

Miluše Vítečková¹, Kazimierz Jaracz

Metoda doboru nastaw regulatorów przy pożądanym modelu matematycznym układu regulacji*

Istnieje bardzo dużo różnych metod doboru nastaw regulatorów analogowych [2, 4]. Znacznie mniej uwagi poświęcono regulatorom cyfrowym [1, 3]. W niniejszym artykule zaprezentowano metodę doboru nastaw umożliwiającą strojenie regulatorów cyfrowych i analogowych dla obiektów z opóźnieniem [3, 5, 6]. Metoda ta umożliwia dobór nastaw regulatorów przy pożądanym (*a priori*) modelu układu regulacji, którą w dalszym ciągu będziemy określać metodą pożądanego modelu.

Opis metody

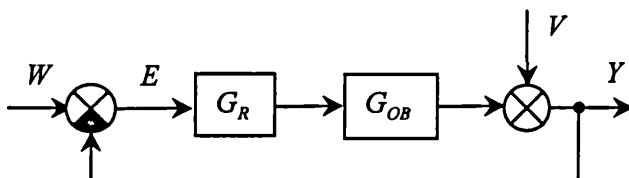
Metoda pożądanego modelu doboru nastaw zostanie w niniejszym artykule przedstawiona bardzo syntetycznie. Jej szczegółowy opis wraz z dowodami przedstawiają prace [5, 6]. Metoda oparta jest na ogólnych zasadach dynamiki odwrotnej i w danym przypadku sprowadza się do określenia regulatora o transmitancji G_R (tabela 1) na podstawie zależności

$$G_R = \frac{1}{G_{OB}} \frac{G_{wy}}{1 - G_{wy}}, \quad (1)$$

który zapewni dla obiektu o transmitancji G_{OB} , że pożądana transmitancja układu regulacji będzie równa G_{wy} (rys. 1). Dla dyskretnego układu regulacji należy rozważać transmitancję dyskretną obiektu z ekstrapolatorem zerowego rzędu.

¹ VŠB – Uniwersytet Techniczny Ostrawa.

* Tekst złożono do druku 26 września 2005 roku.



Rys. 1. Schemat układu regulacji

Metoda pożądanego modelu zapewnia zerową wartość ustalonego uchybu regulacji dla skokowego sygnału wartości zadanej w i zakłócenia v , działającego na sygnał wyjściowy obiektu.

Rodzaj regulatora	Regulator analogowy	Regulator cyfrowy
P	k_p	k_p
PI	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$	$k_p \left(1 + \frac{T}{T_i} \frac{z}{z-1} \right)$
PD	$k_p (1 + T_d s)$	$k_p \left(1 + \frac{T_d}{T} \frac{z-1}{z} \right)$
PID	$k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$	$k_p \left(1 + \frac{T}{T_i} \frac{z}{z-1} + \frac{T_d}{T} \frac{z-1}{z} \right)$

Tabela 1. Transmitancje regulatorów

Dla obiektów z opóźnieniem (opóźnienie może być znaczące) metoda pożądanego modelu umożliwi dobór nastaw regulatorów cyfrowych i analogowych oraz zapewnia uzyskanie z góry zadanego przeregulowania w granicach od 0 do 50% z dokładnością około 5% (rys. 2).

W układzie regulacji na rys. 1 poszczególne wielkości oznaczają: W – transformata wielkości zadanej, V – transformata wielkości zakłócającej, Y – transformata wielkości regulowanej. Na rys. 1 oraz we wzorze (1) przy transformatach poszczególnych wielkości i transmitancjach pominięto zmienne niezależne dla większej ogólności rozważań. Dla układów ciągłych z regulatorami analogowymi należy stosować przekształcenie Laplace'a z niezależną zmienną zespoloną s , natomiast dla układów dyskretnych z regulatorami cyfrowymi przekształcenie Z z niezależną zmienną zespoloną z .

W metodzie pożądanego modelu zakłada się, że pożądana transmitancja dyskretnego lub ciągłego układu regulacji mają postacie odpowiednio

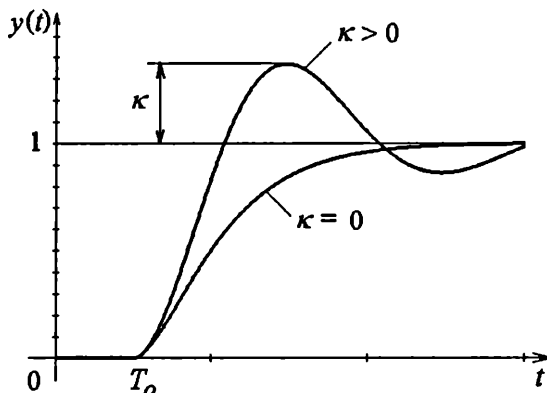
$$G_{wy}(z) = \frac{aT}{z-1+aTz^{-\frac{T_0}{T}}}, \quad G_{wy}(s) = \frac{a}{s+ae^{-T_0s}} \quad (2)$$

gdzie: a – wzmacnienie układu otwartego, T_0 – czas opóźnienia, T – okres próbkowania, który powinien spełniać zależność $T < 0,32T_0$ [6, 5].

Dla prostoty zakłada się, że opóźnienie T_0 jest wielokrotnością okresu próbkowania T .

Zależność wzmacnienia układu otwartego a od wybranego przeregulowania względnego κ (rys. 2) ma postać

$$a = \frac{1}{\alpha T + \beta T_0} \quad (3)$$



Rys. 2. Odpowiedzi skokowe zamkniętego układu regulacji

Wartości współczynników α i β uzyskano drogą symulacji cyfrowej. Są one zamieszczone w tabeli 2.

κ	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
α	1,282	0,984	0,884	0,832	0,763	0,697	0,669	0,640	0,618	0,599	0,577
β	2,718	1,944	1,720	1,561	1,437	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

Tabela 2. Zależność współczynników α i β od przeregulowania względnego κ

Na podstawie wzoru (1), przy uwzględnieniu, że transmitancje układu regulacji mają pożądaną postać określone zależnością (2) obliczono parametry regulatorów o transmitancjach z tabeli 1, dla podstawowych transmitancji obiektów zestawionych w tabeli 3, w kolumnie pierwszej. W następnych kolumnach tej tabeli umiesz-

czono wzory uproszczone dla doboru nastaw polecanych regulatorów. Jeżeli transmitancje obiektów mają inną postać, to należy je odpowiednio aproksymować do postaci wymienionych w tabeli 3 [5, 3].

Algorytm postępowania przy doborze nastaw

Sposób postępowania przy doborze nastaw regulatorów jest następujący:

a) należy aproksymować transmitancję obiektu do jednej z podstawowych postaci przedstawionych w tabeli 3,

b) w przypadku regulatora cyfrowego dobrać odpowiedni okres próbkowania T , natomiast w przypadku regulatora analogowego należy przyjąć $T = 0$,

c) dla wybranego przeregulowania względnego \mathcal{K} określonego w tabeli 2 i zależności (3) określić wzmacnienie układu otwartego a i na podstawie tabeli 3 dla polecanego regulatora należy obliczyć wartości jego nastaw.

Obiekt regulacji $G_{OB}(s)$	Regulator $\begin{matrix} < & \text{analogowy} & T=0 \\ & & \text{cyfrowy} & T>0 \end{matrix}$			
	Rodzaj	k_P^*	T_i^*	T_d^*
$\frac{k_1}{s} e^{-T_0 s}$	P	$\frac{a}{k_1}$	-	-
$\frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_0 s}$	PI	$\frac{a T_i^*}{k_1}$	$T_1 - \frac{T}{2}$	-
$\frac{k_1}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_0 s}$	PD	$\frac{a}{k_1}$	-	$T_1 - \frac{T}{2}$
$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_0 s}$ $T_1 \geq T_2$	PID	$\frac{a T_i^*}{k_1}$	$T_1 + T_2 - T$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T}{4}$
$\frac{k_1}{T_n^2 s^2 + 2\xi_n T_n s + 1} e^{-T_0 s}$ $0,5 < \xi_n \leq 1$	PID	$\frac{a T_i^*}{k_1}$	$2\xi_n T_n - T$	$\frac{T_n}{2\xi_n} - \frac{T}{4}$

Tabela 3. Uproszczone wzory do obliczania nastaw dla regulatorów cyfrowych i analogowych

Przykład obliczeniowy

Dla obiektu z opóźnieniem o transmitancji

$$G_{OB}(s) = \frac{2}{(5s+1)(2s+1)} e^{-12s}$$

należy dobrać nastawy odpowiedniego regulatora cyfrowego i analogowego tak, żeby zapewnić wartość przeregulowania względnego $\kappa = 0,05$ (5%).

Rozwiązanie:

Na podstawie zależności ($T < 0,32T_o$) określono wartość okresu próbkowania $T = 2$. Transmitancję obiektu przyjęto z tabeli 3 (drugi wiersz od dołu). Zatem dla $k_1 = 2$, $T_1 = 5$, $T_2 = 2$, $T_o = 12$ i $T = 2$ można obliczyć parametry regulatorów.

Dla regulatora analogowego PID

$$T_i^* = T_1 + T_2 = 5 + 2 = 7,$$

$$T_d^* = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} = \frac{5 \cdot 2}{5 + 2} \doteq 1,43$$

$$a = \frac{1}{\beta T_o} = \frac{1}{1,944 \cdot 12} \doteq 0,043,$$

$$k_p^* = \frac{a T_i^*}{k_1} = \frac{0,043 \cdot 7}{2} \doteq 0,151$$

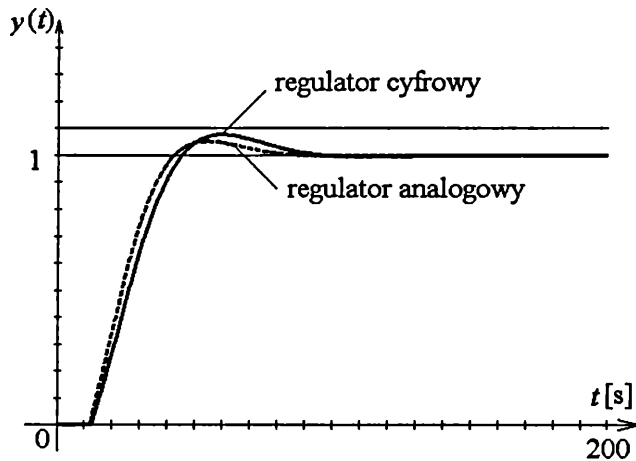
Dla regulatora cyfrowego PID

$$T_i^* = T_1 + T_2 - T = 5 + 2 - 2 = 5,$$

$$T_d^* = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T}{4} = \frac{5 \cdot 2}{5 + 2} - \frac{2}{4} \doteq 0,93$$

$$a = \frac{1}{\alpha T + \beta T_o} = \frac{1}{0,984 \cdot 2 + 1,944 \cdot 12} \doteq 0,040$$

$$k_p^* = \frac{a T_i^*}{k_1} = \frac{0,0395 \cdot 5}{2} \doteq 0,099$$



Rys. 3. Odpowiedzi skokowe sygnału wyjściowego dla rozpatrywanego przykładu

Odpowiedzi skokowe zamkniętego układu regulacji przedstawiono na rys. 3. Jeżeli przebieg odpowiedzi jest niezadowalający, to można go skorygować za pomocą odpowiedniej zmiany wartości wzmocnienia regulatora k_p . Przy zwiększeniu wzmocnienia zwiększy się przeregulowanie, zmniejszy czas odpowiedzi układu i na odwrót.

Wnioski

W artykule przedstawiono nową, prostą metodę doboru nastaw konwencjonalnych regulatorów cyfrowych i analogowych dla obiektów z opóźnieniem, która umożliwi osiągnięcie z góry założonej wartości przeregulowania w granicach od 0 do 50%, z wystarczającą dla praktyki dokładnością. Metoda została zweryfikowana symulacyjnie oraz na obiektach rzeczywistych. Osiągnięte rezultaty są zadowalające.

Bibliografia

- [1] Åström K., Hägglund T., *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*, (2nd ed.), Instrument Society of America, North Carolina 1995
- [2] Koziński W., *Projektowanie regulatorów. Wybrane metody klasyczne i optymalizacyjne*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2004
- [3] Šulc B., Vítěčková M., *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů*, Vydavatelství ČVUT, Praha 2004

- [4] Tarnowski W., *Projektowanie układów regulacji automatycznej ciągłych z liniowymi korektorami ze wspomaganie za pomocą MATLAB'a*, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2001
- [5] Vítěčková M., *Seřízení regulátorů metodou inverze dynamiky*, FS VŠB-TU, Ostrava 2000
- [6] Vítěčková M., *Seřízení číslicových i analogových regulátorů pro regulované soustavy s dopravním zpožděním*, Automatizace, 2/1999, s. 106–111

Controller-tuning method based on the desired control system model

Summary

The article deals with the original tuning method, which is unified for digital and analog controllers. The method is very simple and it enables to obtain the desired overshoot from 0 to 50% for plants with time delay.

Key words: controller tuning, desired model method, plants with time delay