ROCZNIK NAUKOWO-DYDAKTYCZNY WSP W KRAKOWIE
Zeszyt 172 *Prace Pedagogiczne XVII* 1995

Renata Czernecka-Holender
Barbara Nawolska, Aleksandra Urbańska

O arytmetycznych zadaniach tekstowych w nauczaniu początkowym matematyki

Rozwiązywanie zadań jest głównym elementem procesu uczenia się matematyki. Przy tym „...nie jest obojętne, jakie zadania uczeń rozwiązuje. [...] Uczeń tworzy sobie taką koncepcję matematyki, jaką mu się ukazuje przez pryzmat rozwiązywanych przez niego zadań"[1].

W tradycyjnej dydaktyce rozwiązywano zadania podzielone według typów, wyznaczonych przez wspólny schemat rozwiązania. W takiej sytuacji uczeń stosował typowe schematy do rozwiązywania typowych zadań. Postępowanie to nie dawało umiejętności rozwiązywania dowolnych zadań, nie prowadziło do wszechstronnego rozwoju rożnych aktywności matematycznych, a w szczególności postawy twórczej.

A przecież „trafne zadanie, postawione uczniom jako sytuacja problemowa – to często najlepsza motywacja wprowadzanych pojęć lub inspiracja odkrywania pewnych związków między liczbami i działaniami, [...] należycie dobrane zadania tekstowe pokazują siłę i użyteczność rozumowań matematycznych"[2].

Rozumowań matematycznych uczymy się rozwiązując różnorodne zadania, a więc nie tylko zadania typowe, których głównym celem jest operatywne opanowanie pojęć, utrwalenie wiadomości, wykształcenie sprawności, ale również zadania nietypowe, sprzyjające twórczej postawie ucznia.

W początkach edukacji matematycznej nie można nie doceniać roli nietypowych artymetycznych zadań tekstowych.

Arytmetyczne zadanie tekstowe jest to zadanie, w którym można wyodrębnić następujące elementy, istotne z matematycznego punktu widzenia, składające się na strukturę zadania tekstowego:

---

[1] Krygowska Z., *Zarys dydaktyki matematyki*, część 3, Warszawa 1980, s. 3.

[2] Gleichgewicht B., *Arytmetyczne zadania tekstowe dla nauczycieli klas 1–4*, Warszawa 1988, s. 3.

a) pewne liczby lub wielkości dane;

b) pewne liczby lub wielkości nieznane;

c) jeden lub więcej związków arytmetycznych między liczbami występującymi w zadaniu (danymi i nieznanymi);

d) polecenie znalezienia pewnej wskazanej liczby lub wielkości (lub kilku z nich, niekoniecznie wszystkich); taka liczba lub wielkość nazywa się szukaną [wg Z. Semadeniego].

Nietypowość arytmetycznych zadań tekstowych może tkwić w:

a) danych – ich deficycie, sprzeczności lub nadmiarze;

b) braku jednoznacznego rozwiązania – np. braku lub wielości odpowiedzi;

c) sformułowaniu polecenia odmiennym od tradycyjnego pytania „...ile...?" – np. wybierz, sprawdź, uzasadnij, oceń;

d) braku bezpośredniego związku z opracowywanymi w danym okresie treściami programowymi;

e) nieschematyczności rozwiązania [wg Z. Semadeniego].

Tego typu zadania zaproponowałyśmy 98 uczniom klas trzecich kilku szkół krakowskich, a także 30 nauczycielom – studentom studiów zaocznych kierunku nauczanie początkowe w krakowskiej WSP. Nauczyciele ci ukończyli w ramach swoich studiów kurs matematyki. Badania przeprowadzono w I półroczu '90 r. Chciałyśmy się przyjrzeć, jak uczniowie radzą sobie z zadaniami nietypowymi, a jak przyjmują te zadania nauczyciele; jak jedni i drudzy matematyzują je i rozwiązują.

W badaniu użyto ośmiu zadań, z których wybieramy do omówienia tylko trzy reprezentatywne z różnych względów. Każde z nich poprzedzamy krótką matematyczną analizą, która pozwala dostrzec różne subtelności tkwiące w pozornie prostym, banalnym zadaniu arytmetycznym.

Zadanie 1. *W skarbonce Agatki jest 6 monet, razem 42 złote. Jakie to mogą być monety?*

Jest to zadanie nietypowe z trzech powodów:

– istnieje duża liczba rozwiązań,

– brak typowego schematu arytmetycznego (wzoru, równania),

– dane występują w formie jawnej (kwota, liczba monet) i ukrytej (nominały polskich monet); nie występuje liczba szukana.

Wszystkie te powody sprawiają rozwiązującemu trudności. Trzeba mieć świadomość, że pytanie „jakie mogą?" sugeruje istnienie wielu możliwości rozwiązania i wymaga rozważenia wszystkich. Brak gotowego schematu wymusza utworzenie racjonalnego sposobu kodowania wszystkich możliwości. Istnienie danej ukrytej ogranicza narzucający się schemat arytmetyczny.

Związek między danymi (kwota 42 zł, liczba monet 6, nominały monet) w języku matematycznym wyraża się przez rozkład liczby 42 na sześć składników, które należą do zbioru (0,50; 1; 2; 5; 10; 20). Nie możemy użyć składników większych lub równych 50, ponieważ przekraczają zadaną kwotę 42; nie możemy też rozłożyć tej liczby z użyciem składników mniejszych niż 0,50, bo wtedy przekroczymy ich zadaną liczbę (na przykład, aby otrzymać 1, trzeba dodać aż pięć składników równych 0,20, a szósty składnik nie może być równy 41).

Możliwe rozkłady liczby 42 wypiszmy w zorganizowany sposób, poczynając od tych, które zawierają największą liczbę składników największych:

42 = 20 + 20 + 0,50 + 0,50 + 0,50 + 0,50
42 = 20 + 10 + 10 + 1 + 0,50 + 0,50
42 = 20 + 10 + 5 + 5 + 1 + 1
42 = 20 + 5 + 5 + 5 + 5 + 2
42 = 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1
42 = 10 + 10 + 10 + 5 + 5 + 2.

Zadanie to było trudne dla uczniów i nikt nie rozwiązał go w pełni prawidłowo, nie podał przynajmniej kilku możliwości wypłacenia kwoty 42 złotych przy pomocy 6 monet. Około 45% uczniów podało jeden poprawny sposób, pozostali nie poradzili sobie z zadaniem.

Większość uczniów rozwiązywała zadanie, usilnie poszukując typowego schematu arytmetycznego i wykonała dzielenie 42 : 6. Po otrzymaniu wyniku 7 dzieci w różny sposób kontynuowały pracę nad zadaniem:

– W większości nie zauważyły żadnej sprzeczności z rzeczywistością i odpowiedziały: *Są to monety 7-złotowe*.

– Były takie dzieci, które zauważyły sprzeczność i wtedy albo:

a) stwierdziły, że zadania nie można rozwiązać;

b) rozmieniły każdą 7-złotówkę („bo nie istnieją monety siedmiozłotowe") na pięcio- i dwuzłotówkę, pomijając w ten sposób daną w zadaniu liczbę monet;

c) porzuciły wykonane działanie 42 : 6 i metodą prób i błędów doszły do jednego poprawnego przykładu rozwiązania.

Natomiast Marcin zamienił rozwiązanie na następujące: *8 · 5 zł = 40 + 2 zł* Odp. *To są monety 8 monet po 5 złotych i 1 moneta po 2 złote*; w którym niestety nie uwzględnił liczby monet (oraz użył nieprawnie znaku równości).

Uwzględnienie wszystkich danych (w postaci jawnej i ukrytej) sprawiło kilku uczniom sporo trudności i prowadziło do różnych błędów.

– Większość z nich pominęła liczbę monet, na przykład:

20 + 5 + 5 + 10 + 2 = 42 Odp. *To są monety* 20,5,5,10,2.;
10 zł + 10 zł + 5 zł + 5 zł + 2 zł + 2 zł + 2 zł + 2 zł + 2 zł + 1 zł + 1 zł;
8 · 5 zł = 40 + 2 zł

– Ania natomiast pominęła nominały, a następnie pomyliła liczbę monet z ich wartością:

Są to monety: 6-złotowe, 9-złotowe, 8-złotowe, 8-złotowe, 6-złotowe, 5-złotowe. Razem wszystkich monet jest 42.

– Byli też tacy, którzy nie uwzględnili ani nominałów, ani liczby monet:

Krzyś napisał: *Agatka ma w skarbonce* 31 + 11 = 42.

Zosia popełniła dodatkowo błąd w dodawaniu i podała rozwiązanie: *W skarbonce miała tak*: 10,2,4,9,15 *to jest* 42.

Kilku uczniów nawet nie próbowało analizować treści, ograniczając się do „byle jakich" obliczeń z wykorzystaniem danych z zadania. Uczniowie ci podali rozwiązania, których nie można zaszeregować do żadnego wcześniej wyróżnionego typu. Pisali na przykład:

6 · 42 = 256 odp. *Te monety to są* 256 (błąd w mnożeniu),
42 + 6 = 48 odp. *To mogą być* 48 *monet*,
42 · 6 = 252 odp. *Te monety razem jest* 252,
42 - 6 = 36 odp. *Monet jest razem* 36.

Uczniowie ci zauważają jedynie, że trzeba wykonać jakieś działanie na danych liczbowych, by uzyskać liczbową odpowiedź.

Ciekawym tego przykładem jest praca Basi, która napisała: Pyt. *To mogą być monety*: 10 zł, 20 zł, 50 zł. dział. 6 zł + 6 zł + 6 zł + 6 zł + 6 zł = 30 zł, po czym wszystko przekreśliła i pisała dalej:

Pyt. *To mogą być monety*: 6 zł + 5 zł + 10 zł + 20 zł
dział. (6 + 5) + 10 = 21 zł + 5 zł = 66 zł
Odp. *W skarbonce mieści się monet 42 złotych.*

Być może Basia szukała rozwiązania metodą prób i błędów, odwołując się do konkretnej sytuacji. W trakcie poszukiwań uwzględniała jedne fakty (nominały), potem je pomijała, a uwzględniała inne (szukała sumy). Po dłuższej pracy zapominała o warunku zawartym w zadaniu.

Znamienna jest praca Joli, która po wykonaniu dzielenia 42 : 6 pisała: *Były to monety 7-złotowe*, a pod spodem ułożyła równanie:

6 + x = 42
x = 42 - 6
x = 26
6 + 26 = 42 i pozostawiła bez komentarza.

Jola wypełniła rytuał układania i rozwiązywania równań łącznie z etapem tzw. sprawdzenia, zrobiła to jednak automatycznie i nie zauważyła nawet popełnionych błędów (równanie nie odpowiada treści zadania, niepoprawny jest wynik odejmowania).

Nauczyciele byli zaskoczeni nietypowością powyższego zadania, odpowiadając na pytanie *Jakie to mogą być monety?* podali w większości kilka przykładów, które udało się im znaleźć. Nie poszukiwali ich jednak w sposób zorganizowany, nie zasygnalizowali również, że istnieje ich więcej niż wypisali. Tylko kilka osób napisało, że podane przez nie rozwiązanie nie wyczerpuje wszystkich możliwości, a jedna wymieniła wszystkie poprawne przykłady, niestety, razem z błędnymi.

U pojedynczych osób pojawiły się próby zapisania rozwiązania przy pomocy wzoru (42 : 6 = 7) lub ułożenia równania („x – oznacza jakie monety?").

Różnorodność danych sprawiła trudność kilku osobom. Podały one wśród poprawnych przykładów kilka błędnych, gdyż zapominały w trakcie rozwiązywania zadania albo o liczbie monet, albo o kwocie, albo o nominałach monet (1 osoba), albo o obydwu danych liczbowych na zmianę (1 osoba).

Jak widać, zadanie to, choć dotyczące codziennej sytuacji konkretnej, zawiera pewne pułapki myślowe. W kilku pracach nauczycielskich pojawiły się takie same błędy, jak w pracach uczniowskich. Trudności przeżywane podczas rozwiązywania tego zadania, błędy popełnione mimo posiadanej wiedzy, uświadomiły nauczycielom sytuację, w jakiej znajduje się uczeń rozwiązujący zadanie.

Zadanie 2. *Na przyjęciu imieninowym Ani będzie ona i jej koleżanki. Ania planuje kupić dla każdej osoby po 2 pączki. Wie, że są one po 15 złotych za sztukę. Ile będą kosztowały pączki?*

Jest to zadanie nietypowe ze względu na deficyt danych (brak liczby zaproszonych koleżanek), nie można jednoznacznie odpowiedzieć na zawarte w zadaniu pytanie (podać wyrażonej konkretną liczbą kwoty), chociaż sformułowanie pytania sugeruje istnienie takiej odpowiedzi.

Gdyby w zadaniu tym podano liczbę koleżanek Ani, stałoby się ono zadaniem typowym, które można zanalizować następująco:

liczba osób: liczba koleżanek + 1 (Ania)
liczba pączków: liczba osób · 2
koszt pączków: liczba pączków · cena jednostkowa.
To prowadzi do wzoru:
[(liczba koleżanek + 1) · 2] · 15 = koszt pączków.

Z treści zadania możemy wnosić jedynie, że będą co najmniej dwie koleżanki (bo użyto liczby mnogiej), a więc razem z Anią co najmniej trzy osoby. Zatem koszt pączków wyniesie co najmniej 90 złotych (Wraz ze wzrostem liczby koleżanek koszt wzrośnie o kolejne wielokrotności liczby 30: tzn. wyniesie 120 lub 150 lub 180 itd.).

Połowa uczniów rozwiązujących to zadanie zauważyła brak danych. Pisali oni na przykład:

Nie da się, bo nie wiemy, ile trzeba pączków.

Tego nie da się rozwiązać, bo nie wiemy, ile będzie dziewczynek na przyjęciu.

Nie da się rozwiązać, bo jest za mało danych.

Kilkoro, zdając sobie sprawę z braku danych, próbowało je samodzielnie uzupełnić, przyjmując dodatkowe założenia.

Jedni, nie godząc się z brakiem danych, dokładali liczbę koleżanek, na przykład:

5 koleżanek będzie u Ani 15 · 5 = 75 · 2 = 145. (Znów nadużycie znaku równości).

Ania wyda 150 złotych za 5 koleżanek.

1 + 6 = 7 · 2 = 14, 14 · 15 = 84 Odp. *Pączki będą kosztowały 84 złote.* (Przyjęto liczbę 6 koleżanek, niewłaściwie użyto znaku równości, popełniono błąd rachunkowy).

Inni określali kwotę, jaką Ania przeznacza na planowane przyjęcie lub zauważali jej brak, na przykład:

Ania ma 100 złotych 2 · 3 = 6, 6 · 15 = 90 Odp. *Wystarczy dla trzech osób.*

Nie ma danych, ile miała pieniędzy.

20% dzieci zapisało wzór: 2 · 15 = 30.

Część z nich opatrzyła go odpowiedzią:

Wszystkie pączki będą kosztowały 30 złotych.

2 pączki będą kosztowały 30 złotych.

Zapłaciła za pączki 30 złotych.

Prawdopodobnie nie dostrzegły one nietypowości tego zadania, starały się wykorzystać wszystkie dane. Ale możliwe też, że dzieci te przyjęły, iż są w stanie obliczyć tylko koszt pączków dla jednej osoby, więc go obliczyły.

Pozostałe komentowały powyższy wzór nieco inaczej:

Kupi 30 pączków.

Ania za pączki zapłaci 30 złotych jedna sztuka.

Około 15% uczniów wypisało bardzo dziwne, niezrozumiałe rachunki, na przykład:

15 - 2 = 13 Odp. *Pączki będą kosztować* 13 *złotych*. (Żonglowanie danymi z zadania).

15 + 2 = (17 + 2) + 15 = 34 Odp. *Ania zapłaciła* 34 *złote*.

15 - 1 = 14 : 2 = 7   7 · 15 = 105 + 105 = 210 + 30 = 240.

(Wielokrotne żonglowanie danymi z zadania, niewłaściwie użyty znak równości).

15 + 15 = 30 Odp. *Ania musi kupić pączki za* 10 *i* 20 *złotych*. (Czyżby wpływ zadania poprzedniego?)

15 · 2 = x   2 · x = 15   x = 15 : 2   x = 7 1/2.

(Usilne próby rozwiązania zadania przy pomocy równania).

Pozostali uczniowie nie podjęli próby rozwiązania zadania.

Wszyscy nauczyciele zauważyli w treści zadania brak danej liczbowej. Część poprzestała na stwierdzeniu tego faktu.

Większość kontynuowała rozwiązywanie zadania, próbując ułożyć do niego równanie, na przykład:

[(x + 1) · 2] · 15,   x – *liczba koleżanek*. (Nie jest to równanie).

x = 2 · 15 + 2 · 15 · n, n – *liczba koleżanek*. (Jest to równanie z dwiema niewiadomymi).

[(1 + x) · 2] · 15 = x,   x – *cena pączków będzie wiadoma i możliwa do obliczenia, jeżeli będziemy znać ilość koleżanek Ani – zadanie nietypowe*. (W rzeczywistości x oznacza w tym równaniu jednocześnie liczbę koleżanek i koszt pączków. Popełnione błędy spowodowane są niezrozumieniem roli zmiennych).

Dwie osoby nie pogodziły się z brakiem danych. Jedna podstawiała w równaniu za x kolejne wartości (1,2,3,4,...), a druga przyjęła od początku, że przyjdzie 5 koleżanek i przy tych uzupełnionych danych rozwiązała zadanie.

Kilka osób poczyniło uwagę o braku danych, a następnie obliczyło koszt pączków dla jednej osoby.

Zadanie 3. *Ewa miała 200 zł. Kupiła dwa zeszyty po 80 zł każdy i gumkę za 60 zł. Ile dostała reszty?*

Zadanie to jest nietypowe ze względu na sprzeczność danych. Ewa nie mogła wydać większej kwoty niż posiadała i dodatkowo otrzymać resztę. Informacja ta nie występuje jednak jawnie, jest tylko konsekwencją pozostałych danych. Sytuację zaciemnia jeszcze pytanie: „Ile dostała reszty?". Z tego powodu zadanie sprawia wrażenie typowego.

W omawianym zadaniu można wyizolować i wyrazić w języku matematycznym związek między danymi i niewiadomą. Narzuca się następujący (zazwyczaj łączący się z zadaniami „o kupowaniu") arytmetyczny model tego zadania:

posiadana kwota – koszt zakupów = reszta.

Po podstawieniu do tego wzoru wymienionych w zadaniu danych liczbowych otrzymujemy równość:

$200 - (2 \cdot 80 + 60) = 200 - 220 = -20$,

przy czym wartość „-20" interpretujemy jako brak dwudziestu złotych na wymienione w zadaniu zakupy.

Większość badanych dzieci posłużyła się tym modelem. Wykonując obliczenia, natrafiły na przeszkodę typu arytmetycznego (jak poradzić sobie z działaniem 200 - 220?).

Różnie radziły sobie z tą trudnością:

– Jedne umiały wykonać odejmowanie 200 - 220 = -20 i odpowiadały *Ewie zabrakło 20 złotych*.

– Inne kontynuowały rachunki do momentu otrzymania wyrażenia 200 - 220 i usiłowały w różny sposób zapisać wynik, na przykład:

Grzegorz zapisał obliczenia ... = 200 - 220 = ? i odpowiedź *Tego zadania nie da się rozwiązać, bo Ewie zabrakłoby* 20 *złotych i nie mogłaby kupić gumki albo jednego z zeszytów*.

Magda napisała ... = 200 - 220 = 0 - 20. Odp. *Zabrakło* 20 *zł*.

Wojtek liczył: $200 - (2 \cdot 80) = 40$, 40 - 60. Odp. *Zabraknie* 20 *złotych*. Uczniowie ci poprawnie zinterpretowali sens powyższej różnicy, choć nie znali liczb ujemnych.

Kilkunastu uczniów przyjęło, że wynikiem rozważanego odejmowania jest liczba zero, odpowiedziało natomiast: *Ewie zabrakło* 20 *złotych*. Wykazali oni głęboką intuicję w rozumieniu działania odejmowania przez „rozciągnięcie" go na dowolne liczby naturalne. (W arytmetyce istnieje działanie zwane odejmowaniem ograniczonym, w którym odejmuje się liczbę większą od mniejszej do momentu wyczerpania mniejszej, np. 9 - 7 = 2, 7 - 9 = 0, 220 - 200 = 20, 200 - 220 = 0). Następnie poprawnie skomentowały otrzymany wynik jako brak dwudziestu złotych.

Wśród rozwiązań dzieci pojawiła się również propozycja odejmowania 200 - 220 = 20 uzupełniona jednak poprawną odpowiedzią *Ewie zabrakło 20 złotych*. Tylko Darek sądził, że otrzymany wynik oznacza resztę.

Niektóre dzieci posłużyły się inną wersją arytmetycznego modelu zadania:

koszt zakupów – posiadana kwota = deficyt gotówki.

Pisały one 220 - 200 = 20 Odp. *Ewie zabrakło* 20 *złotych*.

Były również dzieci, które porównywały obliczony koszt zakupów z kwotą posiadaną przez Ewę i stąd poprawnie wnioskowały, *że Ewie zabrakło* 20 *złotych*. Oto kilka przykładowych rozwiązań tego typu:

Dominika: 2 · 80 + 60 = 220, $200 < 220$, Odp. *Ewa musi dopłacić* 20 *złotych*.

Magda wyczerpująco zanalizowała warunki zadania: *Ewa miała* 200 *złotych, zakupy kosztują* 220. *Ewa nie dostanie reszty, ponieważ rzeczy te są za drogie, nie wystarczy jej pieniążków, rzeczy kosztują więcej pieniędzy niż ma Ewa*.

Kamila opis wyobrażonej sytuacji uzupełniła zapisem arytmetycznym, który dobrze rozumiała mimo występujących w nim usterek: *Ewa nie dostała reszty dlatego, że jej jeszcze brakowało* 160 + 60 *jest* 220.

Około 60% dzieci poradziło sobie z tym zadaniem.

15% dzieci podało błędną odpowiedź, wynikającą z pomyłek rachunkowych, dzięki którym ominęło główną trudność zadania (nie pojawiła się sprzeczność danych). Pisały one na przykład:

200 - (2 · 80 - 1 · 60) = 200 -(160 - 60) = 200 -100 = 100
200 - (2 · 80 + 60) = 200 - (160 + 60) = 200 - 100 = 100.

Wiele odpowiedzi (około 25%) świadczyło o niezrozumieniu treści zadania:

Filip prawdopodobnie odjął od kwoty 200 zł wszystkie dane dotyczące zakupów (80 zł, 60 zł, 2 zeszyty), co zapisał następująco:

```
200
 80
 60
  2
-----
 58
```

Aneta napisała: 200 · (2 · 80 + 60) = 200 + 180 + 60 = 440. Odp. *Ewa dostała* 440 *złotych reszty.*

Nauczyciele rozwiązujący to zadanie w większości rozpoznali w nim zadanie nietypowe. Niektórzy z nich nie chcieli przyjąć go w tej formie i proponowali zmianę pytania, albo danych liczbowych, to znaczy dążyli do tego, by uczynić z niego zadania typowe.

Prawie wszyscy stwierdzili, że Ewie zabrakło gotówki na zakupy. Część posłużyła się schematem

"200 - [(2 · 80) + 60] = " a część porównywała kwotę posiadaną przez Ewę z kosztem zakupów (200 < 220), albo obliczała brakującą kwotę (220 - 200 = 20).

Nauczyciele wyraźnie unikali wykonania odejmowania liczby większej od mniejszej (200 - 220 =), zazwyczaj przerywali w tym miejscu obliczenia i zmieniali taktykę na jedną z wymienionych wyżej. Być może zakładali, że zadanie tekstowe z poziomu trzeciej klasy powinno być rozwiązane środkami dostępnymi uczniom tej klasy. Uczniowie nie mieli takich oporów i w pełni wykorzystywali swe wiadomości pozaszkolne związane z liczbą ujemną.

W rozwiązaniach omawianych zadań wystąpiły ogromne różnice w umiejętnościach i aktywności matematycznej dzieci. Jedne dobierały właściwy model arytmetyczny do treści zadania, racjonalnie kodowały dane, podejmowały próbę konstrukcji nowego pojęcia (liczba ujemna interpretowana jako dług), a inne nawet nie kojarzyły treści zadań ze znanymi z życia codziennego sytuacjami. Dość liczna grupa dzieci prawdopodobnie wiąże z rozwiązywaniem zadań pewne stałe rutynowe czynności, takie jak:

– napisanie wzoru zgodnego z testem zadania i wykonanie obliczeń albo

– ułożenie równania, rozwiązanie, sprawdzenie.

Ta rutyna odbiera sens wykonywanym czynnościom.

Omówione zadania przeznaczone są dla uczniów klas początkowych (podobne znajdują się w podręczniku i zbiorze zadań), ale im dłużej się im przyglądamy, tym więcej widzimy w nich różnych problemów, może nieodczuwalnych dla nauczyciela, lecz sprawiających wiele trudności uczniom (a nawet, jak pokazały badania, niektórym dorosłym).

Przypuszczamy, że przeprowadzenie analizy zadań przez nauczyciela przed lekcją pomoże mu: uniknąć zaskoczenia na lekcji, podjąć swobodną dyskusję z uczniami i dostrzec poprawne idee w pozornie nieskładnych propozycjach uczniów.

Mamy nadzieję, że informacje zawarte w tym artykule zainteresują nauczycieli, którzy nie zawsze mają możliwość obserwowania pracy swoich kolegów.

Literatura

Hawlicki J., *Rozwijanie uzdolnień matematycznych (Rozwiązywanie arytmetycznych zadań tekstowych przez uczniów klas 1–4),* Warszawa 1971

Jóźwicki T., *Matematyka 3*, Warszawa 1989

Lankiewicz B., Semadeni Z., *Matematyka 2. Książka dla nauczycieli*, Warszawa 1990

Turnau S., *Zadania tekstowe i nauczanie stosowania pojęć matematycznych*, w: *Nauczanie początkowe matematyki*, pod red. Z. Semadeniego t. 3,Warszawa 1986