

Cz. Kajtech¹, H. Czternastek¹, M. Sowińska², W. Smiga¹

Projektowanie pomocy dydaktycznej i analiza metody pomiarowej w ćwiczeniach laboratoryjnych na przykładzie wahadła rewersyjnego

WSTĘP

Ważnym elementem w przygotowaniu pomocy dydaktycznej jest znajomość podstaw teoretycznych wykorzystywanych w ćwiczeniach. Istnieją sytuacje, w których mimo najstaranniejszego wykonania przyrządu nie udaje się uzyskać zamierzonych efektów. Może to prowadzić uczniów lub studentów do zniechęcenia w pracy doświadczalnej i stawiać znaki zapytania przy tematyce, którą miało utrwalić dane ćwiczenie.

Innym nie mniej ważnym elementem jest odpowiednie zaplanowanie toku postępowania i zakresów pomiarowych, prowadzące do uzyskiwania jak najdokładniejszych (optymalnych) wyników [1].

Pomocną rolę w przygotowaniu i analizie pracy doświadczalnej odgrywają dziś w całym świecie komputery. Celem tej pracy jest zasygnalizowanie niektórych elementów przygotowa-

¹ Instytut Fizyki WSP, ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków.
² Zespół Szkół Hotelarskich, Zakopane.

nia pracy laboratoryjnej z wykorzystaniem mikrokomputera na przykładzie wahadła rewersyjnego stosowanego do wyznaczania przyspieszenia ziemskiego. Może to być użyteczne przy projektowaniu i wykonywaniu innych pomocy i stanowisk doświadczalnych w laboratorium fizycznym.

WAHADŁO REWERSYJNE

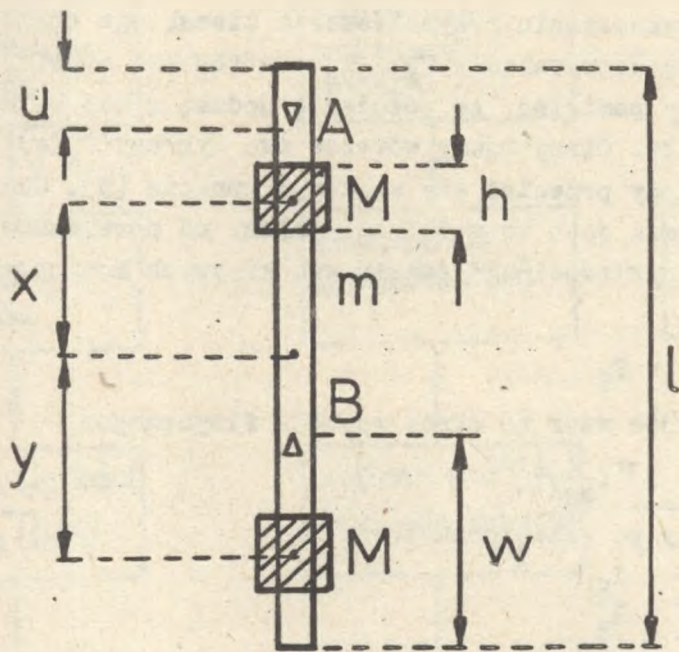
Wahadło rewersyjne (Katedra) i jego wykorzystanie do wyznaczenia przyspieszenia ziemskiego zostało szczegółowo omówione w podręczniku [3] i w pracy [5], w której przedstawiono zagadnienie w sposób zbyt uproszczony, nie uwzględniający własności tego wahadła wynikających z jego parametrów (masy, położenia osi obrotu).

Przyjmując oznaczenia jak na rys. 1 możemy obliczyć momenty bezwładności układu dla osi obrotu A (I_A) i B (I_B) oraz odpowiadające im odległości środka masy do osi obrotu d_A i d_B (liczonych względem punktów A i B).

Dla uproszczenia przyjmiemy, że pręt o masie m ma promień o wartości znacznie mniejszej od wartości jego długości, a masy M potraktujemy jako punkty materialne, co nie wpłynie w sposób istotny na uzyskanie wnioski ogólne.

Po obliczeniach otrzymujemy:

1. $I_A = ax^2 + bx + c,$
2. $I_B = ax^2 + gx + e,$
3. $d_A = -ix + j,$
4. $d_B = ix + l,$



Rys. 1. Wahadło rewersyjne

gdzie:

$$\begin{aligned}
 a &= M & b &= M(2u - 1) \\
 g &= M(1 - 2w) & i &= \frac{M}{m + 2M} \\
 c &= m\left(\frac{1}{3}l^2 - lu + u^2\right) + M\left(\frac{1}{2}l^2 - 2lu + y^2 + 2u^2 + ly - 2uy\right) \\
 e &= m\left(\frac{1}{3}l^2 + w^2 - lw\right) + M\left(\frac{1}{2}l^2 + y^2 + 2w^2 + 2yw - ly - 2lw\right) \\
 j &= \frac{m\left(\frac{1}{2}l - u\right) + M(1 - 2u + y)}{m + 2M} \\
 l &= \frac{m\left(\frac{1}{2}l - w\right) + M(1 - 2w - y)}{m + 2M}
 \end{aligned}$$

Przy wyznaczaniu przyspieszenia ziemskiego obliczamy wartości okresów wahadła T_A i T_B dla obu osi obrotu, przy czym należy pamiętać, że położenie jednej z mas M , np. y , musi być stałe. Otrzymujemy wówczas dwa wykresy $T_A(x)$ i $T_B(x)$, które powinny przeciąć się w jednym punkcie [5]. Okazuje się, że nie zawsze jest to możliwe i zależy od parametrów wahadła. Dla uzyskania wspólnego punktu ww. krzywych konieczne jest aby:

$$5. \quad T_A = T_B$$

Wykorzystując wzór na okres wahadła fizycznego:

$$6. \quad T = 2\pi \left(\frac{I}{mgd} \right)^{1/2}$$

otrzymujemy po wstawieniu do 5:

$$7. \quad \frac{I_A}{d_A} = \frac{I_B}{d_B}$$

co po uwzględnieniu wzorów 1-4 prowadzi do równania trzeciego stopnia:

$$8. \quad f(x) = px^3 + qx^2 + rx + w = 0$$

gdzie:

$$p = 2ia$$

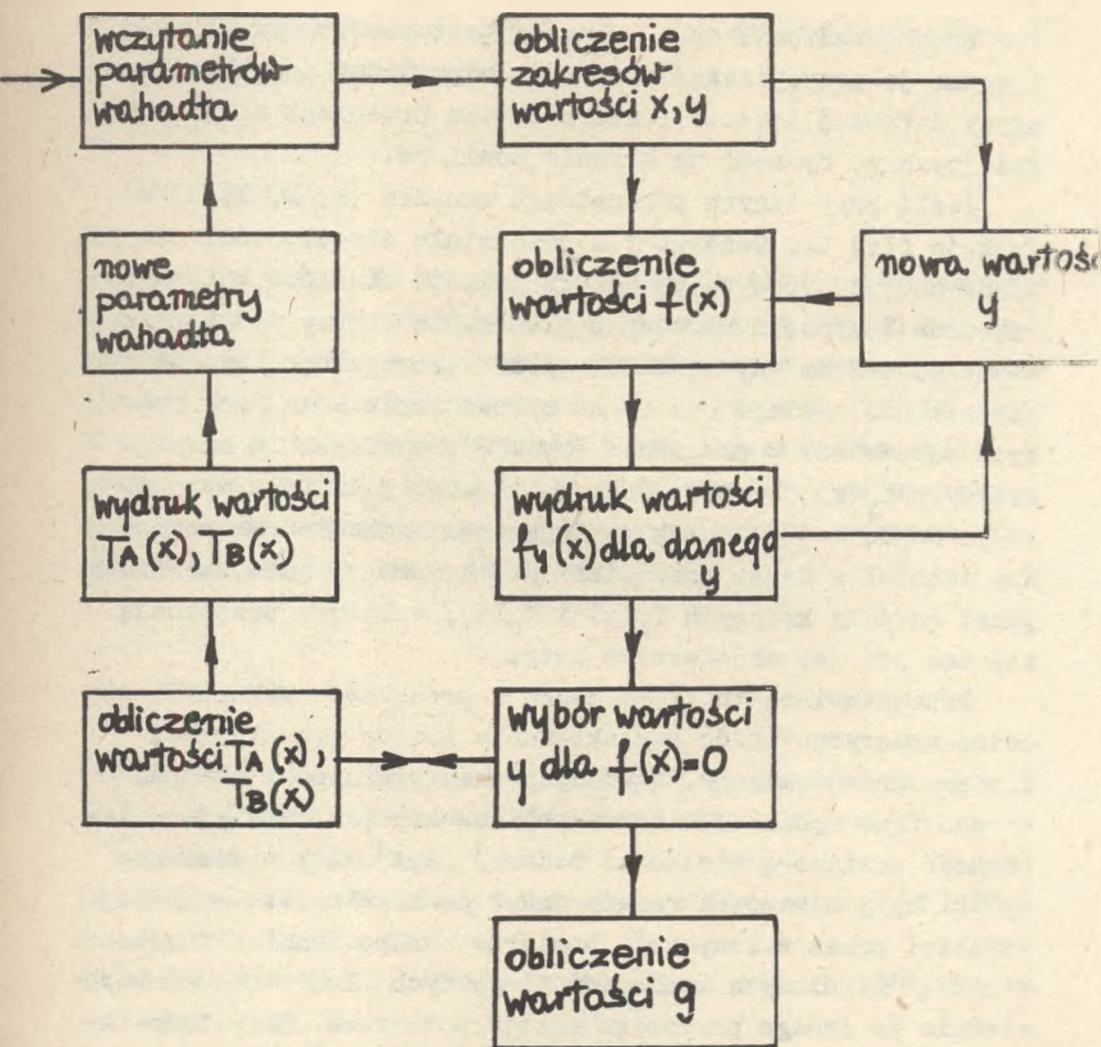
$$q = ib + la + ig - ja$$

$$r = ic + lb + ie - jg$$

$$w = cl - je$$

Miejsca zerowe funkcji $f(x)$ wyznaczają przy ustalonym y wartość x odpowiadającą warunkowi 5. Wzór 8 podaje kryterium użyteczności wahadła rewersyjnego do wyznaczania przyspieszenia ziemskiego.

Jeśli dla danego parametru y funkcja $f(x)$ dla x należącego do przedziału $\left(-\left(\frac{1}{2}l-w-\frac{1}{2}h\right), \left(\frac{1}{2}l-u-\frac{1}{2}h\right) \right)$ nie posiada miejsc zerowych, to niemożliwe jest wówczas wyznaczenie



Rys. 2. Schemat postępowania przy projektowaniu pomocy dydaktycznej i planowaniu pomiarów w ćwiczeniu laboratoryjnym na przykładzie wahadła rewersyjnego

przyspieszenia ziemskiego. W celu znalezienia wartości y , przy której $f(x)$ będzie posiadała przynajmniej jedno miejsce zerowe w powyższym przedziale, należy w równaniu 8 zmieniać wartości y w przedziale $(\frac{1}{2}(1-w+\frac{1}{2}h), \frac{1}{2})$.

Przeprowadzenie tych obliczeń jest bardzo uciążliwe i można je przyspieszyć wykonując odpowiedni program dla maszyny cyfrowej (rys. 2), która będzie przebiegi $f(x)$, dla kolejnych y , rysować na ekranie monitora.

Jeśli przy danych parametrach wahadła (m, M, l, u, w) funkcja $f(x)$ dla każdego y z przedziału określoności nie posiada miejsc zerowych, to należy zmienić niektóre z tych parametrów (czynność na etapie planowania pomocy dydaktycznej), a sposób tej zmiany można określić wykorzystując symulację komputerową. Polega ona tu na wprowadzaniu kolejnych zmian tych parametrów w programie (rys. 2), wyznaczeniu nowych krzywych $f_y(x)$ i ewentualnie $T_A(x)$ oraz $T_B(x)$ dla wybranego y . Najlepiej jest tak zaprojektować wahadło rewersyjne, aby istniał w danym przedziale jeden, precyzyjnie określony, punkt wspólny krzywych $T_A(x)$ i $T_B(x)$, w którym przecinają się one pod jak największym kątem.

Przedstawiono tu tylko jeden z przykładów wykorzystania metod numerycznych do projektowania pomocy dydaktycznej i planowania pomiarów. W zdecydowanej większości ćwiczeń opracowując wyniki pomiarowe oblicza się tzw. względną niepewność pomiarową wielkości badanej [2,4]. Aby uzyskiwane wyniki były użyteczne, należy dążyć do zminimalizowania jej wartości przez wykonywanie pomiarów w odpowiednich zakresach wartości mierzonych wielkości fizycznych lub stosować odpowiednie do danego przypadku metody pomiarowe. Przykłady takich optymalizacji w niektórych ćwiczeniach przedstawiono w pracach [1,2].

Czasochłonne obliczenia niezbędne przy projektowaniu pomocy dydaktycznych, planowaniu, optymalizacji, opracowaniu i analizie wyników pomiarowych mogą być przyspieszone przez wykorzystanie mikrokomputerów. W przypadku funkcji

mających skomplikowaną postać można do ich analizy wykorzystać symulację komputerową.

PODSUMOWANIE

Ogólny dostęp do maszyn cyfrowych umożliwia szybkie planowanie pracy laboratoryjnej i opracowywanie danych pomiarowych, co pozwala na precyzyjne wyznaczanie parametrów konstrukcyjnych przyrządów pomiarowych, a także umożliwia określenie metod lub zakresów pomiarowych dających jak najbardziej dokładne wyniki. W pracy tej przedstawiono, na przykładzie wahadła rewersyjnego, niektóre możliwości zastosowania mikrokomputerów w pracy laboratoryjnej.

LITERATURA

- [1] Kajtoch Cz., Planowanie pomiarów i eksponowanie celów ćwiczenia w I pracowni fizycznej, Prace fizyczne V, WN WSP, Kraków 1987.
- [2] Kajtoch Cz., Kuś Cz., Laboratorium fizyczne cz. I i II, WN WSP, Kraków 1986.
- [3] Szczeniowski Sz., Fizyka doświadczalna t. I, PWN, Warszawa 1972.
- [4] Szydłowski H., Teoria pomiarów, PWN, Warszawa 1975.
- [5] Zawadzki A., Hofmokr H., Laboratorium fizyczne, PWN, Warszawa 1964.

Cz. Kajtoch, H. Czternastek, M. Sowińska, W. Smiga

Proposition of educational aid and analyse of methods of measurements in laboratory work on the base of the reversible pendulum

A b s t r a c t

The using of computer for optimalization of measurement method on the base of the reverse pendulum.