MIECZYSŁAW FRANASZEK

Analiza harmonicznych napięcia wyjściowego cyklokonwertora nie sterowanego fazowo

WSTĘP

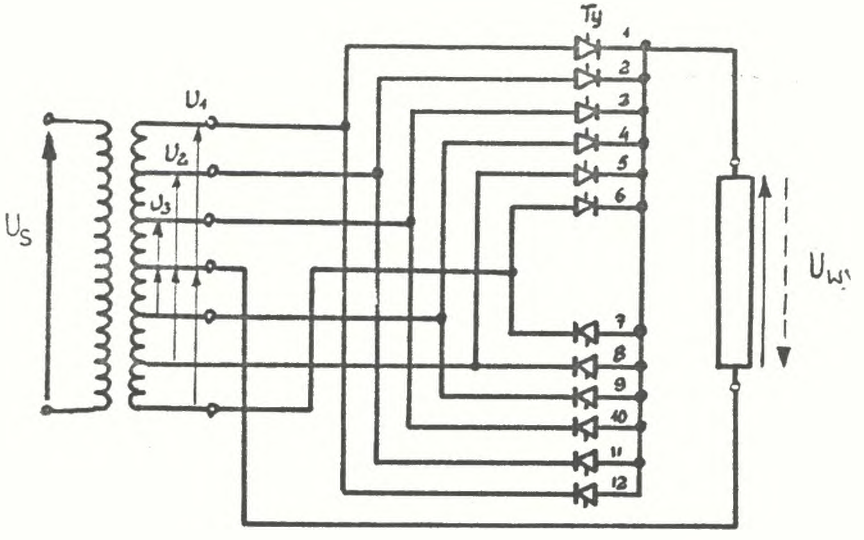
Cyklokonwertory należą do grupy przetworników statycznych, które przetwarzają energię prądu przemiennego o stałej częstotliwości na regulowaną w zakresie poniżej znamionowej.

Tematem własnego opracowania jest cyklokonwertor o nie regulowanym kącie wyzwalania tyrystorów względnie symistorów i paru poziomach napięć zasilających. Komutacja napięciowa podyktowana jest przemiennością napięcia zasilającego. Dzięki zastosowaniu kilku poziomów napięć zasilających otrzymuje się stosunkowo korzystny przebieg napięcia wyjściowego o dużej wartości harmonicznej podstawowej i małych wartościach wyższych harmonicznych.

Analizie poddany został układ jednofazowy cyklokonwertora, otrzymane rozwiązania i wnioski mogą być wykorzystane również dla układów trójfazowych.

1. STRUKTURA CYKLOKONWERTORÓW O NIE REGULOWANYM KĄCIE WYZWALANIA

Idea działania tego typu cyklokonwertora wyjaśniona zostanie na układzie o trzech poziomach napięć zasilających (rys.1).



Rys.1. Schemat cyklokonwertora jednofazowego tyrystorowego o trzech poziomach napięć

Przez zastosowanie odpowiedniego programu impulsów (rys.2c otrzymuje się przebieg napięcia wyjściowego $U_{wy} = f(t)$ dla żądanej częstotliwości f_c, co przedstawiono na rys.2b. Przebieg ten składa się z połówek o różnych napięciach maksymalnych, tj. U_{1m}, U_{2m} i U_{3m}.

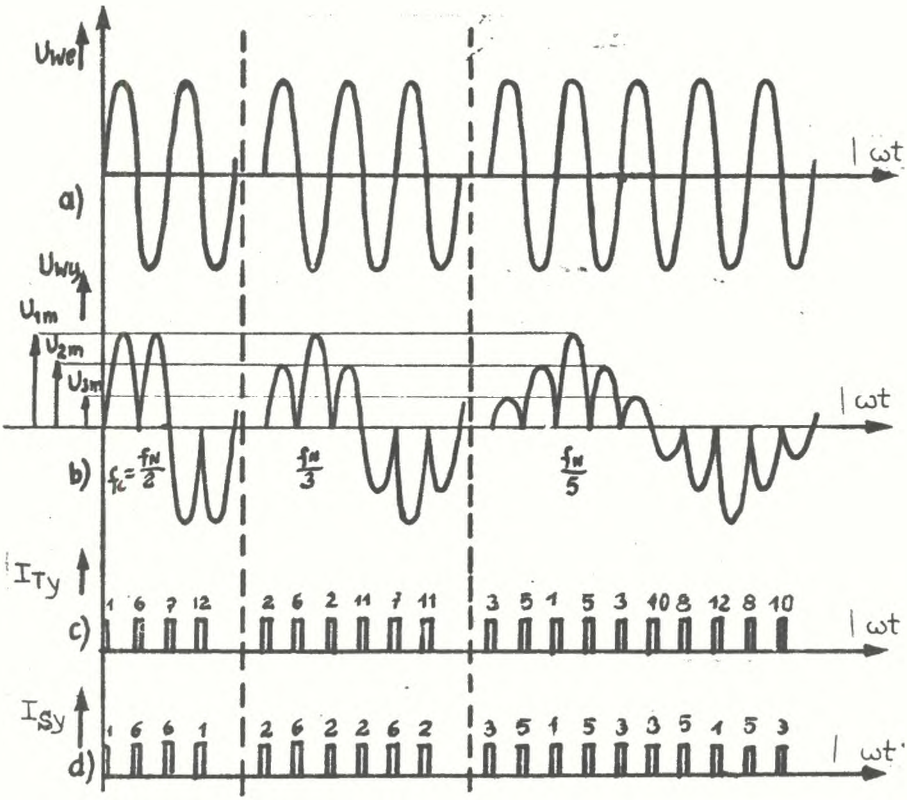
Częstotliwość regulowana f_c przebiegu wyjściowego cyklokonwertora określona jest wzorem

$$f_c = \frac{f_N}{p} \tag{1.1}$$

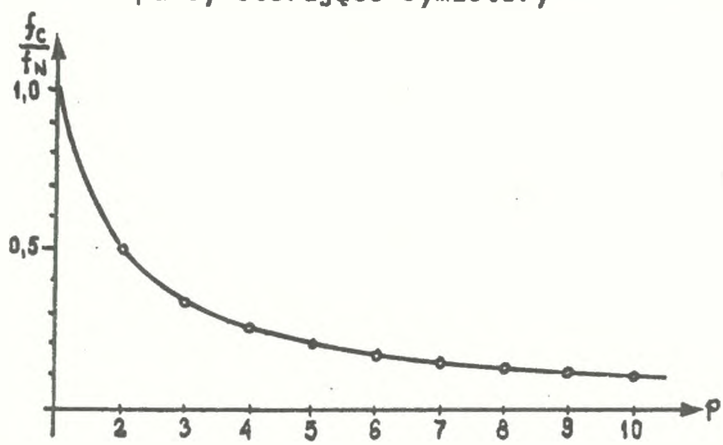
gdzie: f_N - wartość znamionowa częstotliwości napięcia zasilającego (napięcie sieci U_s),

p - liczba półokresów (liczba pulsów) napięcia sieci, mieszcząca się w półokresie napięcia regulowanego (napięcie wyjściowe U_{wy}).

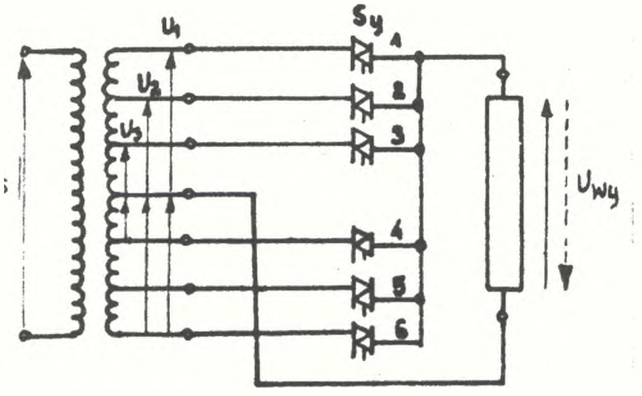
Częstotliwość f_N ma wartość stałą, zaś p przyjmuje wartości p = 1, 2, 3, ..., stąd zależność $f_c = g(p)$ ma przebieg hiperboliczny i regulacja jest skokowa (rys.3).



Rys.2. Przebiegi czasowe cyklokonwertora jednofazowego, a) napięcie zasilające wejściowe U_{we}, b) napięcie wyjściowe U_{wy}, c) I_{Ty} - impulsy sterujące tyrystory, d) I_{Sy} - impulsy sterujące symistory

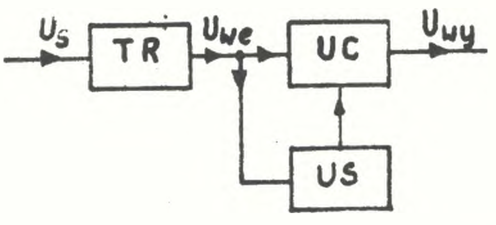


Rys.3. Zależność względnej częstotliwości regulowanej f_c/f_N w funkcji liczby pulsów p



Rys.4. Schemat cyklokonwertora jednofazowego symistorowego o trzech poziomach napięć

W przypadku zastosowania symistorów (rys.4) układ jest prostszy i wymaga o połowę mniej elementów półprzewodnikowych, sterowanych. Dzięki temu i układ sterowania znacznie się upraszcza. Z programu impulsów bramkowych (rys.2d) wynika, że liczba kombinacji jest dwukrotnie mniejsza niż w przypadku układu tyrystorowego.



Rys.5. Schemat blokowy cyklokonwertora
TR – transformator zasilający, UC – układ tyrystorowy (symistorowy), US – układ sterujący

Należy zauważyć, że warunki komutacji napięciowej są bardzo korzystne, gdyż komutacja występuje przy $\left.\frac{du}{dt}\right|_{max}$.

Schemat blokowy cyklokonwertora przedstawiony został na rys.5.

2. ANALIZA ZAWARTOŚCI HARMONICZNYCH W NAPIĘCIU WYJŚCIOWYM CYKLOKONWERTORA

Napięcie wyjściowe $U_{wy} = U_c$ cyklokonwertora składa się, jak już powiedziano, z wybranych półokresów napięcia wejściowego U_{we} (rys.2) i stanowi funkcję okresowo zmienną

Jeżeli funkcja okresowo zmienna spełnia tzw. warunki Dirichleta [1], co ma miejsce w przypadku $u_{wy} = f(t)$, to można tę funkcję przedstawić za pomocą szeregu trygonometrycznego Fouriera w postaci sumy złożonej z wartości stałej i szeregu funkcji sinusoidalnych o częstotliwościach kf lub pulsacjach $k\omega$ $(k = 1, 2, 3, \ldots, \infty;\ \omega = 2\pi f)$.
Zgodnie z powyższym

$$f(t) = C_o \sin\psi_o + C_1 \sin(\omega t + \psi_1) + C_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots + C_n \sin(n\omega t + \psi_n) \qquad (2.1)$$

lub

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \sin(k\omega t + \psi_k) \qquad (2.2)$$

Po prostych przekształceniach (2.1) otrzymuje się

$$f(x) = \frac{A_o}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos kx + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin kx \qquad (2.3)$$

gdzie $x = \omega t$

$$A_o = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x)dx \qquad (2.4)$$

$$A_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2} f(x) \cos kx \, dx \qquad (2.5)$$

$$B_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx \, dx \qquad (2.6)$$

Zależności (2.1) do (2.6) dotyczą dowolnej funkcji okresowo zmiennej, spełniającej warunki Dirichleta. W zależności od typu funkcji i przyjętego początku osi współrzędnych układu w wielu przypadkach zerują się niektóre składniki szeregu Fouriera.

Funkcja napięciowa $u_{wy} = f(t)$ na wyjściu rozpatrywanego cyklokonwertora charakteryzuje się tym, że

$$A_o = 0, \quad A_k = 0, \quad B_{2k} = 0$$

czyli

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} B_{2k+1}\sin(2k+1)x \tag{2.7}$$

$$f(x) = B_1\sin x + B_3\sin 3x + B_5\sin 5x + \ldots \tag{2.8}$$

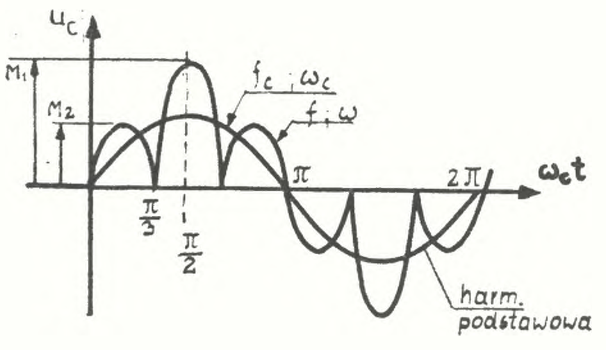
przy czym

$$B_{2k+1} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin(2k+1)x\, dx \tag{2.9}$$

Ten typ funkcji jest symetryczny względem początku układu osi współrzędnych i dla obliczenia B_{2k+1} wystarczy posłużyć się zależnością

$$B_{2k+1} = \frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/2} f(x)\sin(2k+1)x\, dx \tag{2.10}$$

W dotychczasowych zależnościach zastosowano ogólnie przyjęte oznaczenia. Z uwagi na to, że funkcja $f(x)$ jest sinusoidalnie zmienna, wprowadzono dodatkowe wielkości. Weźmy pod uwagę układ cyklokonwertora o liczbie pulsów p=3 i dwóch poziomach napięć o wartościach modułowych $U_{1m} = M_1$ i $U_{2m} = M_2$ (rys.6). Częstotliwość napięcia zasilającego ma wartość stałą, niezależną od p i jest oznaczona przez f,



Rys.6. Przebieg napięcia wyjściowego cyklokonwertora u_c, p = 3, $f_c = f_N/3$

której odpowiada pulsacja $\omega = 2\pi f$. Częstotliwość przebiegu wyjściowego oznaczona zostanie przez f_c, a pulsacja tego przebiegu $\omega_c = 2\pi f_c$. Wielkości f_c i ω_c mają stałe wartości tylko dla danego przebiegu, tzn. dla stałej liczby pulsów p = konst.

W dalszych rozważaniach należy uwzględnić zachodzące związki

$$\begin{aligned} f &= pf_c \\ \omega &= p\omega_c \\ x &= px_c = p\omega_c t \end{aligned} \tag{2.11}$$

Oznaczmy dla zwięzłości zapisu $2k + 1 = b$ (2.12)

$k = 0, 1, 2, 3, \ldots$. Zależność (2.10) przyjmie postać

$$B_b = \frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/2} f(x_c)\sin bx_c dx_c \tag{2.13}$$

Dla przebiegu jak na rys.6, amplituda pierwszej harmonicznej (b=1) przyjmie postać

$$B_1 = \frac{4}{\pi}\left[\int_0^{\pi/3} M_2\sin px_c\sin bx_c dx_c + \int_{\pi/3}^{\pi/2} M_1\sin px_c\sin bx_c dx_c\right] \tag{2.14}$$

lub

$$B_1 = \frac{4\omega_c}{\pi}\left[\int_0^{T/6} M_2\sin 3\omega_c t\sin\omega_c t\ dt + \int_{T/6}^{T/4} M_1\sin 3\omega_c t\sin\omega_c t\ dt\right] \tag{2.15}$$

Dla trzeciej harmonicznej (b=3) amplituda

$$B_3 = \frac{4\omega_c}{\pi}\left[\int_0^{T/6} M_2\sin 3\omega_c t\sin 3\omega_c t\ dt + \int_{T/6}^{T/4} M_1\sin 3\omega_c t\sin 3\omega_c t\ dt\right] \tag{2.16}$$

Do obliczenia amplitud B_1, B_3, B_5 i dalszych potrzebna jest znajomość całki

$$J = \int \sin p\,\omega_c t \sin b\,\omega_c t\ dt$$

dla przypadku $p \neq b$

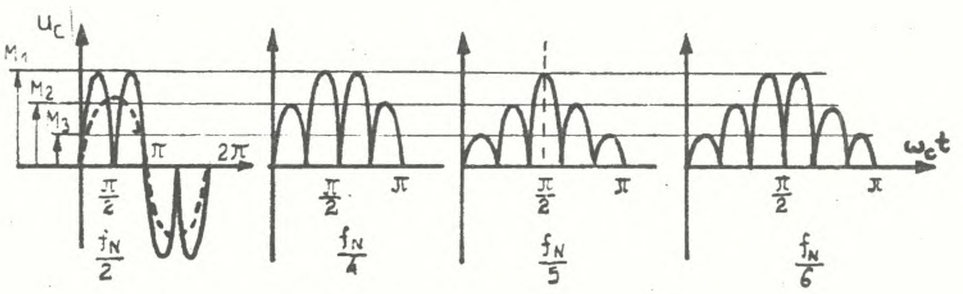
$$J = \frac{1}{(b^2-p^2)\omega_c}\left[p\cos p\omega_c t \sin b\omega_c t - b\sin p\omega_c t \cos b\omega_c t\right] + C \quad (2.17)$$

dla $p = b$

$$J = \int \sin^2 b\omega_c t\ dt = \frac{1}{2}t - \frac{1}{4b\omega_c}\sin 2b\omega_c t + C \quad (2.18)$$

Przechodząc do obliczenia amplitud B_1, B_3, itd. należy skorzystać z zależności o strukturze (2.15) oraz odpowiednio z (2.17) lub (2.18).

2.1. Napięcie wyjściowe dla częstotliwości $\frac{f_N}{2}$ (rys.7)



Rys.7. Przebiegi napięć cyklokonwertora dla p = 2, p = 4, p = 5, p = 6

Dane wyjściowe: $p = 2$, $M_1 = M_2$, $f_c = f_N/2$, $b = var$

$$B_1 = \frac{4}{3\pi} M_1 \left[-2\cos 2\omega_c t \sin \omega_c t + \sin 2\omega_c t \cos \omega_c t\right]_0^{\frac{T}{4}}$$

$$B_1 = \frac{8}{3\pi} M_1$$

$$B_3 = \frac{4}{\pi}\frac{M_1}{(3^2-2^2)}\left[2\cos 2\omega_c t \sin 3\omega_c t - 3\sin 2\omega_c t \cos 3\omega_c t\right]_0^{\frac{T}{4}}$$

$$B_3 = \frac{8}{5\pi} M_1$$

$$B_5 = \frac{4}{21\pi} M_1 \left[2 \cos 2\omega_c t \sin 5\omega_c t - 5 \sin 2\omega_c t \cos 5\omega_c t\right]_0^{\frac{T}{4}}$$

$$B_5 = -\frac{8}{21\pi} M_1$$

$$B_7 = \frac{4}{45\pi} M_1 \left[2 \cos 2\omega_c t \sin 7\omega_c t - 7 \sin 2\omega_c t \cos 7\omega_c t\right]_0^{\frac{T}{4}}$$

$$B_7 = \frac{8}{45\pi} M_1$$

$$\begin{aligned} B_1 &= M_1 0{,}85 \\ B_3 &= M_1 0{,}51 \\ B_5 &= -M_1 0{,}12 \\ B_7 &= M_1 0{,}06 \end{aligned} \qquad (2.19)$$

2.2. Napiecie wyjściowe dla $\frac{f_N}{3}$; p = 3

$$B_1 = \frac{4}{\pi} \frac{1}{(b^2-p^2)}\left[M_2(3 \cos 3\omega_c t \sin \omega_c t + \sin 3\omega_c t \cos \omega_c t)\Big|_0^{\frac{T}{6}} + \right.$$

$$\left. - M_1(3 \cos \omega_c t \sin \omega_c t + \sin 3\omega_c t \cos \omega_c t)\Big|_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{4}}\right]$$

$$B_1 = M_1 0{,}41 + M_2 0{,}41 \qquad (2.20a)$$

$$B_3 = \frac{4\omega_c}{\pi}\left[M_2\left(\frac{1}{2} t - \frac{\sin 2b\omega_c t}{4b\omega_c}\right)\Big|_0^{\frac{T}{6}} - M_1\left(\frac{1}{2} t - \frac{\sin 2b\omega_c t}{4b\omega_c}\right)\Big|_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{4}}\right]$$

$$B_3 = -M_1 0{,}33 + M_2 0{,}66 \qquad (2.20b)$$

$$B_5 = \frac{4}{\pi}\left[M_2\left(\frac{3}{16} \cos 3\omega_c t \sin 5\omega_c t - \frac{5}{16} \sin 3\omega_c t \cos 5\omega_c t\right)\Big|_0^{\frac{T}{6}} + \right.$$

$$\left. - M_1\left(\frac{3}{16} \cos 3\omega_c t \sin 5\omega_c t - \frac{5}{16} \sin 3\omega_c t \cos 5\omega_c t\right)\Big|_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{4}}\right]$$

$$B_5 = M_1 0{,}2 + M_2 0{,}2 \qquad (2.20c)$$

$$B_7 = \frac{4}{\pi}\left[M_2\left(\frac{3}{40} \cos 3\omega_c t \sin 7\omega_c t - \frac{7}{40} \sin 3\omega_c t \cos 7\omega_c t\right)\Big|_0^{\frac{T}{6}} + \right.$$

$$- M_1\left(\frac{3}{40}\cos 3\omega_c t \sin 7\omega_c t - \frac{7}{40}\sin 3\omega_c t \cos 7\omega_c t\right)\Big|_{\frac{T}{6}}^{\frac{T}{4}}\Bigg]$$

$$B_7 = -(M_1 0{,}082 + M_2 0{,}082) \tag{2.20d}$$

2.3. Napięcie wyjściowe dla $\frac{f_N}{4}$, $p = 4$

Przebieg $u_c = f(t)$ przedstawiono na rys.7. Ogólny wzór dla tej częstotliwości ma postać

$$B_b = \frac{4\omega_c}{\pi}\left[M_2\int_0^{\pi/4} \sin p\omega_c t \sin b\omega_c t \, dt + - M_1\int_{\pi/4}^{\pi/2} \sin p\omega_c t \sin b\omega_c t \, dt\right] \tag{2.21}$$

Rozwiązanie tych całek w postaci ogólnej określone jest zależnością (2.17) i dotyczy harmonicznej $b \neq p$. Otrzymano następujące wyrażenia

$$\begin{aligned} B_1 &= M_1 0{,}58 + M_2 0{,}24 \\ B_3 &= -M_1 0{,}22 + M_2 0{,}51 \\ B_5 &= -M_1 0{,}16 + M_2 0{,}4 \end{aligned} \tag{2.22}$$

2.4. Napięcia wyjściowe dla $\frac{f_N}{5}$, $p = 5$ (rys.7)

Struktura zależności $B_b = f(t)$ jest podobna do (2.21) z tym, że wystąpią 3 wyrażenia całkowe o granicach całkowania jak na rysunku. Równania końcowe:

$$\begin{aligned} B_1 &= M_1 0{,}25 + M_2 0{,}4 + M_3 0{,}15 \\ B_3 &= -M_1 0{,}23 + M_2 0{,}14 + M_3 0{,}37 \\ B_5 &= M_1 0{,}2 - M_2 0{,}4 + M_3 0{,}4 \end{aligned} \tag{2.23}$$

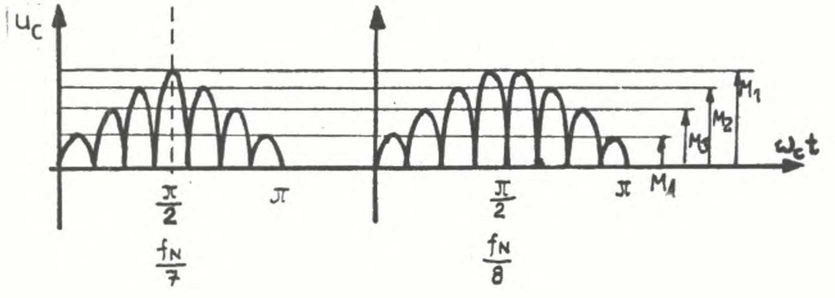
2.5. Napięcia wyjściowe dla $\frac{f_N}{6}$, (rys.7)

$$\begin{aligned} B_1 &= M_1 0{,}41 + M_2 0{,}29 + M_3 0{,}1 \\ B_3 &= -M_1 0{,}28 + M_2 0{,}28 + M_3 0{,}28 \end{aligned} \tag{2.24}$$

$$B_5 = M_1 0{,}06 - M_2 0{,}25 + M_3 0{,}35$$

2.6. Napięcia wyjściowe dla $\frac{f_N}{7}$, (rys.8)

$$B_1 = M_1 0{,}18 + M_2 0{,}33 + M_3 0{,}22 + M_4 0{,}08$$
$$B_3 = - M_1 0{,}17 - M_2 0{,}07 + M_3 0{,}31 + M_4 0{,}22 \quad (2.25)$$
$$B_5 = M_1 0{,}16 - M_2 0{,}2 - M_3 0{,}07 + M_4 0{,}29$$



Rys.8. Przebiegi dla $p = 7$, $p = 8$

2.7. Napiecie wyjściowe dla $\frac{f_N}{8}$, (rys.8)

$$B_1 = M_1 0{,}31 + M_2 0{,}265 + M_3 0{,}175 + M_4 0{,}06$$
$$B_3 = - M_1 0{,}255 + M_2 0{,}06 + M_3 0{,}3 + M_4 0{,}17 \quad (2.26)$$
$$B_5 = M_1 0{,}16 - M_2 0{,}28 + M_3 0{,}05 + M_4 0{,}24$$

2.8. Dobór optymalnych parametrów

Należy zauważyć, że dla optymalnego przebiegu napięcia wyjściowego, tj. zawierającego harmoniczną podstawową o możliwie dużej amplitudzie, przy znacznie mniejszych amplitudach wyższych harmonicznych liczba poziomów napięć m jest zależna od liczby pulsów p, przy czym dla wyższych wartości p różnice między górnymi poziomami napięć mogą być znikome. Zależność m od p podano w tab. 2.1.

Tab. 2.1.

p	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m	1	2	2	3	3	4	4	5	5

W celu wyznaczenia optymalnych wartości parametrów m należy posłużyć się równaniami (2.19), (2.20), (2.22) do (2.26). Następnie, stosując metodę kolejnych przybliżeń, można określić parametry m dla kolejnych harmonicznych, a mianowicie:

a) w (2.20) i (2.22) kolejno wstawiamy $M_1 = 1 =$ konst $M_2 = 0,1, 0,2, 0,3, \ldots 1,0$. Z tej analizy wynika, że optymalnymi poziomami dla $f_N/3$ i $f_N/4$ są $M_1 = 1$ i $M_2 = 0,5$ co podano w tab. 2.2. Widać, że dla $f_N/3$ $B_1 = 0,614$, $B_3 = 0$, niekorzystna jest $B_5 = 0,30$. Przy $f_N/4$ $B_1 = 0,7$ natomiast $B_3 = 0,035$ a $B_5 = 0,04$.

b) Dla przebiegu o $f_N/5$ zakładamy w zależności (2.23) $M_1 = 1$, $M_2 = 0,5$ do 1,0 zmienia się co 0,05, zaś M_3 zmienia się co 0,05, od 0,1 do 1,0.

c) Dla częstotliwości wyjściowej $f_N/6$ zakładamy w równaniach (2.24) $M_1 = 1$; M_2 zmienia się od 0,5 do 1,0 co 0,05; M_3 zmienia się od 0,1 do 1,0 co 0,05.

d) Dla częstotliwości $f_c = f_N/7$ podstawiamy do zespołu równań (2.25) $M_1 = 1$; M_2 zmienia się od 0,5 do 1,0 co 0,05, tak samo zmienia się M_3. Za M_4 należy podstawiać od 0,1 do 1,0 co 0,05.

e) Częstotliwość $f_c = f_N/8$ podstawiamy w zespole równań (2.26). Tok postępowania jest taki sam jak w punkcie d).

Wyniki powyższych dociekań ujęto w tab. 2.2.

Tabela 2.2

Zestawienie optymalnych parametrów M i odpowiadających im harmonicznych

$f_c = f_N/p$	$f_N/2$	$f_N/3$	$f_N/4$	$f_N/5$	$f_N/6$	$f_N/7$	$f_N/8$
M_1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
M_2	-	0,5	0,5	0,9	0,75	1,0	1,0
M_3	-	-	-	0,45	0,35	0,6	0,75
M_4	-	-	-	-	-	0,3	0,35
B_1	0,85	0,614	0,7	0,68	0,67	0,66	0,73
B_3	0,51	0,0	0,035	0,06	0,04	0,012	0,03
B_5	-0,12	0,30	0,04	0,02	0,01	0,005	0,001
B_7	0,06	-0,12	-	-	-	-	-

Wartości dla B_7 w przebiegach o częstotliwości $f_N/4$ i niższych pominięto jako mało znaczące.

Obliczanie kolejnych harmonicznych zawartych w napięciach wyjściowych cyklokonwertora o niższych wartościach częstotliwości odbywa się podobnie, jak przedstawiono wcześniej.

3. WNIOSKI I UWAGI

Z przeprowadzonej analizy wynikają pewne wnioski, dotyczące samych układów oraz nasuwają się uwagi odnośnie samej metody.

1. Otrzymane równania (2.19) do (2.26) można wykorzystać do wyznaczenia poziomów napięć M, które ograniczą wartość określonej częstotliwości.

2. Charakterystycznym jest fakt, że ze wzrostem liczby pulsów p szybko maleją wyższe harmoniczne w napięciu wyjściowym (por. tab. 2.2).

3. Układy charakteryzują się prostą budową, mniej skomplikowane są również układy sterujące. Komutacja napięciowa występuje przy kącie wysterowania $\alpha = 0$ $(u_l = u_{l+1} = 0)$.

4. Cyklokonwertory opisane w tekście nadają się do zasilania odbiorników jednofazowych, zaś układy skojarzone znajdują zastosowanie do zasilania odbiorników trójfazowych.

5. Pewną niedogodnością konstrukcyjną, zwłaszcza przy dużych mocach jest fakt, że przy malejących częstotliwościach wzrasta liczba zaczepów transformatora.

6. Przedstawiona metoda optymalizacji poziomów napięć zasilających jest prosta, aczkolwiek staje się czasochłonna dla $p > 4$. Dokładniejsze i szybsze są metody numeryczne.

LITERATURA

[1] Kurdziel R., Podstawy elektrotechniki. WNT, Warszawa 1973.

[2] Findlik J., Cyklokonwertor jednofazowy w wersji poszerzonej. Praca magisterska pod kierunkiem M.Franaszka, WSP, Kraków 1984.

Mieczysław Franaszek

ANALYSE DER OBERWELLEN IN DER AUSGANGSSPANNUNG DES PHASENUNGESTEUERTEN ZYKLOKONVERTERS

Der Gegenstand dieses Artikels ist der einphasige Zyklokonverter, der auf Basis der Thyristoren oder Symistoren erbaut wird. Der Zyklokonverter ist phasenungesteuert, dh. der Steuerwinkel $\alpha = 0$ und Stromkomutierung ist sehr günstig. Die Spannungsspeisung ist stufenweise und darum die Ausgangsspannung mit Frequenzregelung kennzeichnet sich mit großem Wert der Hauptwelle, dagegen Oberwellen haben niedrige Werte.

Zyklokonverterische Systeme haben sehr eine einfache Struktur und ihr Steuerschema ist auch weniger kompliziert, als bei klassischen ($\alpha \neq 0$) Zyklokonvertern.

Analyse der Ausgangsspannungkurven, die der Bedingungen Dirichlets erfüllen, stützt sich auf der trigonometrischen Reihe Fouriers.

Im Artikel sind mathematische Gleichungen zur Berechnung der Oberwellenwerte ausgeführt.