

Roza A. Utiejewa, Antoni Pardała

## Geometria i kształcenie geometryczne we współczesnej szkole średniej i wyższej – praktyka i problemy\*

**Abstract.** The present article presents the genesis of the international conference: *Geometry and geometrical education in the current secondary and high school*, which took place on November 22-25, 2012 in Togliatti State University. This conference was dedicated to the 70<sup>th</sup> jubilee of professor W. A. Gusiew (B. A. Гусев), world-wide famous professor of Mathematics education, author and co-author of Geometry textbooks and methodological guidebooks for teachers of Maths, published for the need of students' geometrical education and having recommendation of the Russian Ministry of Education and Science. In this work the crucial threads of the plenary lecture of professor W. A. Gusiew and the points of the scientific program of the Togliatti Conference are discussed. The plenary lecture, as well as papers and groups' and round table discussions revealed the results of research on the problems of Geometry, and the state, quality and current problems of geometrical education of pupils and students. Both Russian and foreign participants of the conference, while judging and summarizing the results of the conference, jointly expressed their concerns about the slow pace of adapting the educational systems to the Bologna process, and about the current state and quality of Maths education. The legitimacy of those concerns is shown by the lower motivation of pupils and students to study Geometry and Maths, reduced number of Maths hours in school, confusing standards of Maths education, reduced requirements on the Maths school-leaving examination and Maths exams in universities.

### Wstęp

Narodziny międzynarodowej konferencji naukowej zorganizowanej przez pracowników Katedry Algebry i Geometrii Uniwersytetu Państwowego w Togliatti mają związek z rosyjskim naukowo-metodycznym seminarium na temat: *Geometria i kształcenie geometryczne we współczesnej szkole średniej i wyższej*, które

---

\*Geometry and geometrical education in the current secondary and high school – practice and problems

2010 Mathematics Subject Classification: Primary 97-02, 97D10

Key words and phrases: results of researches on the problems of geometry, practice, state, quality and current problems of geometrical education of pupils and students

odbyło się w listopadzie 2009 roku w tutejszym Uniwersytecie z udziałem zaproszonych gości z zagranicy. Nadto było ono związane z Jubileuszem 70-lecia profesora E. W. Potoskujewa z Katedry Algebry i Geometrii Uniwersytetu Państwowego w Togliatti, znanego autora podręczników z geometrii dla uczniów z klas o rozszerzonym i profilowanym nauczaniu matematyki oraz poradników metodycznych dla nauczycieli matematyki. Jego uczestnicy artykułowali istotne znaczenie tego seminarium dla współczesnego rozwoju dydaktyki matematyki, monitorowania rozwiązywanych problemów geometrii i praktyki geometrycznego kształcenia uczniów i studentów. I zaproponowali, aby nadać temu seminarium status międzynarodowej konferencji naukowej, która będzie organizowana co trzy lata w Uniwersytecie Państwowym w Togliatti.

Pierwsza międzynarodowa konferencja *Geometria i kształcenie geometryczne we współczesnej szkole średniej i wyższej* odbyła się w dniach 22-25 listopada 2012 roku w Uniwersytecie Państwowym w Togliatti, którą będziemy oznaczać w tekście tego artykułu Togliatti'2012. Ta konferencja była poświęcona jubileuszowi 70-lecia znanego w świecie profesora W. A. Gusiewa, w której uczestniczyło około 200 uczonych-matematyków i dydaktyków matematyki oraz młodych adeptów rozpoczynających badania w dydaktyce matematyki z 11 państw. I przebiegała z udziałem jego uczniów, dyplomantów i przyjaciół, a także z udziałem nauczycieli akademickich i studentów matematyki Uniwersytetu Państwowego w Togliatti i zaproszonych nauczycieli matematyki szkół Togliatti. Wiodący dydaktyk matematyki Federacji Rosyjskiej profesor W. A. Gusiew jest długoletnim kierownikiem Katedry Teorii i Metodyki Nauczania Matematyki Pedagogicznego Uniwersytetu Państwowego w Moskwie oraz znanym autorem lub współautorem podręczników szkolnych do geometrii i poradników metodycznych dla nauczycieli matematyki wydawanych dla potrzeb kształcenia geometrycznego młodzieży szkolnej i mających rekomendacje Ministerstwa Oświaty i Nauki Federacji Rosyjskiej.

Profesor R. A. Uteijewa – kierownik Katedry Algebry i Geometrii Uniwersytetu Państwowego w Togliatti – dokonała otwarcia międzynarodowej konferencji naukowej, które miało świąteczny i uroczysty charakter ze względu na jubileusz profesora W. A. Gusiewa. Niezwykle ciepło powitała Jubilata oraz wszystkich uczestników i wyraziła radość, że ta konferencja przyciągnęła tak liczne grono szanownych uczonych i uczniów Jubilata. Następnie wielu uczestników konferencji przekazało Jubilatowi serdeczne życzenia i pozdrowienia, kwiaty i upominki, słowa wdzięczności za okazaną im pomoc w czasie przygotowywania prac doktorskich, habilitacyjnych oraz odbitki swoich publikacji naukowych. Jubilat otrzymał również list gratulacyjny od Dumy Samarskiej i podziękowanie za wkład pracy w kształcenie kadr naukowych z dydaktyki matematyki dla uczelni regionu administracyjnego Samary.

Także współautor tego artykułu dołączył do grona osób składających serdeczne życzenia i podziękowania dla Jubilata oraz przekazał wyrazy wdzięczności i polskie egzemplarze publikacji z dydaktyki matematyki. Profesor W. A. Gusiew wspomagał kształcenie kadr naukowych dla Polski, bowiem był konsultantem naukowym w czasie staży naukowych i przygotowywania prac habilitacyjnych z dydaktyki matematyki J. Tockiego, H. Kąkola i M. Klakli, które zostały obronione w Pedagogicznym Uniwersytecie Państwowym w Moskwie.

Oto jak wspomina tę współpracę H. Kąkol w przesłanej i autoryzowanej wypowiedzi:

„Konsultantem naukowym mojej rozprawy habilitacyjnej pt.: *Использование современных технических средств обучения при изучении математики в школах Польши (Zastosowanie współczesnych środków dydaktycznych w nauczaniu matematyki w szkołach w Polsce)* był profesor W. A. Gusiew, którą obroniłem w 2000 roku. Jej problematyka koncentrowała się wokół zagadnień związanych z wykorzystaniem kalkulatorów, kalkulatorów graficznych, programów komputerowych w procesie nauczania i uczenia się matematyki, tzn. w toku kształtowania pojęć matematycznych, prowadzenia rozumowań matematycznych, rozwiązywania zadań i problemów matematycznych, a także w procesie kształtowania języka matematycznego. Nieocenioną pomoc w trakcie trwania mojego przewodu habilitacyjnego otrzymałem od profesora W. A. Gusiewa, między innymi w nakreśleniu problematyki mojej pracy habilitacyjnej, w przygotowaniu publikacji w języku rosyjskim. Jego życzliwość i przyjacielski stosunek do mnie niewątpliwie przyczyniły się do tego, że mogłem cały przewód habilitacyjny ukończyć w ciągu trzech lat.

Także M. Klakla w przesłanej i autoryzowanej wypowiedzi stwierdził:

podobnie jak H. Kąkol odbywałem staż habilitacyjny w Pedagogicznym Uniwersytecie Państwowym w Moskwie u profesora W. A. Gusiewa, który był także moim konsultantem naukowym przy pisaniu pracy habilitacyjnej. W październiku 2003 roku obroniłem w tym uniwersytecie pracę habilitacyjną pt. *Формирование творческой математической деятельности учащихся классов с углубленным изучением математики в школах Польши (Kształtowanie twórczej matematycznej działalności uczniów klas z pogłębionym uczeniem się matematyki w szkołach Polski)*, otrzymując stopień doktora habilitowanego nauk pedagogicznych (specjalność 13.00.02 – teoria i metodyka nauczania i wychowania (matematyka)), zatwierdzony przez Wyższą Atestacyjną Komisję dnia 19 marca 2004 roku”.

Znaczące wyniki naukowe i fragmenty z tej pracy habilitacyjnej zostały włączone do monografii W. A. Gusiewa pt.: *Теоретические основы обучения математике в средней школе: психология математического образования*, (s. 473) opublikowanej przez wydawnictwo Дрофа w 2010 roku i rekomendowanej przez Ministerstwo Oświaty i Nauki Federacji Rosyjskiej jako podręcznik dla studentów uniwersytetów pedagogicznych na specjalności matematyka. A profesor W. A. Gusiew tak stwierdza: *w napisaniu tej książki uczestniczył bliski współpracownik matematyk-dydaktyk matematyki Maciej Klakla, uczeń profesor Zofii Krygowskiej z Polski.* (zob. Утеева, 2012, s. 26). Ten cytat dotyczy tekstu na stronach 315–449 tej monografii, który jest z pracy habilitacyjnej M. Klakli.

Po uroczystym otwarciu konferencji Togliatti'2012 przystąpiono do realizacji jej programu naukowego i kulturalnego. Na program naukowy składały się wykłady plenarne i referaty, które koncentrowały się na wybranych zadaniach badawczych dotyczących trzech wiodących kierunków: 1) badania naukowe w zakresie geometrii, 2) problemy kształcenia geometrycznego w szkole średniej, 3) problemy kształcenia geometrycznego w szkole wyższej. A jego dopełnieniem był okrągły

stół na temat: *Problemy kształcenia geometrycznego w Rosji i zagranicą*, na którym przedyskutowano i podsumowano ujawnione w wystąpieniach uczestników konferencji wyniki badań, doświadczenia i problemy dotyczące współczesnej praktyki kształcenia geometrycznego uczniów i studentów.

## 1. Z realizacji programu naukowego konferencji Togliatti'2012

Niektóre szczegółowe fakty biograficzne oraz wnikliwą jakościową analizę dotyczącą działalności dydaktycznej i twórczości W. A. Gusiewa przedstawiły jego doktorantki T. A. Sotnikowa i R. A. Utiejewa w wygłoszonym wykładzie plenarnym pt. *Научно педагогическая деятельность Валерия Александровича Гусева (к 70-летию со дня рождения)* (zob. Утеева, 2012, 5-31). A sam Jubilat w uzupełnieniu do swojego CV dodał, że w jego żyłach płyną ślady polskiej krwi ze strony mamy. I stwierdził, że po raz pierwszy wyraził zgodę, aby ujawnić opinię akademika A. N. Kołmogorowa o projekcie jego pracy doktorskiej. Nadto zarysował kulisy nawiązania z nim współpracy dydaktycznej i naukowej oraz w pracach zespołu – dla zmodernizowania koncepcji matematycznego kształcenia, szkolnych podręczników do nauczania geometrii i matematyki w ZSRR – który powołał ten wybitny matematyk radziecki. Z radością wspominał o owocnym okresie swojej pracy w szkole-internacie przy Uniwersytecie Moskiewskim im. Lomonosowa oraz czasy zespołowego pisania podręczników szkolnych geometrii i poradników dla nauczycieli matematyki we współpracy z akademikiem A. N. Kołmogorowem. I można by tu przywołać słowa Antoine'a de Saint-Exupéry'ego: *Szukasz sensu życia, a przecież sens to przede wszystkim stać się sobą ... , Człowiek jest tym większy, im jest bardziej sobą*, które jakże są adekwatne do działalności społecznej, organizacyjnej, dydaktycznej i naukowej W. A. Gusiewa. Bowiem jego dokonania i twórczość, jego szkoła naukowa potwierdzają, że jest on wszechstronną, znaczącą osobowością i nadal pozostaje w obszarze badań dydaktyki matematyki. Ponadto jest on w tym środowisku naukowym sobą! (zob. Утеева, 2012, s. 5-31).

W. A. Gusiew wygłosił wykład plenarny zatytułowany *System umiejętności badawczych przy rozwiązywaniu szkolnych zadań geometrycznych*, w którym podjął problem badania systemu kompetencji przy rozwiązywaniu szkolnych zadań geometrycznych (zob. Утеева, 2012, s. 32-38). I przypomniał, że dla ludzkości istnieje jeden wiecznie nierozwiązany problem: *jak rozwiązać zadanie matematyczne?* Chociaż wielu twórczych matematyków, dydaktyków matematyki, metodyków i nauczycieli matematyki próbowało i nadal próbuje odpowiedzieć na to pytanie. W wielu krajach są specjaliści w zakresie rozwiązywania zadań matematycznych oraz znana jest książka G. Polyi *Jak to rozwiązać?* I dodał, także w Rosji wielu było i jest takich specjalistów. Można do nich zaliczyć: A. И. Фетисова, З. А. Скопеца, И. Ф. Шаригина, Ю. М. Колягина i innych. O problemach rozwiązywania zadań matematycznych, w szczególności poszukiwania ich rozwiązań, o wglądzie (insight) w zadanie matematyczne i poszukiwanie jego rozwiązania, a także o psychologii i dydaktyce kształcenia matematycznego piszą między innymi: В. Г. Болтянский и А. П. Савин (2003), В. А. Гусев (2003, 2010). Nadal to są problemy globalne: jak rozwiązać zadanie matematyczne? Jaka jest współczesna koncepcja psychologiczno-pedagogiczna kształcenia matematycznego uczniów oraz studentów

na różnych kierunkach i specjalnościach studiów? Nadto w Federacji Rosyjskiej pojawił się nowy problem: jak organizować i przeprowadzać państwowy egzamin maturalny z matematyki (ЕГЭ) przy pomocy rozwiązania odpowiedniego zestawu zadań, aby rzetelnie określić poziom rozwoju matematycznego uczniów kończących szkołę średnią (ponadgimnazjalną)?

W. A. Gusiew po sformułowaniu pewnych refleksji dotyczących ЕГЭ podkreślił, że zarówno nauczyciele matematyki, jak i uczniowie chcą jak najszybciej otrzymać rozwiązanie zadania matematycznego w formie pisemnej. Ale to nie zawsze jest realne i nie tak należy minimalizować czas na jego rozwiązanie. Analizując umiejętności badawcze przy rozwiązywaniu szkolnych zadań geometrycznych należy wyróżnić dane i szukane zadania, figury dotyczące tych danych i szukanych oraz ustalić związki między własnościami wyodrębnionych figur. W toku rozwiązywania danego zadania geometrycznego nie jest trudno wyobrazić sobie sytuację określoną pytaniem: czy wszystkie wyżej wymienione umiejętności badawcze będą niezbędne, będą wykorzystane? I dalej, W. A. Gusiew z pokorą skierował swoje refleksje na potencjalnie możliwe sytuacje dotyczące rozwiązywania zadań matematycznych na ЕГЭ. W szczególności podkreślił, że zaproponowana metodyka może okazać się nieskuteczna na ЕГЭ, np. dla rozwiązania pewnego zadania geometrycznego, bo do jego rozwiązania może być niezbędna jakaś niestandardowa idea bądź idee albo swoista metodyka. O takim możliwym przypadku piszą także В. Г. Болтянский и А. П. Савин (zob. Болтянский, 2012). Na przykładzie prostego zadania: *znaleźć kąt między dwusiecznymi kątów przyległych*, W. A. Gusiew zilustrował zaproponowaną metodykę rozwiązywania szkolnych zadań geometrycznych. I zachęcił do kontynuowania badań nad jej wdrożeniem do praktyki szkolnego nauczania geometrii i matematyki, w szczególności z wykorzystaniem niestandardowych zadań rozwijających twórczą matematyczną aktywność uczniów.

Przejawami twórczości uczestników konferencji i zainteresowania jej tematyką były nadesłane i przyjęte wykłady plenarne, referaty i opracowania, które zostały opublikowane w pracy zwartej (zob. Утеева, 2012). A zgrupowano je w następujących rozdziałach: 1) wykłady plenarne, 2) nowe standardy kształcenia geometrycznego, 3) kształcenie geometryczne uczniów klas początkowych, 4) kształcenie geometryczne w szkole średniej, 5) pogłębione nauczanie geometrii w szkole, 6) metoda projektów i działalność badawcza w kształceniu geometrycznym uczniów i studentów, 7) historia matematyki i kształcenia geometrycznego, 8) kształcenie geometryczne w szkole wyższej, 9) kształcenie geometryczne studentów na niematematycznych specjalnościach, 10) stosowanie innowacyjnych i interaktywnych technologii w uczeniu się geometrii, 11) krótkie informacje o uczestnikach konferencji.

## Podsumowanie

Zarówno wykłady plenarne, jak również referaty i dyskusje w sekcjach tematycznych oraz dyskusja w ramach okrągłego stołu uczestników konferencji Togliatti'2012 odsłoniły badane problemy geometrii oraz stan, jakość i współczesne problemy kształcenia geometrycznego uczniów i studentów. Zarówno uczestnicy konferencji z Federacji Rosyjskiej, jak również z innych państw, oceniając i podsumowując jej wyniki zgodnie wyrażali także niepokój z powodu zbyt powolnego

wdrażania się systemów kształcenia zgodnych z procesem bolońskim, a także współczesnego stanu jakości wdrażania kształcenia matematycznego. A przejawami tego są: obniżona motywacja uczniów i studentów do uczenia się matematyki, zmniejszanie liczby godzin na realizację programu nauczania matematyki, zagniatwane standardy kształcenia matematycznego, obniżone wymagania na egzaminie maturalnym z matematyki, obniżone wymagania na egzaminach z matematyki lub z przedmiotów matematycznych dla studentów.

R. A. Utiejewa podsumowując konferencję Togliatti'2012 stwierdziła, że w Federacji Rosyjskiej geometria jako przedmiot współczesnego kształcenia uczniów i studentów straciła o wiele więcej niż matematyka. I przypominała słowa znanego geometry I. F. Szarygina: *geometria to jest witamina dla mózgu ludzkiego*. Dla wszystkich oczywistym jest fakt, że dla rozwoju fizycznego dziecka niezbędne jest pożywienie pełnowartościowe i zróżnicowane. A dla jego rozwoju intelektualnego niezbędne są zabawy i gry, ćwiczenia adekwatne do jego możliwości percepcyjnych, czyli różnorodnie dla niego „pożywienie intelektualne”. Współcześnie nie kwestionuje się, że matematyka, w szczególności geometria, jest jednym z pełnowartościowych i niezbędnych przedmiotów w systemie kształcenia. I kontynuując stwierdziła, że w świat geometrii powinno się wprowadzać uczniów już od pierwszej klasy. To jest niezbędne dla sukcesywnego treningu ich mózgu, rozwoju ich myślenia geometrycznego i wyobraźni geometrycznej. Obecnie w systemie szkolnego kształcenia w Federacji Rosyjskiej ujawniły się niepokojące tendencje: 1) zmniejsza się liczbę godzin na realizację programu nauczania matematyki, 2) mało jest zadań geometrycznych na ЕГЭ, 3) nauczyciele matematyki przygotowują swoich uczniów do ЕГЭ w zasadzie z zakresu algebry i elementów analizy matematycznej. Także dodała, że w Federacji Rosyjskiej pozostało mało geometrów i dydaktyków nauczania geometrii, co rzutuje także na jakość kształcenia nauczycieli matematyki w uczelniach wyższych oraz na ich doskonalenie zawodowe. A poprawa obecnego stanu kształcenia geometrycznego we współczesnej szkole średniej może nastąpić, jeśli będzie 1) więcej godzin na realizację treści programowych z geometrii i uczenie się geometrii, 2) poprawi się poziom kształcenia nauczycieli matematyki i ich doskonalenia w ramach kursów podnoszenia kwalifikacji zawodowych (zob. Старухина, 2012).

Międzynarodowa konferencja Togliatti'2012 była twórczym forum naukowym. Po wykładach plenarnych i referatach oraz oficjalnych nad nimi dyskusjach jej uczestników miały jeszcze miejsce nieformalne kontakty. Wieczorne spotkania z autorami tych wykładów i referatów, dalsze dyskusje z nimi oraz nieskrępowana wymiana poglądów o problemach poruszanych w nich lub w toku realizacji programu konferencji pozwoliły wzbogacić wiedzę i doświadczenie jej uczestników. Taka formuła konferencji bardziej zintegrowała jej uczestników i dała możliwość poznania nowych publikacji i wyników badań. Czterodniowy program naukowy konferencji okazał się dla jej uczestników, szczególnie dla tych, którzy po raz pierwszy byli gośćmi Katedry Algebry i Geometrii Uniwersytetu Państwowego w Togliatti, kursem doskonalenia ich kwalifikacji w zakresie geometrii i kształcenia geometrycznego. Nadto pozwolił wzbogacić wiedzę i umiejętności, metodologię badania problemów geometrii i kształcenia geometrycznego we współczesnej szkole średniej i wyższej.

## Literatura

- Болтянский, В. Г., Савин, А. П.: 2002, *Беседы о математике*, Москва: ФИМА, МЦНМО.
- Гусев, В. А.: 2003, *Психолого-педагогические основы обучения математики*, Москва: Вербум.
- Гусев, В. А.: 2010, *Теоретические основы обучения математике в средней школе – психология математического образования: учебное пособие для вузов*. Автор-составитель В. А. Гусев. Москва: Дрофа.
- Гусев, В. А.: 2012, Система исследовательских умений при решении школьных геометрических задач. *Сборник трудов Международной научной конференции: Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе (к 70-летию В. А. Гусева)*, Издательство ТГУ, Тольятти, 32-38.
- Пардала, А., Аширбаев, Н. К.: 2012, Проблемы геометрического образования учащихся и студентов в XXI веке, *Сборник трудов Международной научной конференции: Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе (к 70-летию В. А. Гусева)*, Издательство ТГУ, Тольятти, 43-50.
- Утеева, Р. А. (отв. ред.): 2012, *Сборник трудов Международной научной конференции: Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе (к 70-летию В. А. Гусева)*; Издательство ТГУ, Тольятти.
- Сотникова, Т. А., Утеева, Р. А.: 2012: Научно педагогическая деятельность Валерия Александровича Гусева (к 70-летию со дня рождения), *Сборник трудов Международной научной конференции: Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе (к 70-летию В. А. Гусева)*, Издательство ТГУ, Тольятти 2012, 5-31.
- Старухина, К.: 2012, В кругу друзей, *Тольяттинский Университет* 43(508), Еже-недельник, 28 XI 2012, 1, 3.

*Togliatti State University  
Bellorusskaya St. 14  
H45667, Togliatti  
Russia  
e-mail: roza.uteeva@yandex.ru*

*Wydział Matematyki i Fizyki Stosowanej  
Politechnika Rzeszowska im. I. Łukasiewicza  
ul. Powstańców Warszawy 12  
PL-35-959 Rzeszów  
e-mail: pardala@prz.edu.pl*