

Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis

Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia II (2009)

Jarostaw Leżański

Zastosowanie technologii informacyjnej w kursie rachunku prawdopodobieństwa z elementami statystyki opisowej dla przyszłych nauczycieli matematyki

Abstract. This paper shows the concept of a probability theory course with elements of descriptive statistics for future Mathematics teachers. This course is backed up by electronic materials provided via the Internet. An e-learning platform extends the communication opportunities and offers a wide access to educational materials available there. The contents available on the platform show the presented material in a new way, which limits its passive reception and makes the user an active participant of the course. The materials present a different approach to the proofs in a mathematical text. Instead of a static (ready) proof there is an interactive proof. Each part of material contains an interactive module Check Yourself, which allows self-control by the user.

Wstęp

Kolegium Nauczycielskie w Bielsku-Białej przygotowuje przyszłych nauczycieli matematyki mogących podjąć pracę w szkole podstawowej w klasach IV - VI lub gimnazjum. Przygotowanie to odbywa się w ramach kształcenia dwukierunkowego na specjalności matematyka z informatyką. Plan kształcenia skonstruowany jest w ten sposób, aby jego pełna realizacja umożliwiła uzyskanie tytułu licencjata z matematyki, co jest koniecznym warunkiem dalszego kształcenia na poziomie studiów magisterskich.

W procesie kształcenia są wykorzystywane nowoczesne metody. Proces nauczania wspomagany jest różnorodnymi programami komputerowymi i kalkulatorami graficznymi. Między innymi przedmiot Rachunek prawdopodobieństwa z elementami statystyki opisowej jest prowadzony z wykorzystaniem elektronicznych materiałów udostępnianych przy użyciu platformy e-learningowej.

Daje to sposobność uczestniczenia wszystkich studentów w zajęciach prowadzonych z wykorzystaniem materiałów elektronicznych. Należy wskazać, że

równolegle studenci biorą udział w zajęciach z przedmiotu Technologia informacyjna, w trakcie których sami opracowują pewne elementy tego rodzaju kursów, przygotowując się czy to do roli autorów materiałów elektronicznych, czy też do roli nauczycieli prowadzących zajęcia na podstawie kursów wspieranych materiałami udostępnionymi za pośrednictwem platformy e-learningowej.

Stosowanie środków tego typu związane jest z realizacją dwójakiego rodzaju postulatów formułowanych w literaturze dydaktycznej:

1. Przekonanie i przyzwyczajanie przyszłych nauczycieli matematyki do szerokiego i właściwego wykorzystywania nowoczesnych środków dydaktycznych (Kąkol, 2002; Kąkol, 2003).
2. Przygotowanie przyszłych nauczycieli do brania aktywnego udziału w działaniach związanych z edukacją przez całe życie. Zarówno jako uczestników szkoleń, jak też jako przyszłych autorów materiałów i prowadzących kursy.

Realizując ten postulat, należy uwzględnić fakt, iż cennymi narzędziami realizacji edukacji przez całe życie stały się komputer i sieć informatyczna traktowane jako narzędzia wspomagające kształcenie. W szczególności sposób przejawia się to w takich formach jak e-learning czy blended-learning. Dlatego kandydaci na nauczycieli muszą zetknąć się z zajęciami szeroko wykorzystującymi nowe technologie (Żochowski, 2004; Hyla, 2005; Tanaś, 2005).

Niniejszy artykuł ma za zadanie omówienie sposobu realizacji zajęć z przedmiotu Rachunek prawdopodobieństwa z elementami statystyki opisowej realizowanego na podstawie materiałów udostępnionych na platformie e-learningowej, w którym uczestniczyli studenci III roku Kolegium Nauczycielskiego w Białej. Przedmiot odbywa się w V semestrze studiów. Na jego realizację przeznaczono 3 godziny wykładu i 3 godziny ćwiczeń tygodniowo.

Narzędzia i technologie

Opracowując omawiane materiały, skoncentrowałem się na wykorzystaniu darmowego oprogramowania, głównie Open Source i otwartych technologii. Tak więc materiały są udostępniane przy pomocy Open Source'owej platformy e-learningowej Moodle. Takie rozwiązanie stwarza szerokie możliwości:

- Sprawowania kontroli nad tym, kto, kiedy i jak długo korzysta z materiałów. Jest to możliwe dzięki mechanizmowi logowania do platformy w celu uzyskania dostępu do materiałów.
- Ograniczania dostępu do materiałów tylko do grupy studentów zapisanych na dany kurs – realizowanemu za pomocą mechanizmu kluczy za-

bezpieczających. Umożliwia to analizowanie aktywności grupy, dla której przeznaczony jest kurs.

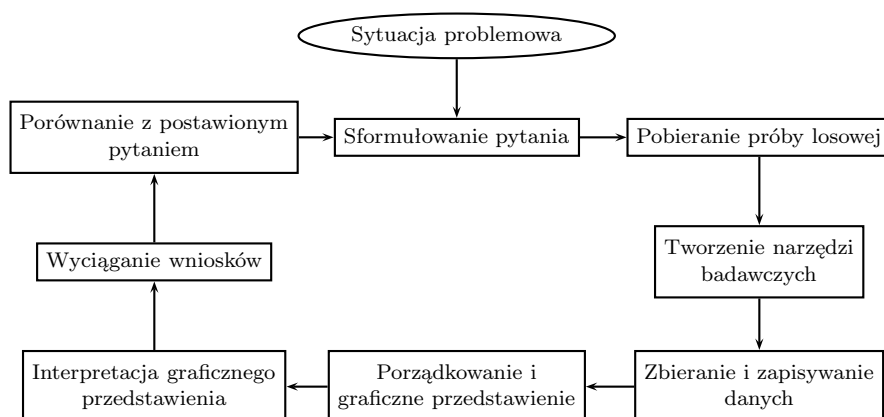
- Udostępniania narzędzi komunikacyjnych umożliwiających porozumiewanie się w czasie, gdy nie odbywają się zajęcia zarówno między studentami uczestniczącymi w kursie, jak też pomiędzy studentami a prowadzącymi dany kurs.
- Platforma automatycznie dokumentuje prace studentów z udostępnionymi materiałami. Zapisuje przebieg dyskusji na forach dyskusyjnych. W wyniku tego powstaje swoiste portfolio i to zarówno całej grupy, jak też indywidualne każdego uczestnika.
- Dzięki logom zapisywanym przez platformę możliwa jest analiza aktywności i zaangażowania uczestników kursu, w tym analiza czasu poświęconego na pracę z materiałami, ocenę które elementy kursu sprawiły grupie czy też danemu uczestnikowi największe trudności.

Udostępniane materiały składają się z dokumentów DHTMLa, dokumentów PDF oraz stanowią wykorzystanie wybranych narzędzi dostarczanych przez platformę Moodle.

Oprócz tego w toku zajęć wykorzystywane są liczne programy komputerowe takie jak WinStat, MS Excel, MS PowerPoint oraz kalkulatory graficzne.

Statystyka opisowa

Kurs rozpoczyna się od bloku tematów związanych ze statystyką opisową. W jego ramach studenci poznają schemat prowadzenia badań (rysunek 1):



Rysunek 1.

Elementy tego schematu stanowią zagadnienia, które są omawiane w tej części zajęć (Kąkol, Wołodźko, 1998; Kąkol, 1994). Tak więc studenci są zapoznawani z pojęciem populacji, metodami pobierania próby losowej, tworzeniem narzędzi badawczych, zbieraniem danych (zarówno w sposób tradycyjny, jak też przy pomocy narzędzi elektronicznych). Zapoznają się z takimi parametrami, jak: średnia, mediana, dominanta, kwartyle, wariancja, odchylenie standardowe. Poznają sposoby ich wyznaczania, interpretację, zalety i problemy związane z ich stosowaniem.

Omawiane dane są prezentowane za pomocą: tabeli liczebności, diagramów słupkowych, diagramów kołowych, diagramów łodygowo-listkowych, diagramów pudełkowych i histogramów.

Omawiane jest porównywanie dwóch grup tej samej populacji za pomocą diagramów łodygowo-listkowych, diagramów pudełkowych oraz miar tendencji centralnej.

Następnie prezentowane są zagadnienia związane z porównywaniem dwóch cech tej samej populacji: równanie regresji i współczynnik korelacji.

W trakcie wykładów cały czas wykorzystywany jest komputer, czy to w formie prezentacji programu PowerPoint, czy też do ilustracji różnorodnych narzędzi do wykonywania obliczeń statystycznych i prezentacji danych. Na zajęciach związanych z omawianiem tych zagadnień studenci analizują przykładowe dane i najpierw wykonują wszystkie operacje bez narzędzi elektronicznych. Dopiero po opanowaniu wykonywania obliczeń i diagramów statystycznych są zapoznawani z możliwościami narzędzi elektronicznych, takich jak komputery czy kalkulatory graficzne. Narzędzia te dają sposobność przeprowadzenia większej ilości ćwiczeń związanych z interpretacją danych.

Podsumowaniem tego etapu zajęć są prace ze statystyki opisowej przygotowywane przez studentów. W ramach przygotowania takiej pracy studenci opracowują narzędzie badawcze w postaci kwestionariusza ankiety. Następnie zbierają dane, przeprowadzając ankietę i dokonują analizy otrzymanych wyników, prezentując w pracy otrzymane dane i starając się wyciągnąć stosowne wnioski dotyczące postawionego pytania badawczego. Realizacja poszczególnych kroków prowadzących do przygotowania pracy jest systematycznie kontrolowana w trakcie ćwiczeń. Przygotowywane prace stanowią doskonały przykład zastosowania poznawanych wiadomości i dają studentom sposobność do sprawdzenia w praktyce swojej wiedzy w tym zakresie. Przykładowe tematy prac wybrane przez studentów to:

- Obraz współczesnej rodziny z dziećmi w wieku szkolnym.
- Kierowcy na bielskich drogach.
- Postawy uczniów wobec szkoły.
- Znajomość przeglądarek internetowych wśród studentów III roku kierunku matematyka z informatyką.

- Nastawienie uczniów III klasy gimnazjum do różnych działów matematyki szkolnej.

Studenci prezentują swoje prace w czasie ostatniego wykładu w semestrze. Prace te są oceniane, a ocena ta jest jednym ze składników branych pod uwagę przy wystawianiu oceny końcowej z przedmiotu.

Rachunek prawdopodobieństwa

Kolejna grupa zagadnień dotyczy rachunku prawdopodobieństwa. Obejmuje ona następujące tematy:

- Skończona przestrzeń probabilistyczna.
- Prawdopodobieństwo w przestrzeni skończonej.
- Przeliczalna przestrzeń probabilistyczna.
- Nieprzeliczalna przestrzeń probabilistyczna.
- Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa.
- Prawdopodobieństwo warunkowe.
- Niezależność doświadczeń i zdarzeń.
- Schemat Bernoulliego.
- Zmienna losowa.

Wykładom i ćwiczeniom dotyczącym tych zagadnień towarzyszą materiały elektroniczne udostępniane za pośrednictwem Internetu. Narzędziem wykorzystywanym do udostępniania opracowanych materiałów jest platforma e-learningowa *Moodle*. Narzędzie to umożliwia zarówno dostarczenie w wygodny sposób opracowanych materiałów studentom, jak również monitorowanie sposobu ich wykorzystania, dokumentowanie pracy oraz dostęp do narzędzi komunikacyjnych umożliwiających porozumiewanie się zarówno w trybie synchronicznym, jak i asynchronicznym.

Dostarczane studentom materiały mają strukturę modułową (rysunek 2). Każdy moduł zawiera:

- Materiały do samodzielnej pracy.
- Interaktywne narzędzie umożliwiające samokontrolę: *Sprawdź się*.
- Standardową listę zadań,
- Forum dyskusyjne umożliwiające wymianę poglądów dotyczących prezentowanego materiału.

Oprócz tego kurs został wzbogacony o *Słownik pojęć* oraz *Elektroniczną książkę o historii rachunku prawdopodobieństwa*.

Rysunek 2.

Materiały elektroniczne przeznaczone do samodzielnej pracy posiadają kilka istotnych cech. Nie stanowią tradycyjnego podręcznika przetworzonego na format elektroniczny. Prezentowany materiał został zorganizowany w ten sposób, aby za każdym razem najważniejsze treści dało się ogarnąć jednym spojrzeniem. Dodatkowe objaśnienia i uwagi stają się widoczne w wyniku aktywności użytkownika.

Materiały posiadają czytelną strukturę nawigacyjną ułatwiającą szybkie i łatwe poruszanie się po prezentowanym materiale. Użytkownik w łatwy sposób może przełączać się pomiędzy wybranymi elementami prezentowanych treści i przykładami (rysunek 3).

Wprowadzane pojęcia są ilustrowane licznymi przykładami, nie tylko statycznymi, ale także dynamicznymi (np. dzięki elektronicznej formie możliwe jest wykorzystanie animacji).

Materiały zawierają interaktywne wskazówki wspierające użytkownika w rozumieniu danego zagadnienia i rozwiązywaniu zadań. Wskazówki te stają się widoczne w zależności od potrzeb, tj. w odpowiedzi na działania użytkownika.

W inny niż tradycyjny sposób prezentowane są zawarte w materiałach matematyczne dowody. W miejsce statycznych (gotowych) dowodów umieszczone są dowody interaktywne. Tekst dowodu prezentowany jest stopniowo i zawiera luki, które użytkownik powinien uzupełnić, aby zapoznać się z dalszymi fragmentami. Jeżeli jego uzupełnienie będzie niewłaściwe, to student otrzyma wskazówkę zależną od rodzaju popełnionego błędu i odesłaniem do odpowiedniego fragmentu materiałów, który może mu pomóc w uzupełnieniu ko-

niecznych wiadomości. Kolejny krok dowodu zostanie wyświetlony dopiero po poprawnym uzupełnieniu luki. Uzupełnienie poszczególnych luk nie jest zbyt trudne, powoduje jednak lepsze zrozumienie dowodu. Taki sposób prezentacji zmusza do aktywności, a tym samym zapobiega mechanicznemu przechodzeniu do kolejnych kroków, jednocześnie pozwalając na szybszą lokalizację źródeł ewentualnych trudności i wskazanie sposobów ich eliminacji.

Moduł nr 1 - Skończona przestrzeń probabilistyczna

— nawigacja

Przestrzeń probabilistyczna

D - doświadczenie losowe

ω_i - wynik

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n\}$$

$$p \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad p_n$$

$$p_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

(Ω, p) - przestrzeń probabilistyczna

aktywne elementy

Doświadczeniem losowym - nazywany takie doświadczenie, którego wyniku nie potrafimy z góry przewidzieć.

Przykładami doświadczeń losowych są:

- rzut monetą,
- rzut kostką do gry,
- wylosowanie karty z talii kart.

Spróbuj przeprowadzić kilka tego typu doświadczeń. Najlepiej by było gdybyś przeprowadził je za pomocą stosownych rekwizytów. Jeżeli nie masz takich "pod ręką" możesz skorzystać z poniższych symulacji komputerowych. Jednak później [powtórz te doświadczenia bez użycia symulacji komputerowych!](#)

Symulacja rzutu monetą Symulacja mini ruletki

Zamknij

dodatkowe informacje

Rysunek 3.

Materiały zawierają elementy dynamiczne, takie jak symulacje. Tak więc korzystanie z nich zapewnia studentom dostęp do komputerowych modeli wybranych doświadczeń losowych. Modele te mogą być przez każdego studenta wykorzystywane dowolną liczbę razy, ułatwiając zrozumienie przebiegu omawianego doświadczenia. Zastosowanie modelu umożliwia natychmiastowe prezentowanie wyników doświadczenia w formie, która ułatwia ich analizę. Niewątpliwą zaletą tego rozwiązania jest również fakt, że wykorzystanie modeli nie jest ograniczone do czasu udziału w zajęciach, czy też prezentacji na wykładzie – każdy student może wykorzystywać prezentowane modele w sposób indywidualny.

Do każdej części materiałów został dołączony interaktywny moduł *Sprawdź się* oraz standardowa lista zadań przeznaczonych do samodzielnej pracy w okresie pomiędzy ćwiczeniami. Moduł *Sprawdź się* to zestaw zadań o charakterze testowym. Zadania w tej części nie są zbyt trudne i sprawdzają znajomość podstawowych faktów oraz umiejętność posługiwania się algorytmami omawianymi w danym module. Po rozwiązaniu każdego z zadań w tej części uczący się

otrzymuje natychmiastową informację zwrotną zawierającą ewentualne wskazówki, które umożliwiają usunięcie braków, o ile takie zostały ujawnione. Praca z zadaniami w części *Sprawdź się* jest indywidualną pracą każdego korzystającego z materiałów i z założenia nikt nie ma wglądu w jej rezultaty. Element *Sprawdź się* może być przez uczącego się wykorzystywany dowolną liczbą razy w dowolnym czasie, z tym że przy każdym uruchomieniu poszczególne zadania w zestawie są losowo wybierane z pewnej grupy.

Dołączone listy zadań do samodzielnej pracy zostały opracowane na podstawie dostępnych publikacji (Płocki, 2004; Płocki, 2005). Na listach tych pojawiają się zadania trudniejsze niż w części *Sprawdź się*, często o charakterze zadań problemowych.

Zajęcia ćwiczeniowe dają możliwość omówienia, skomentowania i sprawdzenia poprawności rozwiązań zadań, które pojawiły się na liście. Stwarzają studentom możliwości do rozmowy w małej grupie o napotkanych przy opracowywaniu materiału trudnościach i dzielenia się swoimi wątpliwościami. Stałym elementem pracy na ćwiczeniach są również prowadzone w tradycyjnej formie kolokwia dotyczące każdego z prezentowanych tematów. Pełnią one podwójną rolę: motywują studentów do systematycznej pracy i pozwalają na bieżącą diagnozę poziomu zrozumienia prezentowanego materiału. Dzięki temu łatwiej jest szybko i skutecznie reagować w wypadku pojawienia się kłopotów z właściwym zrozumieniem prezentowanych treści.

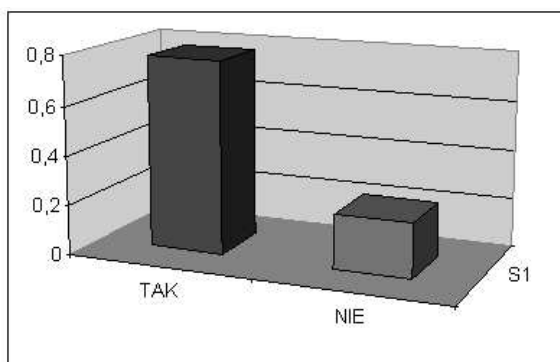
W trakcie omawianego kursu głównym źródłem wiadomości pozostaje wykład. Należy podkreślić, że w jego trakcie systematycznie wykorzystywana jest technologia informacyjna. Przez cały czas omawiane zagadnienia są ilustrowane prezentacjami programu PowerPoint, odpowiednio przygotowanymi arkuszami programu Excel, demonstrowane są techniki wykonywania obliczeń i wykresów za pomocą kalkulatorów graficznych, prezentowane są odpowiednie fragmenty materiałów udostępnionych na platformie. Wykłady organizowane są w taki sposób, że pierwsza ich część przeznaczona jest na odpowiedzi i wyjaśnienia wykładowcy dotyczące materiałów, udostępnionych za pośrednictwem platformy. Studenci są zachęceni, by na bieżąco komentować materiały i swoje odczucia związane z prezentowanymi treściami. Zagadnienia, które sprawiły problem przy samodzielnym studiowaniu materiałów, są szczegółowo omawiane i komentowane. Druga część wykładu jest poświęcona na wprowadzenie nowych zagadnień. Dzięki materiałom udostępnionym na platformie wykład może się koncentrować na przedstawieniu najważniejszych zagadnień i szczegółowym omówieniu trudniejszych przykładów o charakterze problemowym. Wykład prowadzony jest w taki sposób, aby nie być monologiem prowadzącego. Uczestniczący w nim studenci przez cały czas są motywowani do aktywności.

Końcowym elementem każdego kursu jest dwuetapowy egzamin oraz ankieta ewaluacyjna. Egzamin prowadzony jest w tradycyjnej formie. Pierwsza część ma charakter pisemny, druga – ustny. Ankieta ewaluacyjna pozwala studentom na ocenę wszystkich elementów udostępnianych za pośrednictwem plat-

formy e-learningowej oraz ujawnienie elementów, które w największym stopniu utrudniały uczestnikom korzystanie z prezentowanych materiałów.

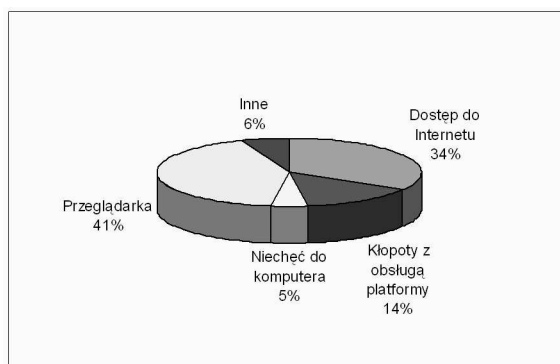
Podsumowanie

Pierwsze spostrzeżenia wynikające z analizy ankiet wskazują, że w dalszym ciągu istotną barierą w korzystaniu z materiałów elektronicznych są ograniczenia w dostępie do Internetu. W przeprowadzonej ankiecie na pytanie: *Czy miałeś problemy z materiałami umieszczonymi na platformie?* 78% uczestników odpowiedziało *tak* (rysunek 4).



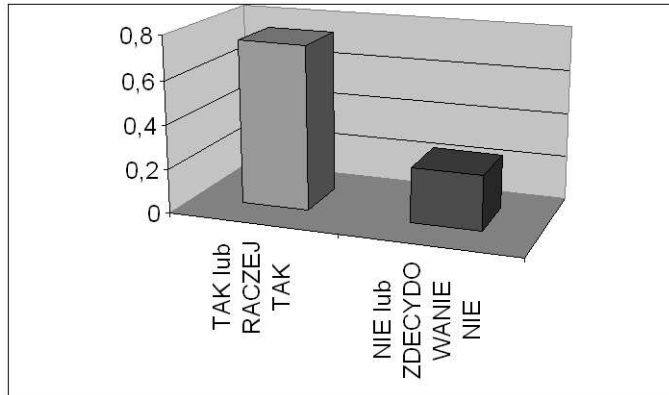
Rysunek 4. Czy miałeś problemy z materiałami umieszczonymi na platformie?

Wśród nich 34% wskazało na kłopoty z dostępem do Internetu, 41% wskazało na kłopoty z przeglądarką, 5% na niechęć do komputera (rysunek 5).



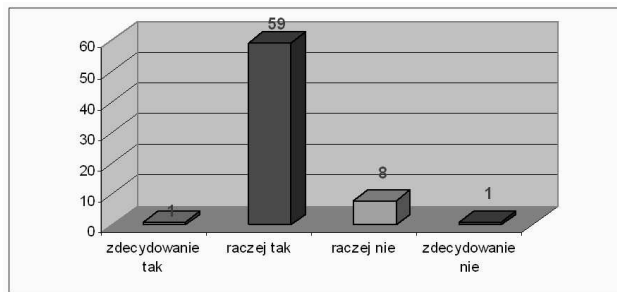
Rysunek 5. Przyczyny problemów.

Studenci są pozytywnie nastawieni do tego typu materiałów wspierających kurs. Świadczą o tym odpowiedzi na pytanie: *Czy zajęcia z innych przedmiotów matematycznych powinny być wspierane podobnymi materiałami na platformie e-learningowej?* 75% uczestników odpowiedziało: *tak* lub *raczej tak* (rysunek 6).



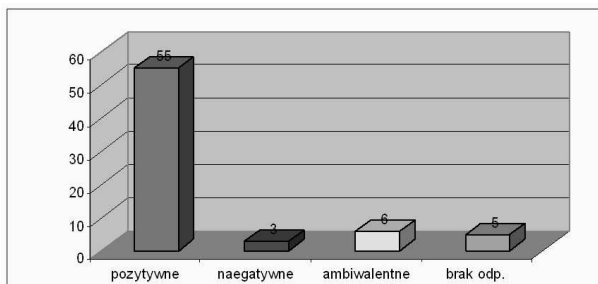
Rysunek 6. Czy zajęcia z innych przedmiotów matematycznych powinny być wspierane podobnymi materiałami?

Studenci wysoko oceniają jakość dostarczanych im materiałów (rysunek 7). Na pytanie: *Czy wiadomości i przykłady zawarte w materiałach pozwalają na opanowanie materiału?* 87% badanych osób odpowiedziało: *zdecydowanie tak* lub *raczej tak*.



Rysunek 7. Czy wiadomości i przykłady zawarte w materiałach są wystarczające?

Najniżej ocenionym przez studentów elementem okazały się narzędzia komunikacyjne. Studenci niezbyt chętnie zadają pytania za pośrednictwem forów dyskusyjnych udostępnianych im na platformie, jak również rzadko wykorzystują inne narzędzia komunikacyjne. Przychylnie została odebrana nowa forma prezentowania dowodów. Aż 80% uczestników oceniło tę formę pozytywnie (rysunek 8).



Rysunek 8. Co myślisz o formie prezentowania dowodów w materiałach?

Dotychczasowe rezultaty zachęcają do dalszego rozwoju i ulepszania udostępnianych studentom materiałów.

Literatura

- Hyla, M.: 2005, *Przewodnik po e-learningu*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.
- Kąkol, H.: 1994, *Elementy statystyki opisowej w szkole podstawowej*, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Bielsko-Biała.
- Kąkol, H.: 2002, Miejsce i rola TI w nauczaniu matematyki, *Matematyka i Komputery* **10**, 2.
- Kąkol, H.: 2003, Technologia Informacyjna w nauczaniu matematyki, *Matematyka i Komputery* **14**, 2.
- Kąkol, H., Wołodźko, S.: 1998, O pewnej koncepcji dydaktycznej nauczania elementów statystyki opisowej i rachunku prawdopodobieństwa w szkole podstawowej, *Wyż. Szkoła Ped. Kraków. Rocznik Nauk.-Dydakt. Prace z Rachunku Prawdopodobieństwa i jego Dydaktyki* **2**, 67-85.
- Żochowski, D.: 2004, *Informatyka w służbie edukacji – sytem edukacyjny wobec rozwoju technologii informatycznych*, SGH, Warszawa.
- Płocki, A.: 2004, *Prawdopodobieństwo wokół nas – rachunek prawdopodobieństwa w zadaniach i problemach*, Wydawnictwo „Dla szkoły”, Wilkowice.
- Płocki, A.: 2005, *Stochastyka 1. Rachunek prawdopodobieństwa kombinatoryka i statystyka matematyczna jako matematyka „in statu nascendi”*, Wydawnictwo Naukowe NOVUM, Płock.
- Tanaś, M.: 2005, *Pedagogika @ środki informatyczne i media*, Oficyna Wydawnicza IMPULS, Kraków-Warszawa.

*Kolegium Nauczycielskie
ul. Krakowska 30
43-300 Bielsko-Biała*

