

## Uogólnienie warunku przyczynowości N.N. Bogolubowa

### 1. WSTĘP

W połowie lat pięćdziesiątych w kwantowej teorii pola narodził się nowy kierunek nazwany aksjomatycznym [1]. Cechą charakterystyczną tego kierunku była próba upodobnienia kwantowej teorii pola do zaksjomatyzowanych teorii matematycznych, w których wszystkie twierdzenia są wyprowadzalne z niewielkiej liczby podstawowych aksjomatów. W przypadku kwantowej teorii pola wielu autorów [2] sformułowało takie aksjomaty opierając się na istniejącej praktyce obliczeniowej, gdyż ostatecznym celem każdego układu aksjomatów było stworzenie wewnątrznie spójnego i eleganckiego schematu pozwalającego wyliczać amplitudy różnych procesów z udziałem cząstek elementarnych.

Spośród wszystkich zaproponowanych w kwantowej teorii pola schematów aksjomatycznych najbardziej skuteczny i bo-

---

<sup>1</sup> Instytut Fizyki WSP, ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków.

<sup>2</sup> Instytut Fizyki Jądrowej, ul. Radzikowskiego 152, 31-342 Kraków.

gaty okazał się schemat N.N. Bogolubowa [3]. W schemacie tym podstawowe aksjomaty, zwane również postulatami, mają następującą treść:

### I. Postulat o przestrzeni stanów:

Przestrzeń stanów fizycznych jest przestrzenią Focka, utworzoną nad przestrzenią Hilberta stanów jednocząstkowych.

### II. Postulat o macierzy S

Dla każdego zespołu funkcji  $g_i(x)$ ,  $i=1,2,\dots,N$ , należących do pewnej rodziny funkcji określonych na czasoprzestrzeni i określających stopień włączenia oddziaływań elementarnych, istnieje rodzina unitarnych operatorów  $S(g_1, \dots, g_N)$  określonych w przestrzeni stanów fizycznych, taka, że macierz S teorii rozpraszania jest dana wzorem

### III. Postulat relatywistycznej niezmienniczości

W przestrzeni stanów fizycznych istnieje unitarna reprezentacja grupy Poincaré, taka, że

gdzie  $U(\Lambda, a)$  oznacza unitarny operator reprezentujący transformację  $(\Lambda, a)$ , zaś  $g_i(\Lambda, a)$  dane są wzorem

gdzie  $D_{ij}(x)$  jest macierzą reprezentacji grupy Poincaré, względem której zmieniają się funkcje włączeniowe  $g_i$ .

#### IV. Postulat przyczynowości

Jeśli każda z funkcji włączeniowych  $g_i(x)$  jest sumą funkcji włączeniowych  $g_i^{(1)}(x)$  i  $g_i^{(2)}(x)$  o przyczynowo związanych nośnikach, to

$$\begin{aligned} S(g_1^{(1)} + g_1^{(2)}, \dots, g_N^{(1)} + g_N^{(2)}) &= \\ &= S(g_1^{(1)}, \dots, g_N^{(1)}) S(g_1^{(2)}, \dots, g_N^{(2)}) \end{aligned}$$

o ile nośniki funkcji  $g_i^{(1)}$  leżą w obszarach przyczynowo późniejszych niż nośniki funkcji  $g_i^{(2)}$ .

Zadaniem aksjomatycznej kwantowej teorii pola [4] jest skonstruowanie wszystkich możliwych realizacji wielkości, o których mowa w postulatach. W tym celu zazwyczaj przyjmuje się jeszcze szereg założeń upraszczających, które mają ułatwić rozwiązanie tego, trudnego zadania. Niestety, wszystkie dotychczasowe wysiłki nie przyniosły oczekiwanego wyniku. Jedynym wyjątkiem jest tzw. perturbacyjne podejście [5], w którym zakłada się, że każdy operator  $S(g_1, \dots, g_N)$  można przedstawić w postaci nieskończonego szeregu

$$\begin{aligned} S(g_1, \dots, g_N) &= \mathbb{1} + \sum_{i=1}^N S_{1,i}(g_i) + \dots \\ &+ \dots \sum_{i_1, \dots, i_n=1}^N S_{n,i_1, \dots, i_n}(g_{i_1} \otimes g_{i_2} \otimes \dots \otimes g_{i_n}) + \dots \end{aligned}$$

w którym operatory  $S_{n,i_1, \dots, i_n}(g_{i_1} \otimes \dots \otimes g_{i_n})$  są dystrybucjami o wartościach operatorowych, określonych na funkcjach Schwartza  $S(\mathbb{R}^{4n})$ , oraz posiadającymi określony rząd wielko-

ści w sensie szeregów asymptotycznych. Rozwijając treść postulatów w określonym rzędzie wielkości otrzymujemy nieskończony układ równań dla operatorów  $S_{n,i_1,\dots,i_n}$ , który to układ można iteracyjnie rozwiązać. Szereg perturbacyjny dla macierzy  $S$  otrzymujemy z postulatu II dokonując odpowiedniego przejścia granicznego dla każdego operatora  $S_n$  z osobna. Procedura ta wymaga jednak zastosowania bardzo złożonego aparatu teorii renormalizacji, gdyż w przeciwnym razie otrzymane wyniki nie mają ani sensu fizycznego ani sensu matematycznego. Teoria renormalizacji oparta jest na tzw. R-operacji Bogolubowa.

Chociaż końcowy wynik otrzymywany metodą Bogolubowa jest taki sam, jaki otrzymujemy i w innych podejściach, to mamy tu do czynienia z zasadniczo różną sytuacją. Podejście Bogolubowa jest jedynym poprawnie sformułowanym i prawidłowo rozwiązywalnym podejściem w perturbacyjnej kwantowej teorii pola. Nie przypadkiem więc podejście Bogolubowa jest uznawane jako wzorcowe, dające zawsze poprawne wyniki.

Podejście Bogolubiwa wyróżnia się również tym, że pozwala szerzej zrozumieć istotę problemów kwantowo-teorio-polowych. W podejściu tym same pola kwantowe odgrywają pomocniczą, drugorzędną rolę. Na plan pierwszy wysuwa się macierz  $S$ , z której konstruowane są wszystkie inne obiekty fizyczne. Jest to więc konsekwentna realizacja pierwotnej idei Heisenberga [6], który wprowadził do fizyki pojęcie macierzy  $S$  właśnie w tym celu.

Celem niniejszej pracy jest przedyskutowanie nowego aspektu podejścia Bogolubowa. Pokażemy mianowicie, że podejście Bogolubowa może być źródłem szeroko pojętego uogólnienia standardowej teorii macierzy  $S$ . Uogólnienie proponowane w niniejszej pracy ma swoje źródło w nie wyeksploatowanych

możliwościach ogólnego sformułowania fizyki kwantowej tkwiących w idei Heisenberga i zawartych w jego pierwszej pracy poświęconej mechanice kwantowej [7]. Problemy te na gruncie mechaniki kwantowej oraz tradycyjnej kwantowej teorii pola były dyskutowane w pracy jednego z autorów [8]. Równocześnie drugi autor [9] wskazał na możliwość innego rozumienia podejścia Bogolubowa. Artykuł niniejszy jest więc syntezą tych dwóch, poprzednio niezależnych, kierunków. Oczywiście, dyskutowane przez nas uogólnienie podejścia Bogolubowa jest bardzo szerokie i nie jesteśmy w stanie, w ramach jednego artykułu, w pełni je opisać. Dlatego też stając przed wyborem względnie zamkniętej części materiału, zdecydowaliśmy się skoncentrować na jednej zasadniczej idei Bogolubowa, a mianowicie na jego sformułowaniu zasady przyczynowości. Na tym przykładzie pokażemy olbrzymie możliwości uogólnionego podejścia Bogolubowa. Sformułowanie zasady przyczynowości w naszym rozumieniu podejścia Bogolubowa nie ma charakteru apriorycznie narzuconego ograniczenia dla przebiegu procesów fizycznych. Jak zobaczymy to niżej, problem jest dokładnie odwrotny, gdyż przebieg procesu fizycznego poucza nas o tym, w jaki sposób powinniśmy rozumieć prawo przyczynowości w fizyce.

## 2. UOGÓLNIENIE POSTULATÓW BOGOLUBOWA

Uogólnienie schematu Bogolubowa, dyskutowane w niniejszej pracy, dotyczy wszystkich postulatów z wyjątkiem postulatu o przestrzeni stanów fizycznych. Tak jak w tradycyjnym podejściu zakładamy, że stany fizyczne są opisywane wektorami należącymi do przestrzeni Focka utworzonej nad przestrzenią Hilberta stanów fizycznych. Ponieważ celem naszym jest

przedstawienie idei uogólnienia schematu Bogolubowa, ograniczymy się do najprostszego przypadku, jakim niewątpliwie jest układ fizyczny złożony jedynie z cząstek skalarnych. Przestrzeń Focka stanów fizycznych jest wówczas zadana zbiorem ciągów

złożonych z symetrycznych funkcji zmiennych pędowych. Dla dwóch ciągów  $\psi$  i  $\phi$  zadanych w sposób (2.1) iloczyn skalarny dany jest wyrażeniem

(2.2)

gdzie

$$\begin{aligned}
 (\psi_n, \phi_n) &= \\
 &= \int \frac{d^3 p_1 \dots d^3 p_n}{p_{10} \dots p_{n0}} \psi_n^*(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n) \phi_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n)
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

dla  $n \neq 0$ , zaś

(2.4)

Wzór (2.3)  $p_{i0} = \sqrt{\vec{p}_i^2 + m^2}$ , gdzie  $m$  jest masą cząstek tworzących układ fizyczny. Oczywiście, do przestrzeni Focka należą tylko takie ciągi (2.1), dla których

(2.5)

Zamiast unitarnego operatora macierzy  $S$ , wprowadzimy do teorii pojęcie macierzy rozpraszania w postaci formy biliniowej, określonej w przestrzeni Focka. Formalnie, wprowadzone tu pojęcie formy biliniowej można utożsamiać z elementami macierzowymi operatora macierzy rozpraszania  $S$ . Należy jednak pamiętać, że jest to tylko analogia formalna, gdyż omawiane przez nas formy biliniowe niekoniecznie muszą być elementami macierzowymi jakiegokolwiek operatora. Fizyczną podstawą naszego podejścia jest fakt, że jedynie amplitudy rozpraszania są obiektami koniecznymi dla kwantowego opisu zjawisk, nie zaś formalizm operatorowy wyznaczający te amplitudy. Amplitudy różnych procesów kwantowych są właśnie formami biliniowymi określonymi w zbiorze stanów fizycznych.

Następnym krokiem naszej procedury jest założenie o istnieniu różnych alternatywnych mechanizmów dla każdego procesu zmiany stanu w trakcie rozpraszania. Zgodnie z podstawowymi zasadami fizyki kwantowej [10] oznacza to, że forma biliniowa macierzy rozpraszania  $S(\psi, \phi)$  musi być przedstawiona w postaci sumy

$$S(\psi, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n(\psi, \phi) \quad (2.6)$$

gdzie każda forma biliniowa  $S_n(\psi, \phi)$  opisuje jeden z alternatywnych mechanizmów.

Podstawową cechą każdej kwantowej teorii pola jest czasoprzestrzenna lokalizacja procesów oddziaływania. W związku z tym przyjmujemy, że każdy mechanizm rozpatrywanych procesów alternatywnych jest związany z konkretnym obrazem czasoprzestrzennym tak, jak to ma miejsce w tradycyjnych formalizmach kwantowej teorii pola. W szczególności, zakładamy, że

każda amplituda  $S_n(\psi, \phi)$  opisuje proces, w którym oddziaływanie zmieniające stan  $\phi$  w stan  $\psi$  zachodzi dokładnie w  $n$  obszarach czasoprzestrzeni. Dla podkreślenia tego faktu, zamiast  $S_n(\psi, \phi)$ , stosować będziemy oznaczenie  $S_n(\psi | G_1, \dots, G_n | \phi)$ , gdzie symbole  $G_i$  oznaczają obszary czasoprzestrzeni, w których zachodzi oddziaływanie. Należy tutaj podkreślić fakt, że nasza konstrukcja nie jest związana z żadnym rachunkiem zaburzeń; jest to wyłącznie określenie mechanizmu oddziaływania doprowadzającego do zmiany stanu w procesie rozpraszania. Ścisłej zaś mówiąc, jest to określenie wyłącznie lokalizacji tego mechanizmu. Określenie to nie zawęży klasy możliwych oddziaływań, gdyż w każdym obszarze  $G_i$  oddziaływania są od siebie niezależne. Dla zawężenia tej klasy przyjmujemy następujące postulaty.

Postulat relatywistycznej niezmienniczości teorii realizujemy w naszym schemacie żądaniem spełnienia następującego warunku

$$(2.7) .$$

gdzie  $G_i(\Lambda, a)$  oznacza obszar czasoprzestrzeni otrzymany z obszaru  $G_i$  przez zastosowanie transformacji  $(\Lambda, a)$ . W jawnej postaci oznacza to, że charakterystyczne funkcje obszarów  $G_i$  i  $G_i(\Lambda, a)$  spełniają związki

$$(2.8)$$

W konkretnych, jawnych obliczeniach warunek (2.7) oznacza, że formy biliniowe  $S_n$  są funkcjami niezmienników zbudowanych



z wielkości charakteryzujących obszary  $G_1$  oraz z wielkości charakteryzujących stany  $\psi$  i  $\phi$ .

Dotychczas omawiane postulaty teorii macierzy  $S$  mają charakter liniowy. Przez liniowość rozumiemy tu związki pomiędzy amplitudami  $S_n$  dla tego samego  $n$ . Pozostałe postulaty kwantowej teorii pola mają charakter nieliniowy, gdyż implikują one pewne związki pomiędzy amplitudami o różnych indeksach  $n$ . Jest oczywiste, że wszelkie warunki nieliniowe są z natury rzeczy bardziej skomplikowane niż warunki liniowe. Dlatego też ograniczymy się w niniejszej pracy jedynie do przedyskutowania jednego warunku nieliniowego, a mianowicie, warunku przyczynowości. Warunek przyczynowości jest bowiem jednym z najważniejszych warunków teorii i według określenia Bogolubowa stanowi on kamień węgielny całej kwantowej teorii pola. Właściwe rozumienie tego warunku jest więc nieodzownym krokiem dla rozumienia całej teorii. Drugi warunek nieliniowy teorii, jakim jest warunek unitarności macierzy  $S$  omówimy w oddzielnym artykule. Postępowanie takie jest częściowo uzasadnione tym, iż planowane sformułowanie uogólnionego warunku unitarności wymaga pewnego szerszego komentarza, dotyczącego niektórych aspektów interpretacyjnych fizyki kwantowej. Stanowi to więc nieco oddzielne zagadnienie od omawianego.

Aby sformułować uogólniony warunek przyczynowości, rozpatrzmy najpierw przypadek, w którym oddziaływanie zachodzi jedynie w dwóch obszarach czasoprzestrzennych  $G_1$  i  $G_2$ . Proces taki jest opisywany amplitudą  $S_2(\psi|G_1, G_2|\phi)$ . Jeśli obszary  $G_1$  i  $G_2$  są rozłożone tak, iż np.  $G_1$  jest przyczynowo późniejszym obszarem niż obszar  $G_2$ , to pomiędzy obszarami  $G_1$  i  $G_2$  można w zasadzie ulokować aparaturę pomiarową, która wskaże nam, jaki stan wytworzył się pomiędzy obszarami  $G_1$  i  $G_2$ . Jeśli będzie to stan  $\Omega$ , to zgodnie z zasadami

fizyki kwantowej powinien zachodzić związek

$$S_2(\psi|G_1, G_2|\phi) = S_1(\psi|G_1|\Omega) S_1(\Omega|G_2|\phi) \quad (2.9)$$

Opisany eksperyment jest jednak eksperymentem pomyślanym i jako taki służy jedynie do rozważań teoretycznych. W rzeczywistości nie możemy umieścić pomiędzy obszarami  $G_1$  i  $G_2$  żadnej aparatury, gdyż procedura taka niewątpliwie zakłóciłaby zachodzący proces. W rozważaniach teoretycznych musimy więc przyjąć, że w stanie pośrednim mogą realizować się w zasadzie wszystkie możliwe stany z pewnej rodziny stanów. Każdy stan pośredni  $\Omega_n$  może realizować się z pewną wagą statystyczną wyznaczoną przez pewną liczbę rzeczywistą  $c_n$  należąca do przedziału  $[0, 1]$ . Warunek (2.9) przyjmie więc w ogólnym przypadku postać

$$\begin{aligned} S_2(\psi|G_1, G_2|\phi) &= \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} c_n S_1(\psi|G_1|\Omega_n) S_1(\Omega_n|G_2|\phi) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Porównując taką postać warunku przyczynowości z tradycyjną postacią tego warunku widzimy, że formalnie nasze uogólnienie polega na pojawieniu się współczynników  $c_n$ . W tradycyjnym podejściu wszystkie współczynniki  $c_n$  są równe jedności, a więc wszystkie stany pośrednie są jednakowo prawdopodobne. Naszym zdaniem przypadek taki jest mało prawdopodobny w przyrodzie, gdyż trudno byłoby zrozumieć tak mało ekonomiczny przebieg procesów fizycznych. Przyjęcie, że wszystkie  $c_n$  są równe jedności, jest w wysokim stopniu zbyt dużą idealizacją rzeczywistych procesów. Idealizacja taka podyktowana jest przez operatorowy formalizm kwantowej teorii pola

i nigdy nie jest dyskutowana z punktu widzenia jej sensu fizycznego. Problem ten po prostu uchodzi z pola widzenia przy posługiwaniu się formalizmem operatorowym. W naszym sformułowaniu widać wyraźnie, że współczynniki  $c_n$  mają istotny sens fizyczny i mogą w istotny sposób wpływać na amplitudy fizycznych procesów. Oczywiście, w obecnym stanie wiedzy nie dysponujemy żadnym ogólnym kryterium pozwalającym wyznaczać wartości  $c_n$ . Są to więc swego rodzaju parametry ukryte, figurujące w kwantowej teorii pola. Niżej pokażemy, że kształt oddziaływania łącznie z warunkiem przyczynowości może wyznaczać wartości współczynników  $c_n$  różniące się od wartości tradycyjnych. Aby to zrozumieć, zauważmy, że w przypadku gdy obszary  $G_1$  i  $G_2$  są rozłożone tak, że obszar  $G_2$  jest przyczynowo późniejszy niż obszar  $G_1$ , to warunek (2.10) należy zastąpić następującym warunkiem

$$\begin{aligned}
 S_2(\psi|_{G_1, G_2}|\phi) &= \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} c_n S_1(\psi|_{G_2}|\omega_n) S_1(\omega_n|_{G_1}|\phi)
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

który w oczywisty sposób różni się od warunku (2.10).

W przypadku gdy obszary  $G_1$  i  $G_2$  są przyczynowo niezależne, a więc są rozłożone przestrzenniepodobnie, to wyrażenia (2.10) i (2.11) powinny być identyczne. Oznacza to, że dla przestrzenniepodobnie rozdzielonych obszarów  $G_1$  i  $G_2$  powinno zachodzić

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=0}^{\infty} c_n \{ S_1(\psi|_{G_1}|\omega_n) S_1(\omega_n|_{G_2}|\phi) - \\
 - S_1(\psi|_{G_2}|\omega_n) S_1(\omega_n|_{G_1}|\phi) \} = 0.
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

W przypadku gdy wszystkie współczynniki  $c_n$  są równe jedności oraz gdy nasze formy biliniowe  $S_1(\psi | G | \phi)$  są elementami macierzowymi pewnego operatora  $S_1$ , wyrażenie (2.12) nie jest niczym innym jak słynnym warunkiem lokalnej komutatywności. Wiadomo, że warunek ten silnie ogranicza możliwe oddziaływania w kwantowej teorii pola. W naszym przypadku mamy do czynienia ze zjawiskiem odwrotnym. To nie warunek przyczynowości w postaci warunku lokalnej komutatywności typu (2.12) ogranicza możliwy kształt oddziaływania, lecz kształt oddziaływania wyznacza współczynniki  $c_n$ , a więc wyznacza treść warunku przyczynowości.

Uogólniając powyższą konstrukcję dochodzimy do następującego sformułowania warunku przyczynowości. Jeśli w zespole obszarów  $G_1, \dots, G_n$  istnieją pewne obszary  $G_{i1}, \dots, G_{ik}$  przyczynowo późniejsze niż pozostałe obszary, to amplitudy procesów powinny spełniać warunek

$$(2.13)$$

gdzie daszki nad obszarami oznaczają brak tych obszarów w danym symbolu. Współczynniki  $c_1(n, k)$  w ogólności mogą zależeć zarówno od rzędu amplitudy  $S_n$ , jak i liczby obszarów przyczynowo wyróżnionych. Podobnie gdy obszary  $G_{i1}, \dots, G_{ik}$  są przyczynowo wcześniejsze niż pozostałe obszary, to zamiast (2.13) będziemy mieć warunek

$$\begin{aligned}
 S_n(\psi | G_1 \dots G_n | \phi) &= \\
 &= \sum_{l=0}^{\infty} c_l(n, k) S_{n-k}(\psi | G_1 \hat{G}_{i_1} \dots \hat{G}_{i_k} G_n | \Omega_l) S_k(\Omega_l | G_{i_1} \dots G_{i_k} | \phi)
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

Wreszcie gdy spośród obszarów  $G_1, \dots, G_n$  istnieje grupa obszarów  $G_{i_1}, \dots, G_{i_k}$  rozdzielonych przestrzennopodobnie od pozostałych, to powinien być spełniony uogólniony warunek lokalnej komutatywności

$$\begin{aligned}
 \sum_{l=0}^{\infty} c_l(n, k) \{ & S_k(\psi | G_{i_1} \dots G_{i_k} | \Omega_l) S_{n-k}(\Omega_l | \hat{G}_1 \hat{G}_{i_1} \dots \hat{G}_{i_k} G_n | \phi) - \\
 & - S_{n-k}(\psi | G_1 \hat{G}_{i_1} \hat{G}_{i_k} | \Omega_l) S_k(\Omega_l | G_{i_1} \dots G_{i_k} | \phi) \} = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

Porównując naszą dyskusję z tradycyjnym formalizmem widzimy, że podobnie jak w tradycyjnym podejściu warunek przyczynowości w naszym podejściu pozwala wyznaczyć wszystkie amplitudy  $S_n$  poprzez amplitudy  $S_1(\psi | G | \phi)$ . Amplitudy  $S_1$  pozostają dowolne, jeśli spełniają warunek (2.12). W ich postaci zapisana jest więc cała informacja o kształcie oddziaływania. Zupełnie podobnie jak w tradycyjnym podejściu, amplitudy  $S_1$  odgrywają rolę lagranżjanu oddziaływania.

Jest oczywiste, że nasz formalizm jest bardziej skomplikowany od tradycyjnego formalizmu. Jest to związane z tym, że warunki lokalnej komutatywności (2.12) i (2.15) są bardziej skomplikowane niż odpowiednie warunki tradycyjnego formalizmu. Dlatego też nie powinien być powodem niezadowolenia fakt, że formalizm prezentowany tutaj nie osiągnął jeszcze tego samego stopnia rozwoju co formalizm tradycyjny. W szcze-

gólności nie potrafimy jeszcze obecnie opisać wszystkich realizacji naszego uogólnionego podejścia. Dlatego też ograniczamy się tutaj jedynie do rozpatrzenia najprostszego przypadku, jakim jest sprzężenie liniowe w obrazie oddziaływania.

### 3. PRZYKŁAD SPRĘŻENIA LINIOWEGO W OBRAZIE ODDZIAŁYWANIA

W tradycyjnym formalizmie lagranżajn oddziaływania dla pojedynczego pola skalarnego przyjmuje się w postaci

$$\mathcal{L}(x) = g : \psi^N(x) : \quad (3.1)$$

gdzie  $g$  jest stałą sprzężenia, zaś symbol  $: :$  oznacza tzw. iloczyn normalny dla operatorów polowych  $\psi(x)$ , które w obrazie oddziaływania są polami spełniającymi równanie Kleina-Gordona bez oddziaływania.

Najprostszym przypadkiem jest przypadek  $N=1$ , w którym lagranżajn oddziaływania jest proporcjonalny do pola swobodnego. Ponieważ pole swobodne wyraża się jako kombinacja liniowa operatorów tworzenia i niszczenia jednej cząstki, to jedynymi niezerowymi elementami macierzowymi lagranżajnu oddziaływania (3.1) są te elementy, w których liczba cząstek w stanie początkowym różni się od liczby cząstek w stanie końcowym tylko o jeden. Odpowiednio do tego przyjmujemy więc następujący kształt formy biliniowej

$$S_1(\psi | G | \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^3 p_1 \dots d^3 p_{n+1}}{p_{10} \dots p_{n+1,0}}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \psi_{n+1}^*(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_{n+1}) \alpha_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_{n+1}) \phi_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n) G(p_{n+1}) + \right. \\ & \left. + \psi_n^*(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n) \beta_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_{n+1}) \phi_{n+1}(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_{n+1}) G(-p_{n+1}) \right\}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

gdzie zgodnie z (2.1)  $\psi_n$  i  $\phi_n$  są składowymi wektorów stanów  $\Psi$  i  $\Phi$ , zaś  $G(p)$  jest dane całką

$$G(p) = \int_G e^{-ipx} G(x) d^4x \quad (3.3)$$

wziętą po obszarze  $G$ , w którym zachodzi oddziaływanie, przy czym  $p$  jest czterowektorem o składowych  $(p_0, \vec{p})$  dla  $p_0 = \sqrt{p^2 + m^2}$  zaś funkcja  $G(x)$  jest miarą intensywności rozpatrywanego oddziaływania w obszarze  $G$ . Funkcje  $\alpha_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_{n+1})$  i  $\beta_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_{n+1})$  są funkcjami opisującymi szczegółową dynamikę rozpatrywanego oddziaływania. Z grubsza można powiedzieć, że funkcje te mierzą intensywność i kształt oddziaływania doprowadzającego do wytworzenia lub anihilacji jednej cząstki w obecności  $n$  pozostałych cząstek. Interpretacja także pozwala niezwłocznie uogólnić omawiany przykład dla przypadku  $N > 1$ . W tym bowiem przypadku we wzorze (3.2) określającym formę  $S_1$  będziemy mieć do czynienia z funkcjami  $\alpha_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_{n+N})$  oraz  $\beta_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_{n+N})$  opisującymi oddziaływanie, w wyniku którego powstaje lub znika  $N$  cząstek w obecności  $n$  pozostałych cząstek. Z tego też punktu widzenia wystarczy nam zilustrować naszą nową koncepcję na najprostszym przykładzie  $N = 1$ .

Przyjmując  $S_1$  w postaci (3.2) zażądamy teraz spełnienia uogólnionego warunku lokalnej komunikatywności (2.12). Sprawdzając się to do żądania, by po podstawieniu (3.2) w (2.12) otrzymany wynik przedstawiał jedną ze znanych kwantowo-teoriopolowych dystrybucji o nośniku zawartym wyłącznie wewnątrz stożka świetlnego. Trochę żmudne przekształcenia prowadzą wówczas do tego, by spełnione były warunki

$$\begin{aligned} \alpha_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_{n+1}) &= \frac{\alpha}{c_n} \sqrt{v_{n+1}} \\ \beta_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_{n+1}) &= \frac{\beta}{c_n} \sqrt{v_{n+1}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

gdzie  $\alpha$  i  $\beta$  są dowolnymi stałymi. Żądając dodatkowo, by forma  $S_1(\Psi | G | \Phi)$  była formą hermitowską, otrzymujemy

$$(3.5)$$

i stała  $\alpha$  odgrywa w naszym modelu rolę stałej sprzężenia. Warunki (3.4) mówią nam wówczas, że intensywność oddziaływania jest proporcjonalna do stałej sprzężenia  $\alpha$ , liczby cząstek biorących udział w oddziaływaniu oraz odwrotnie proporcjonalna do stałych  $c_n$  biorących udział w sformułowaniu warunku przyczynowości (2.10). Jest to z punktu widzenia poznawczego bardzo ważny wniosek. Oznacza on w szczególności, że te stany fizyczne, które w słabym stopniu biorą udział w przyczynowo-skutkowym opisie zjawisk, muszą być poddane bardzo silnemu oddziaływaniu innych stanów, by w wyniku otrzymać możliwość przejścia fizycznej cząstki z tych stanów do pozostałych stanów.

Podobny wynik otrzymuje się przy rozpatrywaniu pozostałych warunków przyczynowości typu (2.13) lub (2.14). Oczywiście



ście będą tu uczestniczyć stałe typu  $c_1(n,k)$ , które świadczą o tym, że w bardziej skomplikowanym mechanizmie oddziaływania występującym nie w jednym obszarze czasoprzestrzeni, lecz w wielu, obraz tego oddziaływania może ulec modyfikacji. Stałe  $c_1(n,k)$  zawierają bowiem wiele fenomenologicznej informacji o oddziaływaniu i jej wydobycie jest zadaniem do wykonania w przyszłości. Wykracza to poza ramy niniejszego artykułu i dlatego na tej ilustracji kończymy dyskusję uogólnionego postulatu przyczynowości w schemacie Bogolubowa.

#### LITERATURA

- [1] Streater R.F., Wightman A., PCT, spin and statistics and all that, Benjamin Inc., N. York, 1964.
- [2] Jost R., The General Theory of Quantized Fields, AMS, Providence, 1965.
- [3] Bogolubov N.N., Shirkov D.V., Vvedenie v teoriu kvantovannykh polei, Moskwa, 1976.
- [4] Bogolubov N.N., Logunov A.A., Todorov I.T., Osnovy aksiomaticeskogo podhoda v kvantovoi teorii pola, Moskwa, 1969.
- [5] Steimann O., Perturbation Expansions in Axiomatic Field Theory, Springer, 1971.
- [6] Heisenberg W., ZS.f. Phys. 120, 673 (1943).
- [7] Heisenberg W., Zs.f. Phys. 33, 879 (1925).
- [8] Kapuścik E., Acta Phys. Polonica 85, 663 (1974).
- [9] Borelowski Z., Zeszyty Naukowe WSP w Krakowie, Prace Fizyczne, 1979.
- [10] Dirac P.A.M., The Principles of Quantum Mechanics, Clarendon Press, Oxford, 1958.

Zbigniew Borelowski, Edward Kapuścik

Generalized conditions for Bogolubov's causality

A b s t r a c t

Paper discusses the general causality condition formulated basing on the generalised scheme of axiomatic quantum field theory of N.N. Bogolubov.