Rocznik Naukowo-Dydaktyczny WSP w Krakowie
Zeszyt 182 *Prace z Dydaktyki Matematyki IV* Kraków 1996

ALEKSANDRA URBAŃSKA

Dziecięca kompetencja liczbowa w nauczaniu

Z psychologicznych teorii rozwoju inteligencji oraz z psychologicznych i dydaktycznych prac dotyczących rozwoju pojęć u dzieci wynika, że nauczanie powinno opierać się na spontanicznej wiedzy ucznia i jego autonomicznej aktywności. Współczesne dzieci 6-7-letnie mają szeroką wiedzę spontaniczną o otaczającej je rzeczywistości, są aktywne i twórcze. Pewne pojęcia matematyczne rozwijające się w ich umysłach tworzą zasoby, z których można i należy czerpać w nauczaniu.

W niniejszym artykule poświęca się szczególną uwagę pojęciu liczby. Poszukuje się odpowiedzi na pytania:

I. Jaka jest kompetencja liczbowa dzieci rozpoczynających naukę w „klasie zerowej"?

II. Czy dzieci wykorzystują elementy swej kompetencji liczbowej na zajęciach matematycznych w szkole w „klasie zerowej"?

III. Czy nauczyciel odwołuje się na lekcjach do tej kompetencji?

I. O KOMPETENCJI LICZBOWEJ DZIECI ROZPOCZYNAJĄCYCH NAUKĘ W „KLASIE ZEROWEJ"

1. Wiadomości wstępne

Dzieci w wieku przedszkolnym rozporządzają intuicyjną wiedzą o liczbach, tzw. kompetencją liczbową, co ujawniają w wielu różnorodnych sytuacjach. Na przykład: używają słów związanych z liczbami już w początkach kształtowania mowy, potrafią rozwiązywać pewne zadania o charakterze arytmetycznym w sposób czynnościowy, stosują w niektórych sytuacjach umiejętność wymieniania liczebników w prawidłowej kolejności. Informują o tym wyniki wielu badań przeprowadzonych w różnych krajach i w różnym czasie (Comiti 1980; Fuson 1985; Gelman 1978; Piaget 1969; Steffe 1983).

Wstępna orientacja w intuicyjnej wiedzy arytmetycznej dzieci rozpoczynających naukę w „klasie zerowej" była ogólnym celem przedstawionych badań. Badaniem w formie wywiadu indywidualnego objęto 115 uczniów wstępujących do „klasy zerowej" w 13 miejscowościach Polski (Urbańska 1990,1993).

2. Schemat wywiadu

Wywiad zawierał pięć zadań:

1. LICZENIE. – *Czy umiesz liczyć? Pokaż!*

2. RÓWNOLICZNOŚĆ. – *Tu ułożone są guziczki w kolorze czerwonym.* – *Wyjmij z pudełka i połóż na stole tyle samo guziczków zielonych.* (Na stole jest 12 guziczków czerwonych, a w pudełku 25 zielonych).

3. PODZIAŁ. – *Podziel się swoimi guziczkami sprawiedliwie, po równo, z kolegą.* (Dziecko ma 12 guziczków).

4. SUMA. – *Policz ile jest guziczków w tym stosie* (47 czerwonych).
– *Teraz policz ile jest guziczków w tym stosie* (8 zielonych).
– *A ile jest guziczków tutaj?* (Zsuwamy guziczki czerwone i zielone).

5. PORÓWNANIE. – *Czy więcej jest patyczków czerwonych czy zielonych? A może jest tyle samo czerwonych co zielonych?*
Po odpowiedzi dziecka pytamy: – *Czy jesteś pewien?*
(8 patyczków czerwonych ułożono w zygzak a pod nim wzdłuż linii prostej 7 zielonych, tak by ich ciąg był dłuższy od czerwonego).

3. Omówienie wybranych wyników

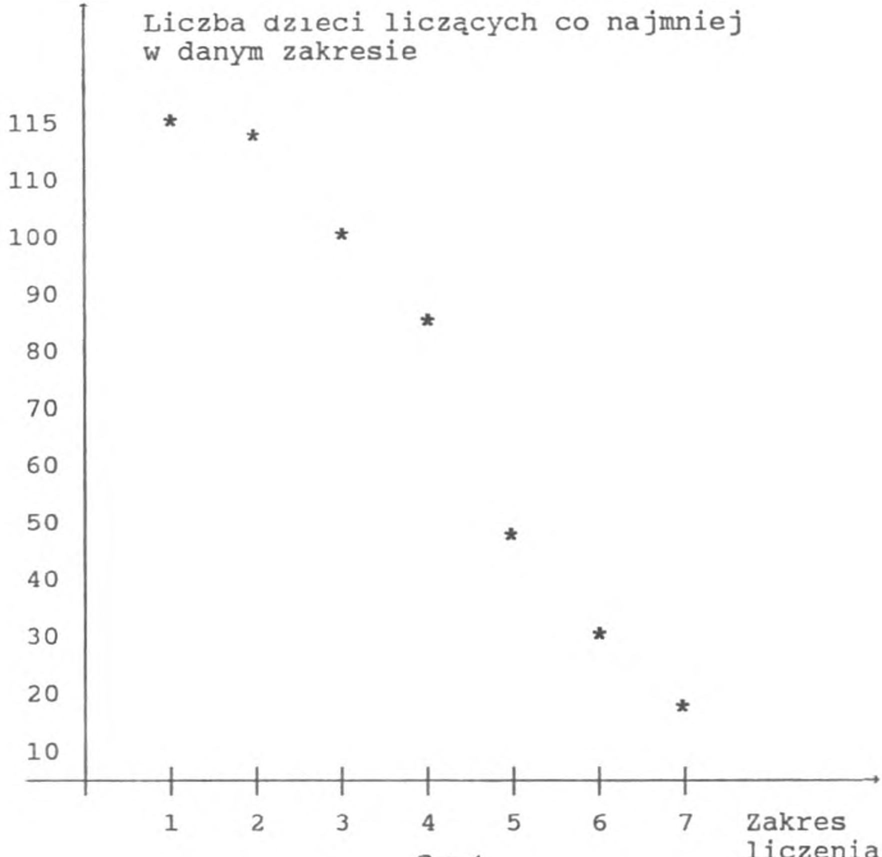
3.1. Zadanie 1: LICZENIE

Wszystkie badane dzieci stwierdziły, że umieją liczyć. Przeważająca większość (89) sądziła że dowiedzie tego recytując liczebniki, na ogół prawidłowo i głównie „z pamięci". Sześcioro dzieci posłużyło się palcami, które stanowiły jakby rusztowanie dla wymienianych kilkudziesięciu liczebników. Trzynaścioro odliczało guziczki, które przypadkowo znalazły się w zasięgu ich ręki, a po ich wyczerpaniu często kontynuowało liczenie „z pamięci".

Zakres liczenia określony jest długością ciągu wymienionych przez dziecko liczb (prawidłowo lub z pojedynczymi błędami) do momentu, aż wymienione liczby zaczną występować w chaotycznej kolejności.

Ze względu na dziesiątkowość (w aspekcie językowym) naszego systemu liczbowego rozróżniam dzieci liczące do: 1) kilku, 2) dziesięciu, 3) kilkunastu, 4) kilkudziesięciu, 5) stu, 6) stu kilkudziesięciu, 7) kilkuset. Nie podzielono ciągu liczb naturalnych na równe odcinki, gdyż wysiłek intelektualny dziecka wcale nie jest proporcjonalny do długości tych odcinków.

Wśród badanych dzieci tylko jedno liczyło zaledwie do pięciu, nazywając kolejnymi liczebnikami palce swojej jednej ręki. Pozostałe dzieci (114) liczyły co najmniej do dziesięciu, w tym 87 co najmniej do kilkudziesięciu. Aż 47 dzieci osiąga w swej wyliczance liczbę 100. Dwanaścioro dzieci liczyło do kilkuset. Pokazuje to wykres (rysunek 1).



Rys. 1

33 badanych dzieci liczyło w zakresie 4), tj. do kilkudziesięciu nie osiągając liczby 100, popełniły przy tym aż 9 błędów przy przekraczaniu progu dziesiątkowego [20 dzieci liczących w zakresie 1), 2) lub 7) nie popełniło żadnego błędu tego typu, a pozostałe dzieci (62) zrobiły ich tylko 7].

Dzieci liczące do kilkudziesięciu używały kilku nazw pełnych dziesiątek, niektóre dostrzegały już językowe regularności w sekwencjach liczebników, niektóre z nich próbowały same tworzyć nazwy kolejnych dziesiątek, czasem liczyły tak: „...38, 39, trzydzieści dziesięć, czterdzieści, 41,...". Któreś dziecko zapytało, czy 99 jest liczbą ostatnią, inne pytało „Teraz sto?" po liczbach 29, 39, 49. Te dzieci znajdują się na bardzo ważnym etapie świadomego, językowego budowania ciągu liczb. Prawdopodobnie potrafiłyby one policzyć do stu, ale w trakcie tych badań ich błędy nie były korygowane i dzieci nie miały możliwości powtórzenia recytacji liczebników.

Większość dzieci liczyła poprawnie, błędy polegające na opuszczeniu lub powtórzeniu liczebnika zdarzyły się 10 osobom niezależnie od długości ciągu liczbowego, którym rozporządzały. Z 19 dzieci, które nie recytowały liczebników a liczyły palce lub przedmioty, tylko dwoje popełniło błąd w sekwencji liczebników.

3.2. Zadanie 2: RÓWNOLICZNOŚĆ

Zadanie to można rozwiązać na wiele sposobów:

– wykorzystując umiejętność liczenia (sposób 1);

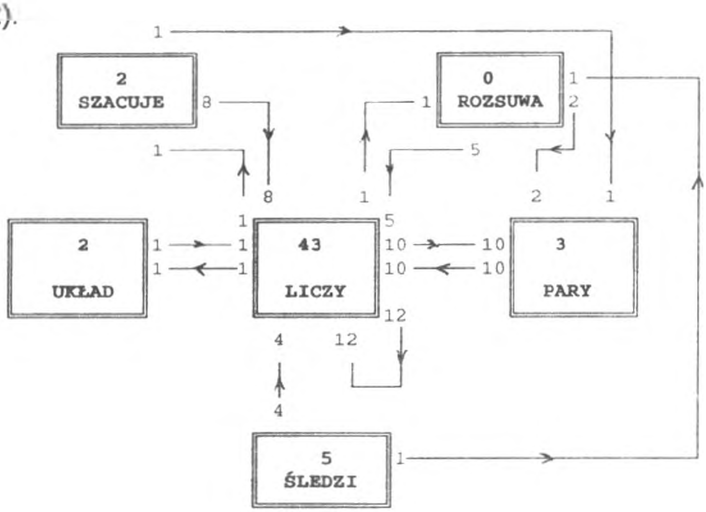
– rozsuwając guziczki w dwóch kolorach dwiema rękami równocześnie (sposób 2);

– zestawiając guziczki w pary (czerwony z zielonym) przez nakładanie, układanie w dwóch rzędach itp. (sposób 3);

– przez śledzenie wzrokiem czerwonych guziczków i równoczesne wyjmowanie kolejnych zielonych (sposób 4);

– przez naśladowanie przy pomocy zielonych guziczków układu utworzonego z czerwonych (sposób 5).

Wykorzystywane przez dzieci metody i ich ewolucję przedstawia graf (rysunek 2).



Rys. 2

W każdym kwadracie umieszczono liczbę dzieci, które rozwiązywały zadanie wyłącznie sposobem zapisanym w tym kwadracie. Przy strzałce wychodzącej z kwadratu zaznaczono liczbę odpowiedzi tych dzieci, które nie poprzestały na tej jednej metodzie, lecz – zrażone niepowodzeniem lub w celu upewnienia się o poprawności swego rozwiązania – zastosowały inny sposób, wskazany strzałką. Przy strzałce wchodzącej do kwadratu wpisano liczbę dzieci, które dany sposób stosowały jako drugi, po uprzednim (poprawnym lub błędnym) rozwiązaniu zadania inną metodą.

Dla utworzenia zbioru równolicznego z danym większość dzieci (96) wykorzystała umiejętność liczenia (przynajmniej jako jeden ze sposobów). Pozostałe sposoby, polegające na ustaleniu odpowiedniości wzajemnie jednoznacznej między elementami danego a tworzonego zbioru, wykorzystywane były przez dzieci rzadziej (45 dzieci).

12 dzieci próbowało „na oko" szacować równoliczność zbioru danego z tworzonym. 45 dzieci stosowało, zazwyczaj spontanicznie, dwa sposoby rozwiązania. Na 115 badanych dzieci tylko siedmioro podało ostateczną odpowiedź błędną, inne same poprawiały błędy. Żadne dziecko nie sprawdzało wyniku przez identyczne powtórzenie tej samej metody rozwiązania. Troje dzieci nie wykonało polecenia. Można było zaobserwować dużą zaradność, samodzielność i dojrzałą postawę dzieci wobec problemu.

Zagadnienie równoliczności zbiorów pojawia się w publikacji Comiti, Bessot i Pariselle [1980]. Autorzy zaproponowali w marcu 1977 roku stu dwudziestu sześcioletnim uczniom kursu przygotowawczego (KP) utworzenie zbioru żetonów równolicznego z danym 15-elementowym. Następnie polecili oni w listopadzie 1977 roku 64 siedmioletnim uczniom kursu elementarnego (KE) takie samo zadanie z 37 żetonami.

Wyniki tych badań oraz tu prezentowanych zawiera poniższa tabela.

BADANIA	SPOSÓB POSTĘPOWANIA UCZNIA		
	Liczy	Ustala bijekcję	Szacuje
COMITI i in. marzec 1977 120 uczniów KP 15 guzików	47%	38%	15%
	z nich 49% poprawnie	z nich 67% poprawnie	**
COMITI i in. listopad 1977 64 uczniów KE 37 guzików	79%	21%	0%
	z nich 40% poprawnie	**	**
WŁASNE wrzesień 1983 115 uczniów kl. 0 12 guziczków	59%*	29%*	10%*
	z nich 94% poprawnie	z nich 94% poprawnie	z nich 18% poprawnie

* Uwzględniono metodę stosowaną przez dziecko jako jedyną lub pierwszą z dwóch.

** W publikacjach nie ma tych danych.

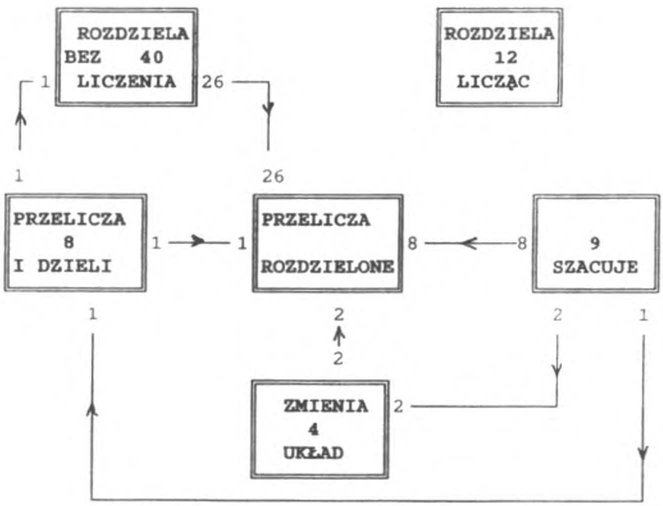
Polskie dzieci w liczniejszej grupie wykorzystują umiejętność liczenia i robią to lepiej niż dzieci francuskie. Prawdopodobnie wpływa na to m.in. nazewnictwo liczb w języku francuskim mniej regularne niż w polskim.

W komentarzu do wyników badań w grupie KE badacze stwierdzają dużą bezradność dzieci (czyżby skutek nauczania?), które – mimo iż nie mają zaufania do swego liczenia (wyraziły to jasno) – nie próbują stosować innych metod. Zgodnie z programem dzieci te powinny umieć liczyć do stu. Jak pokazują badania, umiejętność ta jest bardzo mało operatywna, a z drugiej strony jakby blokuje inwencję dzieci. Postawa polskich dzieci była odmienna (może jeszcze nie nauczane mają większą odwagę w radzeniu sobie według zdrowego rozsądku?). Interesujące jest pytanie, czy pozostaną one tak zaradne w klasie pierwszej.

3.3. Zadanie 3: PODZIAŁ

Dziecko może wykonać to zadanie wykorzystując umiejętność przeliczania (sposób 5). Można też wykorzystać schemat rozdawania guziczków „raz tobie, raz mnie" rozdając po jednym lub po kilka (sposób 1), można także przy tym równocześnie liczyć (sposób 2). Efektywne może się także okazać szacunkowe rozdzielenie stosu guziczków na dwie części (sposób 3). Guziczki można też podzielić układając je uprzednio w odpowiedniej konfiguracji (np. w dwu rzędach) (sposób 4).

Graf (rysunek 3) ilustruje stosowane przez dzieci sposoby dzielenia zbioru na dwa podzbiory równoliczne (oznaczenia objaśniono omawiając rys. 2).



Rys. 3

Zdecydowana większość dzieci (67) rozdzielała guziczki rozsuwając je (obiema rękami równocześnie lub jedną na przemian) na dwa stosy bez równoczesnego liczenia. Wszystkie dzieci dzielące guziczki tą metodą uczyniły to poprawnie. Tylko dwadzieścioro troje dzieci posłużyło się liczeniem przy rozdzielaniu guziczków. Pozostałe wykorzystały metody nie wymagające liczenia, chociaż przeważająca większość z nich recytowała bezbłędnie liczebniki w zakresie wyższym niż do dwudziestu.

3.4. Zadanie 4: SUMA

Wyznaczenie liczby elementów dwóch połączonych zbiorów wymaga, między innymi, umiejętności przeliczenia elementów. Według niektórych badaczy jest to umiejętność, której opanowanie pozwala stwierdzić, że „dziecko umie liczyć".

Interesujące są tu następujące zagadnienia:

Sposób przeliczania guziczków: czy dziecko przeliczane guziki 1) przesuwa palcem, 2) dotyka, 3) śledzi tylko wzrokiem, czy 4) przegrupowuje je układając na przykład w szereg.

Sposób wyznaczania sumy: 1) przez ponowne przeliczanie wszystkich guziczków lub 2) przez doliczanie.

Użyto dość dużej liczby guziczków (47 i 8), by dzieci ujawniły rozmaite sposoby przeliczania ich i wyznaczania sumy, a nie mogły podawać poprawnych wyników „od razu" korzystając z globalnej oceny wzrokowej.

Większość dzieci (52) przesuwała liczone guziczki, co najlepiej zapewnia zachowanie odpowiedniości wzajemnie jednoznacznej między liczonymi guziczkami a wymienianymi liczebnikami, gdyż oddziela guziczki policzone od nie policzonych. Żadne dziecko nie próbowało liczyć czterdziestu siedmiu guziczków czerwonych śledząc je tylko wzrokiem. Natomiast czworo dzieci stosowało ten sposób z powodzeniem do ośmiu guzików zielonych. Świadczyć to może o tym, że dzieci potrafią przewidywać i organizować procedurę przeliczania adekwatnie do własnej sprawności w stosowaniu tej procedury i liczby elementów do przeliczenia.

20 osób popełniło błędy przy przeliczaniu 47 guziczków, najczęściej opuszczały one lub dwukrotnie liczyły ten sam guziczek.

38 dzieci potrafiło przeliczyć prawidłowo 47 i 55 guziczków, mimo że wcześniej recytowały one liczby co najwyżej do dwudziestu kilku. Wydaje się, że celowe zastosowanie procedury przeliczania pomaga w prawidłowym wymienianiu liczb, konkretne przedmioty są jakby nośnikiem kolejnych liczb (także odwrotnie – dobra znajomość liczebników ułatwia przestrzeganie zasad procesu przeliczania [Gelman, Gallistel, 1978, s. 73-82]).

43 dzieci stosowało procedurę doliczania, w tym 37 doliczało 8 zielonych guzików do 47 czerwonych, a 6 postąpiło odwrotnie.

12 dzieci nie wykonało polecenia. (Są to te dzieci, którym nie powiodło się liczenie 47 czerwonych guzików).

Tylko dwoje dzieci nie zrozumiało zadania.

3.5. Zadanie 5: PORÓWNANIE

Gdy na stole leży osiem patyczków czerwonych ułożonych „w zęby" i siedem patyczków zielonych ułożonych wzdłuż prostej, to pytanie – *Czy więcej jest czerwonych, czy zielonych?* – może być różnie rozumiane przez dzieci. Będzie to zależało od intencji, jakich dziecko domyśla się w postępowaniu badającego oraz od kontekstu w jakim dziecko używa określenia „więcej". Może ono policzyć patyczki w obu kolorach i porównać ich liczbę, albo oprzeć się na globalnym oszacowaniu długości obu rzędów (a właściwie na wzajemnym położeniu końców tych rzędów).

Dzieci udzielały różnorodnych odpowiedzi: 54 stwierdziło, że czerwonych patyczków jest więcej; 50 dzieci, że więcej jest zielonych; 9 uważa, że jest po równo jednych i drugich patyczków (por. tabela). Ocenę swoją opierały na przeliczaniu (59 dzieci) lub porównywaniu długości (54 dzieci). Pierwsza metoda prowadziła w większości do odpowiedzi poprawnych, choć zaskakujący jest fakt, że aż 10 dzieci pomyliło się w przeliczaniu „naciągając" rachunki do percepcji. W drugim przypadku dzieci często zwodziła większa długość mniej licznego szeregu.

Sposób \ Sprawdzenie		nie sprawdza	sprawdza i ew. poprawia	zdziwienie, konflikt	Razem
Ocena globalna	1. czerwonych więcej	1	4	0	5
	2. zielonych więcej	6	30	10	46
	3. po równo	1	2	0	3
Przeliczanie	1. czerwonych więcej	9	37	3	49
	2. zielonych więcej	1	1	2	4
	3. po równo	0	6	0	6
Razem		18	80	15	113*

* Dwoje dzieci nie wykonuje polecenia

Dzieci w większości sprawdzały odpowiedź i ewentualnie po przeliczeniu patyczków poprawiały ją, gdy była błędna. Tylko nieliczne uświadomiły sobie konflikt między percepcją a wynikiem liczenia. Niektóre próbowały wskazać przyczynę odmiennych oczekiwań i sądów, np.:

Sebastian po przeliczeniu usprawiedliwiał się: – *Czerwonych więcej. Zmyliło mnie, bo zielonych dłużej.*
Paweł: – *Czerwonych więcej, myślałam, że zielonych, bo tak ułożone.*

4. Wnioski

1. Wszystkie badane dzieci (oprócz jednego) umiały wymieniać prawidłowo ciąg liczb naturalnych co najmniej do dziesięciu, tj. w zakresie wymaganym na zakończenie klasy zerowej, a prawie połowa dzieci recytuje liczby do 100, to jest w zakresie wymaganym pod koniec klasy pierwszej.

2. Prawie wszystkie badane dzieci potrafiły prawidłowo wykorzystać znany ciąg liczebników do przeliczania konkretnych przedmiotów. Ponadto wydaje się, że procedura przeliczania wpływała wspomagająco na prawidłową recytację liczebników.

3. Procedura przeliczania wykorzystywana była przez dzieci w różnym stopniu, w zależności od zaproponowanych problemów arytmetycznych:

a) prawie wszystkie dzieci próbowały przy jej pomocy wyznaczyć liczbę elementów sumy dwóch zbiorów;

b) większość wykorzystywała ją przy tworzeniu zbioru równolicznego z danym;

c) połowa dzieci stosowała ją podczas porównywania liczebności dwóch ustrukturyzowanych zbiorów;

d) wyraźna mniejszość sięgała po nią przy podziale zbioru na dwa podzbiory równoliczne.

4. Mimo znajomości długiej listy liczebników i umiejętności przeliczania, większość dzieci nie zarzucała „nieliczbowych" sposobów rozwiązywania problemów arytmetycznych. Procedury „liczbowe" i „nieliczbowe" często się wzajemnie dopełniały .

Dzieci znajdują się w początkowym okresie świadomego stosowania „nowej" metody „liczbowej", którą dotychczas wykorzystywały w niektórych tylko sytuacjach. Jest to okres przejściowy, dlatego dzieci przerzucają się z „nowej" efektywnej metody, ale jeszcze nie całkiem oswojonej, na „starą" – pewniejszą. Przypomina to powrót do raczkowania w nowym trudniejszym terenie, mimo dość dobrej umiejętności chodzenia.

5. Wiele dzieci potrafiło krytycznie i prawidłowo ocenić własne umiejętności arytmetyczne, świadome były też zakresu ich przydatności.

Przykłady: Proszono Agnieszkę, by przeliczyła razem czerwone i zielone guziczki. Agnieszka odmówiła: *Nie policzę, bo czerwonych jest dużo i nie policzyłam. Z zielonymi jest więcej, tak dużo nie umiem liczyć.*

Staszek porównywał dwa zbiory sześcioelementowe przeliczając je tak: 1,2,3,4,5 i jeszcze 1, po wykonaniu zadania usprawiedliwiał się: *bo ja umiem liczyć tylko do pięciu.*

6. Kompetencja liczbowa dzieci rozpoczynających naukę w „klasie zerowej" obejmuje wiele wiadomości i umiejętności przewidzianych programem tej klasy, a także następnych. Wskazane byłoby wykorzystanie tej kompetencji w nauczaniu; takie nauczanie czyniłoby zadość psychologicznemu postulatowi kontynuowania rozwoju wiedzy spontanicznej w naukową.

II. O WYKORZYSTANIU PRZEZ DZIECI ICH KOMPETENCJI LICZBOWEJ NA LEKCJACH

Celem przeprowadzonych badań było stwierdzenie, jak funkcjonuje kompetencja liczbowa uczniów w praktyce nauczania matematyki w klasie zerowej. (Sprawozdanie z tych badań, zawierające wiele przykładów zachowania dzieci na zajęciach matematycznych, można znaleźć w innej publikacji Wydawnictwa Naukowego WSP w Krakowie [Urbańska, 1991].)

Plan badań obejmował obserwację ciągłą wszystkich zajęć arytmetycznych w „klasach zerowych" w dwóch szkołach krakowskich oraz obserwacje pojedynczych zajęć w trzech przedszkolnych oddziałach sześciolatków – również w Krakowie. Obserwacja całego procesu nauczania arytmetyki w danej grupie pozwoliła na lepsze zrozumienie zauważonych faktów. Obserwacja zajęć w różnych grupach umożliwiła porównanie stylu pracy nauczycieli i zachowania dzieci. Zebrany materiał świadczy o tym, że dzieci w większości chętnie wykorzystywały swą kompetencję liczbową. Można było zaobserwować następujące sytuacje:

1. Dzieci stosowały swe umiejętności bezpośrednio w takiej formie, w jakiej je poznały (np. procedurę przeliczania dla ustalenia równoliczności zbiorów).

Przykład: Dorotka przeliczała żetony przy pomocy rytmicznie wymienianych sylab zamiast kolejnych liczebników np. ...czte, ry, pięć, sześć, sie, dem,...

2. Dzieci stosowały swe wiadomości nawet wtedy, gdy były one częściowo niezgodne z wiedzą „szkolną"; wtedy raczej starały się swe umiejętności „dopasować" do zadania, niż je porzucić;

Przykład: Tomek żył kilka lat i uczył się kilka miesięcy w Niemczech. W pierwszych tygodniach nauki w Polsce przeliczał przedmioty dotykając ich kolejnymi palcami i wymieniając liczebniki w języku niemieckim, następnie wolno z trudem przeliczał użyte wcześniej palce kojarząc z nimi polskie liczebniki i podawał wynik.

3. Dzieci stosowały swe wiadomości elastycznie, modyfikując adekwatnie do rozwiązywanych problemów;

Przykład: Na rysunku jest siedem ponumerowanych od 1 do 7 piesków, obok pierwszego pieska znajduje się buda. Damiana zapytano – *Ile dorysujesz bud, by wystarczyło dla wszystkich piesków? – „Sześć". – Dlaczego? – „Bo jest już jedna, siódma".*

4. Przedstawione zachowanie dzieci ujawniło się szczególnie w grupie nauczycielki, która często pytała – *Dlaczego?*; pytania tego typu pobudzały i podtrzymywały aktywność uczniów; po paru tygodniach dzieci same udzielały odpowiedzi z uzasadnieniem.

Przykład: Na pytanie – *Czego jest więcej w sali – krzeseł czy stolików?* – Andrzej odpowiada *„Krzeseł więcej, bo stolików 6, a krzeseł dookoła każdego stolika".* Jeszcze kilka dni wcześniej na podobne pytanie Andrzej odpowiadał jednym słowem.

III. O WYKORZYSTANIU PRZEZ NAUCZYCIELI KOMPETENCJI LICZBOWEJ ICH UCZNIÓW

W świetle przeprowadzonych badań można stwierdzić, że na ogół nauczyciele rzadko odwoływali się do kompetencji liczbowej dzieci. Na kilkudziesięciu lekcjach prowadzonych w sześciu różnych placówkach (szkołach i przedszkolach) można było zaobserwować następujące postawy nauczycieli wobec spontanicznej wiedzy uczniów:

1. Nauczyciel tępił aktywność matematyczną ucznia.

Przykłady: Nauczyciele zabraniali lub wyśmiewali używanie przez dzieci palców podczas operacji arytmetycznych, dotyczy to również Tomka liczącego po niemiecku.

2. Nauczyciel narzucał swój reżim myślenia, nie słuchał uczniów, zagadywał ich, czasem przypominało to tresurę.

Przykład: Nauczyciel skojarzył stały gest rąk ze słowem „zbiór" i zawsze tym gestem wywoływał odpowiedź. Doszło do tego, że dzieci na przypadkowy wymach rąk nauczyciela reagowały słowem „zbiór" stwarzając humorystyczne sytuacje.

Przykład: Nauczyciel przez kilkanaście minut nie pozwalał uczniowi kontynuować liczenia, domagając się, by ten odpowiadał całym zdaniem i wyraźnie wymawiał trudniejsze słowa.

3. Nauczyciel pomijał odpowiedzi ucznia niezgodne ze swoim pomysłem.

Przykład: Dzieci miały porównać liczbę trójkątów i kwadratów na rysunku. Lucyna: *„Trójkątów jest mniej, bo trójkątów jest 7, a kwadratów 9".* Nauczyciel: *„Jak inaczej sprawdzić nie licząc?"* Andrzej wskazywał kolejno jednocześnie palcem wskazującym trójkąty w górnym rzędzie i kciukiem kwadraty w dolnym. Nauczyciel: *„Jak inaczej?"* Lucyna przyporządkowała figurom na rysunku kolejne palce. Nauczyciel: *„Ja proponuję, żeby sobie podały rączki"* i zademonstrował, jak należy łączyć trójkąty z kwadratami za pomocą kresek. Żadna propozycja ucznia nie została oceniona, a wszystkie były pomysłowe i poprawne, nauczyciel narzucił swoją wersję.

4. Nauczyciel odwoływał się do wiadomości uczniów, ale nie zawsze potrafił się do nich ustosunkować i wykorzystać na lekcji.

IV. DLACZEGO NAUCZYCIELE NIE ODWOŁUJĄ SIĘ DO KOMPETENCJI LICZBOWEJ UCZNIA?

Kompetencja liczbowa dzieci jest dość rozległa, dzieci chętnie i elastycznie wykorzystują swą wiedzę, nauczyciele jednak rzadko się do tej wiedzy odwołują. Dlaczego?

Fakty opisane powyżej i inne, zaobserwowane na lekcjach, a także wieloletni kontakt ze studiującymi nauczycielami pozwalają na wysunięcie pewnych hipotetycznych przyczyn opisanej sytuacji:

(a) Nauczyciele raczej nie znają kompetencji liczbowej ucznia.

(b) Nauczyciele mają braki w przygotowaniu matematycznym, a także dydaktycznym, w zakresie pewnych zagadnień ich wiedza jest dwutorowa: z jednej strony związana ze wspomnieniem matematyki z wczesnych czasów szkolnych, z drugiej z ujęciem akademickim.

(c) Nauczyciel potrzebuje aprobaty, chce zaznać sukcesu, pragnie czuć się kompetentny w swej działalności. Wydaje mu się, że realizacja programu nauczania ukierunkowana na treści a nie na cele lepiej zaspokoi te jego potrzeby. Odwoływanie się do różnorodnej wiedzy ucznia, na którą musi umieć reagować, jest trudne.

(d) W niższych klasach nadal przeważa utrwalony tradycją stosunek nauczyciela do ucznia: jako opiekuna, władcy, autorytetu do uległego podopiecznego.

Wymienione przyczyny wpływają na siebie i wywołują różne zauważalne w szkole skutki.

Na przykład: Brak informacji o wiadomościach ucznia (a), niedostatek wiedzy matematycznej i dydaktycznej (b) i jednocześnie potrzeba aprobaty (c) – może prowadzić do infantylizacji nauczania.

Albo: „tradycyjny" stosunek do ucznia (d), niedostatek wiedzy matematycznej (b) i potrzeba sukcesu (c) – może być przyczyną zastępowania aktywności typu matematycznego, czynnościami organizacyjno-porządkowymi.

Albo: niedostatek wiedzy matematycznej (b) i autorytarny stosunek do ucznia (d) przeszkadzają w podjęciu dyskusji z uczniem nad zadaniem itd.

V. POSTULATY DYDAKTYCZNE

Dobrze by było, aby nauczyciel matematyki dzieci młodszych:

– wiedział jaka jest kompetencja liczbowa jego uczniów i stale tę wiedzę pogłębiał,

– był dobrze przygotowany matematycznie, co umożliwiłoby mu elastyczne i heurystyczne podejście do rozwiązywania problemów arytmetycznych z uczniami,

– zmienił tradycyjny stosunek do uczniów na bardziej partnerski.

Już od dziś nauczyciel może:

– często pytać uczniów „Dlaczego?" i zachęcać ich również do zadawania pytań,

– wsłuchiwać się w wypowiedzi uczniów, interpretować je, reagować na nie, doceniać je; zabiegać o możliwie dobrą komunikację z uczniami, dbać o niezakłócony przepływ informacji.

LITERATURA

Comiti C. 1980, *Les premiers acquisition de la notion de nombre par l'enfant*, w: Educational Studies in Mathematics, Vol.11, No. 3.

Donaldson M. 1986, *Myślenie dzieci*, Wiedza Powszechna, Warszawa.

Fuson K.C., Richards J., Brias D.J., 1985, *The acquisition and elaboration of the number word sequence*, in: Brainerd C. (red.), *Progress in Cognitive Development*, Vol. 1., Spring-Verlag, New York.

Gelman R., Gallistel C.R., 1978, *The child's understanding of number.* England: Harvard University Press.

Gruszczyk-Kolczyńska E., 1989, *Dlaczego dzieci nie potrafią uczyć się matematyki?* IWZZ, Warszawa.

Gruszczyk-Kolczyńska E., 1992, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki.* WSiP, Warszawa.

Gruszczyk-Kolczyńska E., 1987, *Kompetencje intelektualne sześciolatków w zakresie pojmowania podstawowych pojęć i umiejętności matematycznych*, Kwartalnik Pedagogiczny, nr 1.

Gruszczyk-Kolczyńska E., 1993, *Edukacja matematyczna sześciolatków*, w: *Wychowanie w Przedszkolu – Wkładka Matematyczna*, WSiP, Warszawa.

Maćkowiakowie J.A., 1960, *Rozwój pojęć matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym.* PTPN, Poznań.

Piaget J., Szemińska A., 1969, *Genezis czisła u rebionka*, w: Piaget J., *Izbrannyje psichołogiczeskije trudy*. Proswieszczenije, Moskwa, 233-565.

Steffe L.P. i in., 1983, *Childrens counting types.* Praeger, New York.

Turnau S., 1990, *Wykłady o nauczaniu matematyki.* PWN, Warszawa.

Urbańska A., 1991, *O kształtowaniu pojęcia liczby na zajęciach matematycznych w „klasie zerowej"*, w: *Próby doskonalenia pracy dydaktyczno-wychowawczej szkoły podstawowej*, red.H. Barycz, Wydawnictwo Naukowe WSP, Kraków, s. 9-26.

Urbańska A., 1993, *On the Numerical Competence of Six-Years-Old Children*; w: Educational Studies in Mathematics, No 24, 265-275.

Urbańska A., 1990, *Udział studentów-nauczycieli w badaniach dydaktycznych. (Uwagi i wątpliwości)*, w: Kieleckie Studia Matematyczne. Wyższa Szkoła Pedagogiczna, Kielce, s.145-150.