymi tu do zastosowania statystykami: Jest zdolny udzielić najlepszych informacji w kwestii nas interesującej, bowiem na wartość jego wpływają nie globalne liczby ocen bdb, db, dt i nd, uzyskane w obu metodach, lecz jest on czuły na każdą indywidualną niezgodność między obydwiema ocenami.

x/ "Nowa Szkoła" 4 /1967/.

	Średnia ocen na podstawie wypowiedzi pisemnej	Średnia ocen na podstawie testów
1.	3,4	3,5
2.	3,3	3,3
3.	3,3	3,3
4.	3,2	3,5
5.	3,1	3,0
<hr/>		
6.	2,8	2,9
7.	2,7	2,6
8.	2,6	2,7
9.	2,5	2,6
10.	2,5	2,5
11.	2,5	2,4
12.	2,4	2,3
13.	2,3	2,3

Za podstawę obliczeń statystycznych wzięto zatem pięć pierwszych umieszczonych w tabeli klas, co stanowi łącznie 150 osób. Średnie ważone ocen dla obu metod wynoszą: 3,3 dla metody pisemnej, 3,4 dla metody testowej. Z tabeli rozrzutu ocen podanej powyżej widzimy, że rozkład spełnia warunek homoscedastyczności.

Rozrzut ocen otrzymanych przez uczniów w obu metodach

Oceny otrzymane na podstawie wyboru odpowiedzi	Razem	33	60	42	15	150
	bd	0	4	11	10	25
	db	4	10	19	4	37
	dt	10	34	10	1	55
	nd	19	12	2	0	33
		nd	dt	db	bd	Razem
Oceny otrzymane na podstawie odpowiedzi pisemnych						

Współczynnik korelacji  $r = 0,62$ . Dla  $N = 150$  stanowi to korelację dość istotną. Współczynnik korelacji tak obliczony informuje nas o tym, jak przedstawiałaby się korelacja między obydwiema metodami egzaminowania - metodą odpowiedzi samodzielnie konstruowanej i metodą wyboru odpowiedzi prawidłowych - gdyby młodzież była dostatecznie przygotowana, tj. gdyby faktyczne wyniki nauczania odpowiadały wymaganym wynikom, wyszczególnio-

nym w programie nauczania fizyki dla szkoły średniej. Wniosek ten opiera się oczywiście na przekonaniu, że treść zastosowanych testów jest zgodna z tymi wymaganiami.

Dla porównania stopnia trudności obu metod sprawdzania wiadomości sporządzono poniżej tzw. czterodzielczą tablicę liczebności uczniów, którzy otrzymali w każdej z dwu metod oceny pozytywne lub negatywne.

		Liczba uczniów, którzy z wypowiedzi pisemnej otrzymali oceny		Razem
		negatywne	pozytywne	
Liczba uczniów, którzy na podstawie wyboru odpowiedzi o- trzymali oceny	pozyt.	14	103	117
	negat.	19	14	33
Razem		33	117	150

Rzut oka na tę tablicę mógłby sugerować twierdzenie, że stopień trudności obu metod sprawdzania wiadomości jest dla ucznia jednakowy. Należałoby jednak poświęcić więcej uwagi rozbieżności pomiędzy ocenami otrzymanymi przez tych samych uczniów w obu metodach. Poniżej podano procentowe zestawienie tych rozbieżności: Procent uczniów, którzy uzyskali:

W obu metodach jednakowe oceny	54,7
W metodzie testowej wyższe oceny, niż w pisemnej	
a/ o 1 stopień	20,7
b/ o 2 stopnie	5,3
W metodzie pisemnej wyższe oceny, niż w testowej	
a/ o 1 stopień	17,3
b/ o 2 stopnie	2,0
<hr/>	
Razem:	100,0

Na podstawie powyższego zestawienia widać, że procent rozbieżności ocen nie jest mały /na co wskazywałaby już dość umiarkowana wartość współczynnika korelacji/. Ponadto wyższe oceny przy użyciu metody testowej otrzymano w sumie w 26 procentach, podczas gdy przy zastosowaniu metody pisemnej tylko w 19,3 procentach przypadków. Rozbieżność ta zdecydowała o różnicy między średnimi ocen uzyskanych w obu metodach -



średnia z ocen uzyskanych w pierwszej metodzie /pisemnej/ jest o 0,1 niższa od średniej z ocen testowych. Zastosowano więc badanie statystyczne istotności różnicy pomiędzy średnimi skorelowanymi. Na błąd standardowy różnicy pomiędzy średnimi otrzymano wartość około 0,07, co daje odchylenie różnicy w jednostkach standaryzowanych około 1,4. Takie odchylenie moglibyśmy otrzymać z prawdopodobieństwem ponad 16 % przy losowym pobieraniu próby, gdyby obie średnie w populacji były jednakowe. A zatem, zgodnie z przyjętymi w statystyce normami, różnica między średnimi, jaka wystąpiła w naszych badaniach nie jest zbyt istotna, niemniej jednak wydaje się, że nakazuje ona pewną ostrożność przy wyciąganiu wniosków.

Na koniec zwróćmy uwagę na pewną /minimalną zresztą/ liczbę uczniów, którzy otrzymali z obu zadań oceny różniące się o dwa stopnie. Z podanego rozrzutu ocen możemy odczytać, że czworo uczniów otrzymało z testów ocenę dobrą, a z wypowiedzi pisemnej ocenę niedostateczną, i również czworo otrzymało z testów ocenę bardzo dobrą, a z wypowiedzi pisemnej dostateczną. Odwrotnych przypadków zanotowano trzy /dwoje otrzymało z wypowiedzi pisemnej ocenę dobrą, a z testów niedostateczną, jeden uczeń z wypowiedzi pisemnej ocenę bardzo dobrą, a z testów dostateczną/. Na podstawie opinii nauczycieli o każdym z tych 11 uczniów stwierdzono, że lepsze oceny z metody testowej otrzymali przeważnie uczniowie wyróżniający się dużą inteligencją, jednak mniejszą pracowitością /tzw. "zdolni, ale leniwi"/, natomiast uczniom mniej zdolnym, ale pracowitym zdarzała się sytuacja odwrotna /odnosi się to również do pozostałych 26 przypadków, w których oceny z wypowiedzi pisemnych były o jeden stopień wyższe, niż oceny z testów/.

W roku 1970 przeprowadzono w Wyższej Szkole Pedagogicznej na kierunku: matematyka z fizyką i fizyka z chemią eksperymentalny egzamin wstępny. W ramach tego eksperymentu przeprowadzono /obok innych form egzaminowania/ również egzamin testowy z fizyki, dla około 100 kandydatów. Wszyscy kandydaci otrzymali jednakowe zestawy 30 pytań z całego kursu fizyki i w ciągu trzech godzin lekcyjnych winni byli udzielić odpowiedzi na te pytania drogą wyboru. Wśród odpowiedzi na każde pytanie znajdowała się tylko jedna poprawna, o czym kandydaci zostali poinformowani. Kandydat, który udzielił odpowiedzi poprawnych na 16 - 21 pytań, otrzymał ocenę dostateczną, dobrą ocenę otrzymywał kandydat, który udzielił odpowiedzi poprawnych na 22 - 26 pytań. A oto otrzymane wyniki:

ocenę dobrą uzyskało	1,0 %	kandydatów
ocenę dostat. "	6,5 %	"
ocenę niedost. "	92,5 %	"
Razem	100,0 %	

Znaczna część kandydatów odpowiadała poprawnie na 8 - 11 pytań.

Dla kandydatów na fizykę z chemią odbył się również tradycyjny egzamin pisemny z fizyki. Zgodność ocen uzyskanych z egzaminu pisemnego z ocenami uzyskanymi na podstawie testów nie była gorsza, niż w przeprowadzonym poprzednio eksperymencie w szkołach średnich.

### Wnio ski

1. Na podstawie otrzymanych wyników z przeprowadzonych badań wydaje się uzasadniony wniosek, że metoda sprawdzania wiadomości z fizyki przy pomocy testów z odpowiedziami do wyboru nadaje się do stosowania w szkole zamiennie z metodą odpowiedzi pisemnej /lecz nie wyłącznie - o czym niżej/. Wyniki otrzymane przy zastosowaniu tej metody są porównywalne /aczkolwiek nie identyczne!/ z wynikami uzyskanymi na podstawie metody samodzielnej odpowiedzi, konstruowanej przez ucznia. Metoda testowa ma poza tym ogólnie znane zalety: jest szybka, nie zabiera nauczycielowi wiele czasu podczas lekcji a także wymaga minimalnej ilości czasu na sprawdzenie, nadaje się doskonale do wysondowania stopnia zrozumienia przez uczniów przerobionej partii materiału.

2. Metoda testowa oczywiście nie może być jedyną metodą badania wyników nauczania, wykazuje ona bowiem tylko merytoryczną stronę posiadanej wiedzy, pomijając zupełnie drugi, niemniej ważny aspekt kształcenia, mianowicie umiejętność wypowiedziania się uczniów, samodzielnego formułowania odpowiedzi w sposób jasny i ścisły. W tym właśnie tkwi wyższość wszystkich metod, zarówno pisemnych, jak i samodzielnych ustnych, w których uczniowie muszą sami formułować odpowiedzi na postawione pytanie.

3. Znaczna rozbieżność pomiędzy ocenami uzyskanymi przy badaniu wiadomości uczniów obydwoma metodami w porównaniu z ocenami, posiadanymi przez nich w dziennikach lekcyjnych świadczyłaby o tym, że zarówno metoda oceny wyników polegająca na samodzielnej odpowiedzi pisemnej, jak i metoda polegająca na zastosowaniu testów jest ostrzejsza w porównaniu z metodą oceniania na podstawie na ogół niesamodzielnej ustnej odpowiedzi ucznia przy tablicy /niesamodzielnej ze względu na powszechnie stosowane naprowadzanie ze strony nauczyciela, doraźne korygowanie odpowiedzi itd./. Z tego punktu widzenia obie porównywane metody są bardziej bezwzględne, niż metoda oceniania zasadniczo stosowana w szkołach.

4. Wniosek wypowiedziany w punkcie 3 dotyczyć będzie również możliwości użycia testów przy egzaminie wstępnym na wyższe uczelnie. Egzaminy wstępne z fizyki są to w większości uczelni egzaminy ustne, i polegające na krótkiej, kilku lub kilkunastominutowej rozmowie kandydata z egzaminatorem. Próżno usiłowałibyśmy określić w jakim procencie bierze w tej

rozmowie udział kandydat, a w jakim egzaminator /gdybyśmy to potrafili ocenić, mielibyśmy podstawę do postawienia oceny obiektywnej/,nie ulega jednak wątpliwości, że napewno nie jest to odpowiedź w pełni samodzielna, a więc swoim charakterem jest bardzo zbliżona do odpowiedzi ucznia przy tablicy.

W takiej sytuacji zastosowanie pytań testowych przy egzaminach wstępnych wydaje się celowe tylko wtedy, jeśli egzamin jest konkursowy, gdy liczba kandydatów znacznie przewyższa liczbę miejsc, a kandydaci reprezentują dość wysoki poziom przygotowania i należałoby w sposób możliwie obiektywny wybrać najlepszych spośród dobrych.

Można by dyskutować na temat zmiany tabeli ocen odpowiedzi testowych, tzn. dostosowania norm egzaminacyjnych do przeciętnego stanu wiedzy młodzieży opuszczającej szkołę średnią. Bez wątplenia oznaczałoby to jednak zgodę na obniżenie wymagań, zwiększyłyby się również prawdopodobieństwo przypadkowości ocen, co nie tylko nie leżałoby w interesie uczelni, ale także mogłoby mieć ujemne skutki z wychowawczego punktu widzenia.

#### COMPARISON OF THE METHOD OF CHECKING KNOWLEDGE OF PHYSICS BY MEANS OF CHOSEN TEST WITH THE METHOD BASED ON AN INDIVIDUAL WRITTEN ANSWER

The results of checking knowledge of physics in a secondary school have been worked up with the use of the two methods mentioned above. The result received in both methods proved comparable, though the method based on an individual written answer proved a little better.

#### Сравнение метода проверки знания физики с помощью теста /критерия/ выбора с методом, который опирается на самостоятельный письменный ответ

Результаты проверки знания физики в средней школе были статистически разработаны с помощью вышеуказанных методов. Полученные результаты сравнительно одинаковые. Результат, полученный на основании второго метода, оказался немножко лучше.





