

KAZIMIERZ JARACZ, ANTONI VÍTEČEK

O pewnej metodzie syntezy układów nieliniowych przy kwadratowym wskaźniku jakości

1. WSTĘP

Problemowi określenia sterowania optymalnego układów przy kwadratowych wskaźnikach jakości poświęconych jest wiele prac [2,4 ÷ 8]. Dla liniowych układów dynamicznych problem syntezy sterowania optymalnego przy kwadratowym wskaźniku jakości sprowadza się do rozwiązania wektorowo-macierzowego równania różniczkowego Riccatiego [4,7]. Dla nieliniowych układów dynamicznych problem syntezy sterowania optymalnego nie jest dotychczas wystarczająco opracowany [2,7,8].

W niniejszej pracy autorzy proponują nową metodę rozwiązania problemu syntezy sterowania optymalnego dla pewnej klasy nieliniowych układów dynamicznych przy uogólnionym kwadratowym wskaźniku jakości i zastosowaniu zmiennych agregowanych [11 ÷ 13].

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Niech dany będzie nieliniowy układ dynamiczny opisany równaniami różniczkowymi o postaci:

$$\dot{x}_i = f_i(x) + g_i(x)u_i \quad (1)$$

dla $i = 1, 2, \dots, n$, oraz uogólniony kwadratowy wskaźnik jakości

$$J = \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^n (h_i^2 + T_i^2 \dot{h}_i^2) dt, \quad (2)$$

$$h_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j \quad (3)$$

przy czym

$\underline{x} = \underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ - jest n -wymiarowym wektorem zmiennych stanu,
 $f_i: T \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$; $f_i \in C([0, \infty), \mathbb{R})$ - nieliniowa, ciągła funkcja
spełniająca warunek $f_i(\underline{0}) = 0$

$g_i: T \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$; $g_i \in C([0, \infty), \mathbb{R})$ - nieliniowa, ciągła funkcja
spełniająca warunek $g_i(\underline{x}) \neq 0$, dla $i = 1, 2, \dots, n$

$\underline{u} \in \mathbb{R}^n$ - wektor sterowania

$T \in [0, \infty)$ - przedział czasu

h_i - zmienne agregowane

T_i - współczynniki wagowe; $T_i > 0$, dla $i = 1, 2, \dots, n$

$c_{ij} \in \mathbb{R}$ - współczynniki.

Operacja różniczkowania względem czasu w całej pracy oznaczona została za pomocą kropki nad odpowiednią zmienną.

Problem syntezy sterowania optymalnego polegać będzie na określeniu współrzędnych wektora sterowania $u_i(\underline{x})$, dla $i = 1, 2, \dots, n$, które przeprowadzą układ dynamiczny (1) ze stanu początkowego $\underline{x}(0) = \underline{x}_0$ do stanu końcowego $\underline{x}(\infty) = \underline{0}$, minimalizując uogólniony kwadratowy wskaźnik jakości (2). Założymy ponadto, że rozpatrywany układ dynamiczny (1) jest sterowalny oraz jeżeli dla pewnych wskaźników i spełniona jest równość

$$g_i(\underline{x}) = 0 \quad (4)$$

to również

$$f_i(\underline{x}) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \quad (5)$$

gdzie $a_{ij} \in \mathbb{R}$ są współczynnikami rzeczywistymi. W ostatnim przypadku f_i jest liniową funkcją stanu i w wyrażeniach (2) i (3) wskaźnik ten należy pominąć [12].

3. ROZWIĄZANIE PROBLEMU SYNTEZY STEROWANIA OPTIMALNEGO

Ponieważ na sterowanie oraz wektor stanu nie nałożono żadnych ograniczeń, zatem do rozwiązania sformułowanego problemu zastosować można klasyczny rachunek wariacyjny [1,2,7,8]. Równania Eulera - Lagrange'a dla rozpatrywanego zadania przy uwzględnieniu nieskończonej górnej granicy całkowania będą miały postać [11,12]

$$T_i \dot{h}_i + h_i = 0 \quad (6)$$

dla $i = 1, 2, \dots, n$.

Z równań stanu (1) oraz z relacji (3) wynika, że

$$\dot{h}_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} [g_j(\underline{x}) u_j + f_j(\underline{x})] \quad (7)$$

dla $i = 1, 2, \dots, n$.

Po podstawieniu równań (3) i (7) do (6) otrzymuje się następujący układ równań

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} g_j(\underline{x}) u_j^* = - \sum_{j=1}^n c_{ij} [f_j(\underline{x}) + \frac{1}{T_i} x_j] \quad (8)$$

dla $i = 1, 2, \dots, n$, z którego można łatwo określić współrzędne wektora sterowania optymalnego $u_i^* = u_i^*(\underline{x})$, dla $i = 1, 2, \dots, n$. Należy przy tym pamiętać, aby w równaniach (2), (3), (6) ÷ (8) pominąć numery wskaźników i , dla których zachodzi równość (4).

Sterowanie optymalne $u_i^* = u_i^*(\underline{x})$, dla $i = 1, 2, \dots, n$, określone na podstawie warunków koniecznych ekstremum funkcjonau (2) można uważać za optymalne na podstawie istnienia minimum globalnego wskaźnika jakości (2) oraz jednoznaczności rozwiązania układu równań (8). Jednoznaczność rozwiązania układu równań (8) będzie zapewniona, jeżeli macierz kwadratowa $[c_{ij}]$ utworzona ze współczynników c_{ij} lewej strony układu równań (8) będzie nieosobliwa.

4. PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA

Przykład 1

W charakterze przykładu zastosowania proponowanej metody rozpatrzmy problem określenia sterowania optymalnego nieliniowego układu dynamicznego opisanego następującym układem równań

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= a_1 x_1 x_2^2 + a_2 u_2 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{a_3}{a_5 + a_6 x_1^2} x_1 x_2 x_4 + \frac{a_4}{a_5 + a_6 x_1^2} u_4 \end{aligned} \quad (9)$$

przy czym a_1, a_2, \dots, a_6 - stałe, dodatnie współczynniki, $\underline{u} = [u_2 \ u_4]^T$ - wektor sterowania.

Układ równań (9) reprezentuje uproszczony model matematyczny robota przemysłowego opisanego w [4].

W modelu tym, reprezentowanym w cylindrycznym układzie współrzędnych, x_1 - jest zmienną przesuwu ramienia robota, x_2 - prędkością tego przesuwu, x_3 - jest kątem obrotu ramienia robota, x_4 - prędkością kątową obrotu ramienia.

Zadaniem niech będzie wyznaczenie sterowania optymalnego w układzie zamkniętym zapewniającego minimum uogólnionego wskaźnika jakości (2) dla stanu początkowego

$$\underline{x}(0) = \underline{x}_0 \quad (10)$$

oraz końcowego

$$\underline{x}(\infty) = \underline{0} \quad (11)$$

Dla rozpatrywanego problemu nieliniowe funkcje f_i oraz g_i , $i = 1, 2, \dots, 4$, wynoszą odpowiednio

$$f_1 = 1, \quad f_2 = a_1 x_1 x_2^2, \quad f_3 = 1, \quad f_4 = - \frac{a_3 x_1 x_2 x_4}{a_5 + a_6 x_1^2}$$

$$g_1 = 0, \quad g_2 = a_2, \quad g_3 = 0, \quad g_4 = \frac{a_4}{a_5 + a_6 x_1^2}$$

Sterowanie optymalne $u_i^* = u_i^*(\underline{x})$ dla $i = 2, 4$ otrzymuje się po rozwiązaniu układu równań (8). Jednoznaczność rozwiązania będzie zapewniona, gdy

$$\begin{vmatrix} c_{22} & c_{24} \\ c_{42} & c_{44} \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\text{Jeśli przyjąć: } T_2 = T_4 = A \quad (12)$$

$$c_{23} = c_{24} = c_{41} = c_{42} = 0, \quad \frac{c_{21}}{c_{22}} = \frac{1}{A} \quad (13)$$

to sterowanie optymalne w układzie zamkniętym określone będzie wyrażeniami

$$u_2^* = -\frac{a_1}{a_2} x_1 x_2^2 - \frac{1}{a_2} \left(\frac{1}{A^2} x_1 + \frac{2}{A} x_2 \right) \quad (14)$$

$$u_4^* = \frac{a_3}{a_4} x_1 x_2 x_4 - \frac{a_5 + a_6 x_1^2}{a_4} \left(\frac{1}{A^2} x_3 + \frac{2}{A} x_4 \right)$$

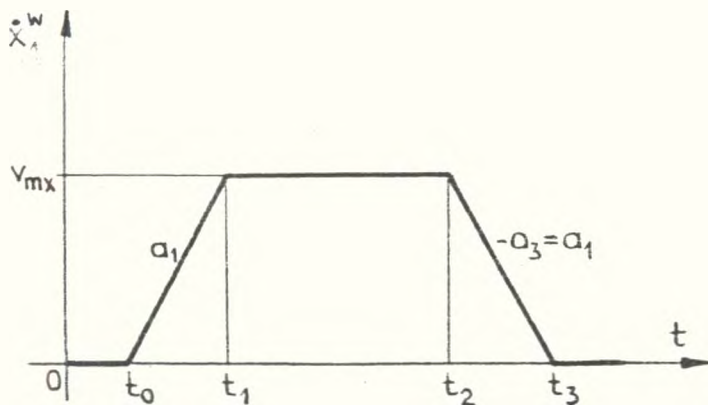
Zamknięty układ sterowania optymalnego opisany będzie następującym układem liniowych równań różniczkowych

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{A^2} x_1 - \frac{2}{A} x_2 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -\frac{1}{A^2} x_3 - \frac{2}{A} x_4 \end{aligned} \quad (15)$$

z warunkami brzegowymi (10), (11). Przez dobór jednakowych współczynników wagowych - zgodnie z (12) oraz współczynników c_{ij} - zgodnie z (13) uzyskuje się liniowy optymalny układ regulacji. Ponadto proces przejściowy ma charakter aperiodyczny krytyczny. Przez dobór wartości współczynnika wagowego A można uzyskać wymaganą dokładność regulacji rozpatrywanego robota.

Przykład 2

Rozpatrzmy instalację wyciągową, służącą do podnoszenia urobku węglowego o ciężarze G z podszycia (poziom O) na powierzchnię (poziom A) - rys. 1. Wymagany wykres jazdy tej maszyny przedstawiony jest na rys. 2. W chwili początkowej urobek znajduje się na poziomie O , a w chwili końcowej na powierzchni A . Maszyna wyciągowa napędzana jest silnikiem



prądu stałego. Określmy sterowanie optymalne minimalizujące uogólniony kwadratowy wskaźnik jakości o postaci

$$J = \int_0^{\infty} (z^2 + T^2 \dot{z}^2) dt \quad (16)$$

gdzie $z = -\frac{1}{T}e_1 - ae_2$, - uchyb zagregowany

$$e_1 = x_1^w - x_1 \quad - \text{uchyb połozenia} \quad (16a)$$

$$e_2 = x_2^w - x_2 = \frac{1}{a} \dot{e}_1 = \frac{1}{a} (\dot{x}_1^w - \dot{x}_1)$$

Wielkości te posiadają następującą interpretację: z - jest uchybem zagregowanym, e_1 - uchybem połozenia, ae_2 - uchybem prędkości, T - stałą czasową, x^w - wymaganym przebiegiem drogi jazdy naczynia rozpatrywanej instalacji wyciągowej.

Zadanie rozwiążemy dla przypadku sterowania prądowego oraz napięciowego silnika prądu stałego w układzie napędowym instalacji wyciągowej. W pierwszym przypadku dynamikę układu opisuje równanie

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = k_m i_a - M_0 \quad (17)$$

gdzie J_z - jest całkowitym zastępczym momentem bezwładności instalacji wyciągowej, k_m - stałą maszyny prądu stałego, i_a - prądem twornika tej maszyny, M_0 - momentem obciążenia silnika.

Zastępczy moment bezwładności określić można z bilansu energetycznego układu, tj.

$$J_z \frac{\omega^2}{2} = J \frac{\omega^2}{2} + \frac{G}{g} \frac{v^2}{2} \quad (18)$$

gdzie J - jest momentem bezwładności mas wirujących, $v = \dot{x}_1$, $\dot{\psi} = \omega = \frac{2}{D}v$, - prędkość kątowna wirnika, ψ - droga kątowna, D - średnica koła pędnego.

Moment obciążenia silnika wynosi [3,9]

$$M_0 = \alpha_0 G \frac{D}{2} + \alpha_1 \dot{x}_1 + \alpha_2 \dot{x}_1^2 \quad (19)$$

gdzie α_1 są stałymi.

Przyjmując zmienne stanu oraz sterowanie

$$\dot{x}_2 = \frac{2}{D} \dot{x}_1 \quad (20)$$

$$u = i_a \quad (21)$$

otrzymujemy równanie stanu układu w postaci

$$\dot{x}_1 = ax_2 \quad (22)$$

$$\dot{x}_2 = -a_0 - a_1x_2 - a_2x_2^2 + bu \quad (23)$$

przy czym

$$a = \frac{D}{2}, \quad a_0 = \alpha_0 \frac{GD}{2J_z}, \quad a_1 = \alpha_1 \frac{D}{2J_z}, \quad a_2 = \alpha_2 \frac{D^2}{4J_z}, \quad b = \frac{k_m}{J_z}$$

W przypadku sterowania napięciowego silnika prądu stałego napędzającego koło linowe dynamika układu dana jest równaniem

$$u_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + k_e \omega \quad (24)$$

Przyjmując, że indukcyjność twornika silnika jest bardzo mała, tj. $L_a \approx 0$ równanie to upraszcza się do postaci

$$i_a = \frac{1}{R_a} u_a - \frac{k_e}{R_a} \omega \quad (25)$$

Po przyjęciu zmiennych stanu identycznych jak poprzednio otrzymujemy następującą postać równania stanu

$$\dot{x}_1 = \frac{D}{2} x_2 \quad (26)$$

$$\dot{x}_2 = -a_0 - a_1 x_2 - a_2 x_2^2 + bu \quad (27)$$

gdzie $a = \frac{D}{2}$, $a_0 = \alpha_0 \frac{GD}{2J_z}$, $a_1 = \frac{2k_m k_e + \alpha_1 DR_a}{2R_a J_z}$, $a_2 = \alpha_2 \frac{D^2}{4J_z}$

$$b = \frac{k_m}{R_a J_z}$$

Równania stanu dla obydwu przypadków sterowania silnika mają jednakową strukturę. Różne są jedynie wyrazy macierzy stanu a_1 oraz b .

Do rozwiązania problemu syntezy sterowania optymalnego zastosujemy metodę minimalizacji uogólnionego wskaźnika jakości (16). Ponieważ postać równań stanu dla obydwu przypadków sterowań silnika, tzn. sterowania prądowego i napięciowego jest taka sama wyznaczenie tego sterowania można potraktować łącznie. Dla przyjętego wskaźnika jakości (16) można wykazać, że

$$\int_0^{\infty} (z^2 + T^2 \dot{z}^2) dt = \int_0^{\infty} (z + T\dot{z})^2 dt + Tz_0^2 \quad (28)$$

przy czym

$$z_0 = -\frac{1}{T} e_1(0) - a e_2(0) \quad (29)$$

jest zagregowanym uchybem początkowym.

Ponieważ wartość

$$J^* = Tz_0^2 \quad (30)$$

w relacji (28) jest stała, zatem uogólniony kwadratowy wskaźnik jakości (16) osiąga minimum globalne równe (30) przy spełnionym warunku

$$T\dot{z} + z = 0 \quad (31)$$

i $z(0)$ określonym przez (29).

Po podstawieniu (16a) do (31) i uwzględnieniu równań stanu (22÷23) lub (26÷27) oraz prostych przekształceniach otrzymuje się sterowanie optymalne określone zależnością

$$u^* = \frac{1}{b} \left(\frac{1}{aT^2} e_1 + \frac{2}{aT} \dot{e}_1 + \frac{1}{a} \ddot{x}_1^w + a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 \right) \quad (32)$$

Zamknięty układ sterowania optymalnego opisany jest równaniem różniczkowym

$$T^2 \ddot{e}_1 + 2T \dot{e}_1 + e_1 = 0 \quad (33)$$

Układ ten jest liniowy. Sterowanie optymalne skompensowało nieliniowość obiektu. Algorytm określający sterowanie optymalne jest kompensacyjnym-powodującym linearyzację zewnętrzną obiektu. Zamknięty układ sterowania optymalnego (33) jest ponadto globalnie asymptotycznie stabilny. Wadą algorytmu kompensacyjnego jest konieczność dokładnej znajomości modelu matematycznego obiektu. Wadę tę w niektórych przypadkach można usunąć przez iteracyjne określenie sterowania optymalnego. W rozważanym przypadku przedstawmy równanie (32) w formie

$$\underbrace{-a_0 - a_1 x_2 - a_2 x_2^2 + bu}_{\dot{x}_2 = a^{-1} \ddot{x}_1} = \frac{1}{aT^2} e_1 + \frac{2}{aT} \dot{e}_1 + \frac{1}{a} \ddot{x}_1^w$$

lub

$$F(u) = 0 \quad (33)$$

$$F(u) = -\frac{1}{aT^2} e_1 - \frac{2}{aT} \dot{e}_1 - \ddot{e}_1 \quad (34)$$

Sterowanie optymalne można określić na podstawie równania (33) jako stabilne rozwiązanie równania całkowego o postaci

$$u(t) = -\lambda \int_0^t F(u) d\tau \quad (35)$$

gdzie λ jest dodatnim współczynnikiem, którego wartość określa szybkość zbieżności $u(t)$ dla $t \rightarrow \infty$ do sterowania optymalnego u^* . Jego wartość powinna być tak dobrana, żeby szybkość obliczania sterowania optymalnego u^* była co najmniej o rząd wielkości wyższa od szybkości procesu sterowania. Podstawiając (34) do (35) oraz dokonując odpowiednich przekształceń otrzymuje się przykładowo

$$u^* = \lambda \int_0^t \left(\frac{1}{T^2} e_1 + \frac{2}{T} \dot{e}_1 + \ddot{e}_1 \right) d\tau$$

Sterowanie to jest optymalne dla $t \rightarrow \infty$

Można również otrzymać i inne postacie równoważnych algorytmów iteracyjnych, tj.:

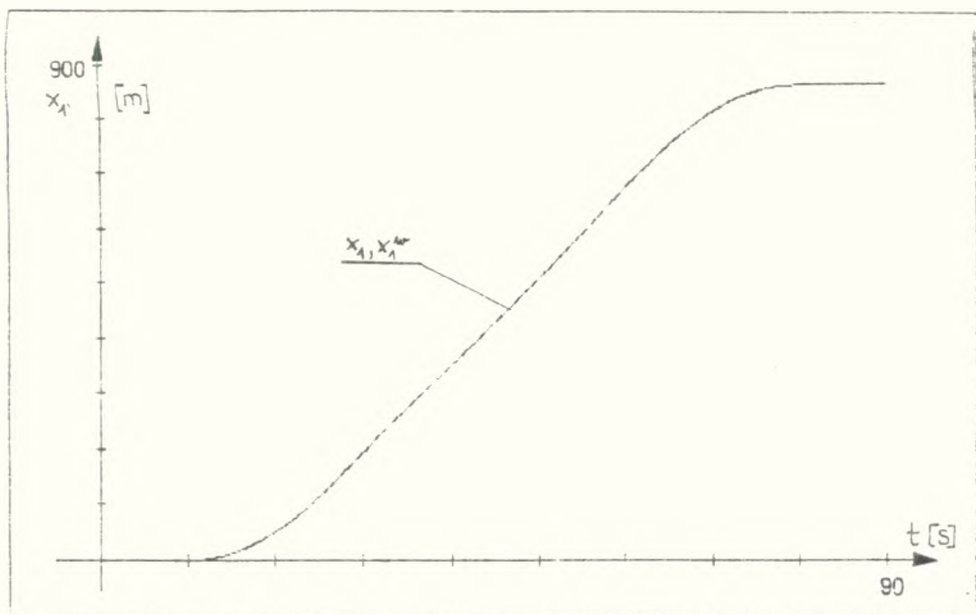
$$u^* = \lambda \left\{ \frac{1}{T^2} \int_0^t e_1 d\tau + \frac{2}{T} [e_1 + e(0)] + \dot{e}_1 + \dot{e}_1(0) \right\} \quad (36)$$

$$u^* = \lambda \left\{ \int_0^t \left(\frac{1}{T^2} e_1 + \frac{2}{T} \dot{x}_1^w + \ddot{x}_1^w \right) d\tau - \frac{2}{T} [x_1 - x_1(0)] - \dot{x}_1 - \dot{x}_1(0) \right\} \quad (37)$$

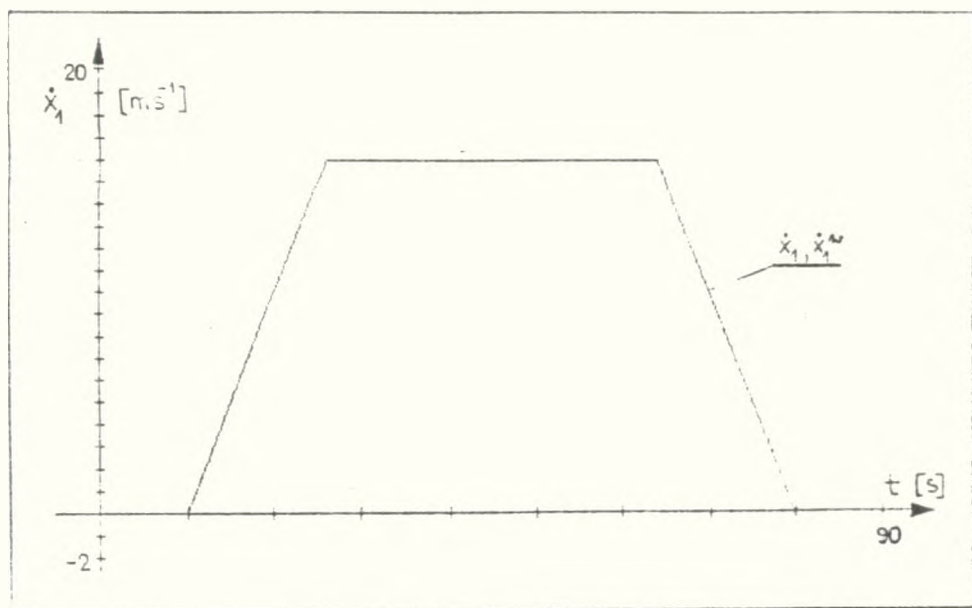
Algorytm (36) odpowiada standardowej postaci regulatora PID. Algorytm (37) wygodny jest w tych przypadkach, gdy znana jest pochodna zadanej trajektorii stanu. Należy zwrócić uwagę, że aby przy sterowaniu uniknąć gwałtownych zmian stanu początkowa wartość sterowania utrzymującego stan równowagi na początku jest równa

$$u_0 = \frac{a_0}{b}$$

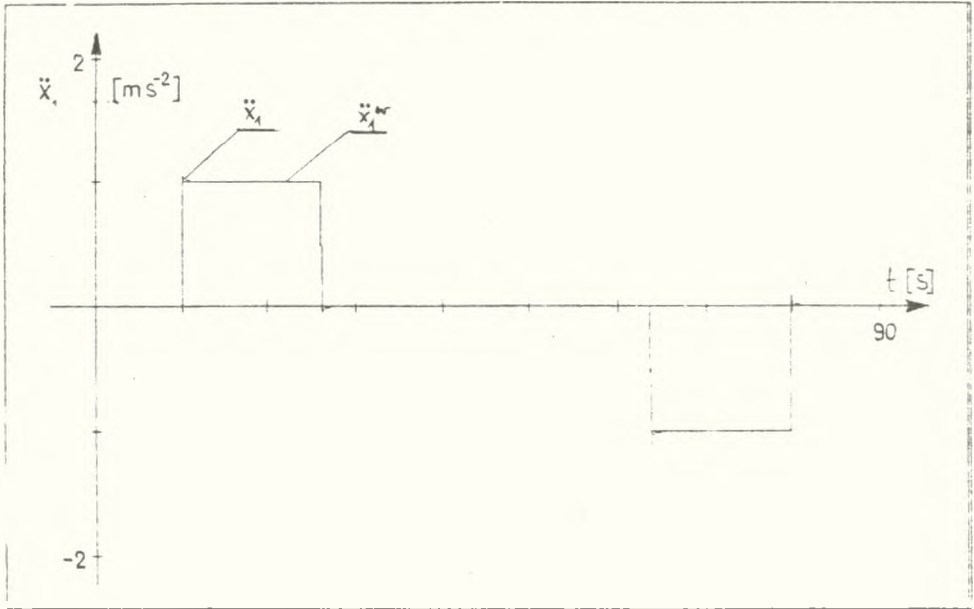
przy $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$.



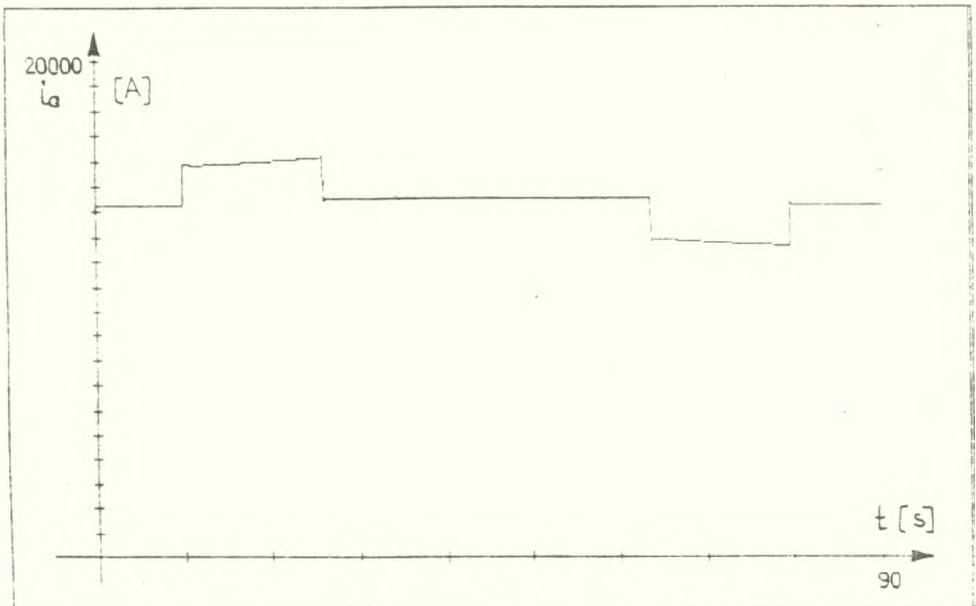
Rys. 3



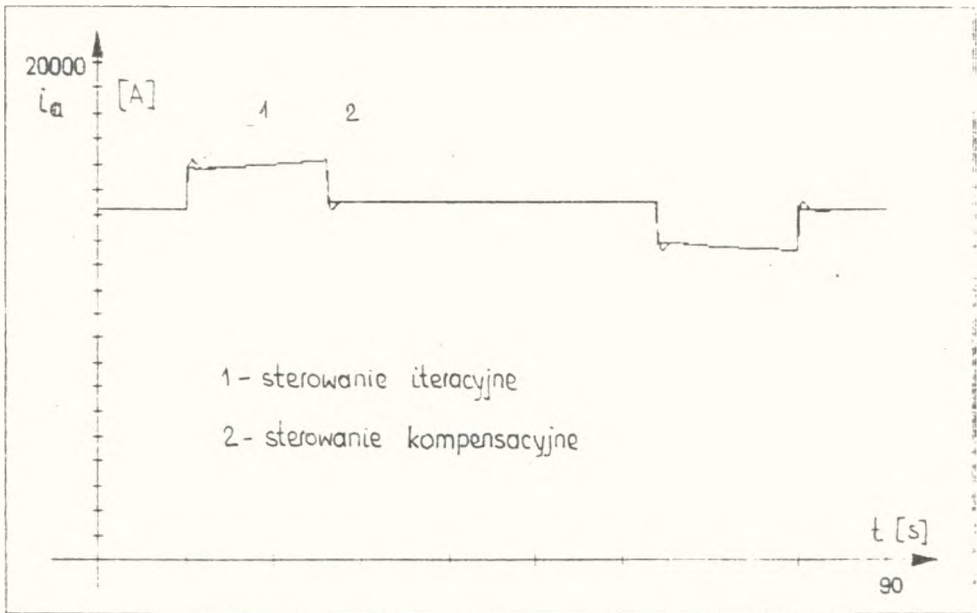
Rys. 4



Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7

Przeprowadzone rozważania analityczne zostały sprawdzone metodą symulacji cyfrowej na komputerze IBM PC przy zastosowaniu programu symulacyjnego SIPRO opracowanego w katedrze ATR w VSB w Ostrawie [13]. Przyjęto parametry $T = 1s$, $t_0 = 10s$, $G = 500 \cdot 10^3 N$, $J_z = 239 \cdot 10^3 kgm^2$, $a = 2m$, $a_0 = 4,44s^{-2}$, $a_1 = 6,28 \cdot 10^{-3} s^{-1}$, $a_2 = 0,837 \cdot 10^{-3}$, $b = 0,312 \cdot 10^{-3} s^{-2} A^{-1}$. Kompensacyjne sterowanie optymalne (prądowe) określone jest wyrażeniem (32). Otrzymane przebiegi x_1 , \dot{x}_1 , \ddot{x}_1 przedstawione zostały na rys. 3, 4, 5. Na tych samych rysunkach dla porównania wykreślono zadane przebiegi x_1^w , \dot{x}_1^w , \ddot{x}_1^w . Na rysunkach tych widać, że uzyskane przebiegi są zgodne z przebiegami zadanymi. Rys. 6 przedstawia przebieg sterowania optymalnego $u^* = i_a$ dla $\lambda = 10\ 000$. Przebiegi zmiennych x_1 , x_1^w oraz \dot{x}_1 , \dot{x}_1^w przedstawione na rys. 3, 4 są prawie takie same.

Bardziej widoczna jest różnica między przebiegami \ddot{x}_1 i \ddot{x}_1^w (rys. 5). Na rys. 7 porównano sterowanie iteracyjne ze sterowaniem kompensacyjnym. Z rysunku tego wynika, że różnice są nieznaczne.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawiona w pracy metoda rozwiązania problemu syntezy sterowania optymalnego przy uogólnionym kwadratowym wskaźniku jakości, oparta na wprowadzeniu zmiennych agregowanych, może mieć zastosowanie dla stosunkowo szerokiej klasy nieliniowych układów dynamicznych. Zaletą tej metody jest fakt, że uzyskany według przedstawionej strategii optymalizacyjnej optymalny układ regulacji jest liniowy, co w zasadniczy sposób ułatwia osiągnięcie stabilności asymptotycznej, wymaganego czasu regulacji, częściowej, a w niektórych przypadkach nawet całkowitej niezależności zmiennych stanu. Sterowanie optymalne można określić przy pomocy zaprezentowanej metody łatwo i szybko, bez długich i żmudnych obliczeń iteracyjnych, co stanowi bardzo ważną zaletę w przypadku sterowania optymalnego danego układu dynamicznego w czasie rzeczywistym.

LITERATURA

- [1] E l s g o l c L.E.: Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Изд. Наука, Москва 1969.
- [2] K o l e s n i k o w A.A.: Последовательная оптимизация нелинейных агрегированных систем управления. Изд. Энергоатомиздат, Москва 1987.
- [3] K o n s t a n t i n e s c u I.N., B o l o g R.K.: Оптималное управление подкомными установками с группой

generator - dwigatiel. Sb. vědeckých prací VSB Ostrava, 1/1975, s. 165-175.

- [4] L o g a n J.D.: Invariant variational principles. Academic Press, In Inc., New York-San Francisco-London 1977.
- [5] N e u m a n P.: Optimální řízení průmyslového robota. Automatizace nr 6, 1980, s. 152-156.
- [6] R o j t e n b e r g J.N.: Teoria sterowania. PWN, Warszawa 1978.
- [7] S i n g h M.G., T i t l i A.: Systems: Decomposition, Optimisation and Control. Pergamon Press, Oxford-New York-Toronto-Sydney-Paris-Frankfurt 1978.
- [8] S p i r a l L., O v s j a n i k o v V.: Optimalizace průmyslových regulačních obvodů. SNTL/Alfa, Praha 1982.
- [9] S z k l a r s k i L. (red.): Elektryczne maszyny wyciągowe cz. I, cz. II. Wyd. Nauk. AGH, Kraków 1987.
- [10] S z k l a r s k i L., J a r a c z K., H o r o d e c k i A.: Electric drive systems dynamics. Selected problems. Elsevier - PWN, Amsterdam-Oxford-New York-Tokyo-Warszawa 1990.
- [11] S z k l a r s k i L., J a r a c z K., V í t e č e k A.: Optymalizacja układów napędowych. PWN, Warszawa 1989.
- [12] W e i h r i c h G.: Optimale Regelung linearer determinischer Prozesse. R. Oldenbourg Verlag, München-Wien 1973.
- [13] V í t e č e k A. i inni: Simulace dynamických systémů na osobním počítači řady IBM PC. Pr. bad. VSB Ostrava, X-01-05-07/7 1990.

- [14] V í t e ě k A.: Sintez optimalnogo upravlenija pri pomoszczi agregirovannyh peremennyh. Mat. Konf. ICAMC'88, Warne 1988, sekcija 1, s. 37-38.
- [15] V í t e ě k A.: Návrh optimálního řízení při zobecněném účelovém kvadratickém funkcionálu. Mat. Konf. XIII. semináře ASR'89, Ostrava 1988, s. 150-152.
- [16] V í t e ě k A.: Návrh optimálního řízení dynamic-
kých systémů při pomoci agregovaných proměnných. Stro-
jirenstvi 4/1990 s. 206-209.
- [17] Z i e l i ň s k a J., J a r a c z K.: Zastosowanie metod dekompozycji i agregacji w badaniu stabilności systemów złożonych, w: Rocznik Nauk.-Dydakt. WSP w Krakowie, Prace Techniczne III, Kraków 1985, s. 119-133.