ROCZNIK NAUKOWO–DYDAKTYCZNY WSP W KRAKOWIE

Zeszyt 191 Prace z Rachunku Prawdopodobieństwa i jego Dydaktyki II 1998

Яков С. Бродский

О прикладной направленности изучения вероятности и статистики в школе

Введение вероятностно-статистической линии в школьный курс математики позволяет более полно реализовать прикладную направленность обучения математике. Известный голландский математик и педагог Г. Фройденталь справедливо отмечал, что

> если хотеть применять теорию вероятностей, то не нужно вставлять между математикой и действительностью сложную теорию; теорию вероятностей можно применять также непосредственно, как и элементарную арифметику, т.е. с помощью моделей, которые каждый может понять сразу ([15]).

Отвечая на вопрос, зачем изучать математику, А. Д. Мышкис в [9] пишет:

> Главная цель изучения математики наиболее широкими слоями учащихся состоит в том, чтобы математику можно было применять. Имеются в виду применения в самом широком плане: не только на производстве, но и в других дисциплинах, при чтении специальной и популярной литературы, в быту; кроме того основные математические понятия позволяют глубже осмысливать различные факты, видеть их общие черты, навыки разумной точности могут помочь формировать мысли и т.д..

Эта точка зрения не стала общепринятой. Нередко математику преподают как абстрактную систему, оторванную от реальной действительности либо как систему готовых правил вычисления, в которые остается лишь подставить числовые данные.

В практике преподавания нередко бытует искаженное представление о сущности и путях реализации прикладной направленности обучения математике. Иногда краткую информацию о возможных приложениях изученного материала в каких-либо предметах, темах считают полноценной реализацией прикладной направленности. Не отрицая важности такой информации, мы считаем, что ею далеко не исчерпывается реализацией прикладной направленности.

Часто проблему реализации прикладной направленности сводят лишь к решению прикладных задач. Следует иметь в виду, что решение прикладных задач, являясь лишь составной частью применения математических моделей, должно быть итогом установления взаимосвязей между понятиями, фактами, итогом применимости методов.

Чтобы принцип прикладной направленности обучения математике вообще, вероятности и статистике в частности, был не только декларацией, он должен реализовываться на всех этапах планирования и организации процесса обучения: при задании целей, отборе содержания, выборе методических путей организации процесса обучения, в том числе и при организации самостоятельной работы учащихся, в системе контроля.

Задание целей. Вероятностно-статистическая линия в школьном курсе математики призвана выработать у учащихся умения анализировать случайные факторы, оценивать шансы, выдвигать гипотезы, прогнозировать развитие ситуации, принимать решения в условиях, подверженных влиянию случая. Реализация этой линии предполагает формирование у учащихся таких видов деятельности, как:

— построение простейших вероятностных моделей реальных процессов и явлений;

— анализ эмпирических данных, включающий самостоятельный сбор данных, постановку экспериментов, первичную обработку статистического материала, статистические выводы;

— перебор или пересчет конфигурации элементов, обладающих заранее заданными свойствами, т.е. комбинаторную деятельность.

Как и для любой содержательной линии, цели стохастической линии наряду с описанием, должны задаваться конструктивно, диагностично. В системе задач обязательного уровня, в системе заданий, определяющих минимальный уровень подготовки учащихся, существенное место должны занимать приложения. Конечно, уровень этих задач должен быть доступен учащимся, и используемые для их решения знания не должны выходить за рамки обязательного уровня по другим предметам. Вот примеры заданий, которые, на наш взгляд, должны уметь выполнять все учащиеся в результате изучения элементов теории вероятностей и математической статистики.

1. Ихтиолог хочет определить, сколько в пруду рыб, годных для улова. Для этого он забросил сеть с заранее выбранным размером ячеек и, вытащив ее, обнаружил 30 рыб, отметил каждую из них меткой и бросил

обратно в пруд. На другой день забросил ту же самую сеть и поймал 40 рыб, на двух из которых были его метки. Как по этим данным он приблизительно вычислил количество рыб в пруду?

2. Электрическая цепь состоит из двух элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятности их безотказной работы равны соответственно 0,9 и 0,8. На сколько процентов повысится надежность работы цепи, если последовательное соединение элементов заменить параллельным?

3. Согласно статистическим данным, вероятность того, что 25-летний человек проживет еще год, равна 0,998. В каком случае страховая компания ожидает получить большую прибыль от страхования одного человека: если она предложит 25-летнему человеку застраховаться на сумму 1000 грн. при страховом взносе 3 грн. или на сумму 2000 грн. при страховом взносе 6 грн.?

4. Завод выпускает массовую продукцию. Если изделие, выпущенное заводом и поступившее в продажу, выходит из строя в течение года, то оно заменяется запасным. Для установления необходимого числа запасных изделий были проведены наблюдения в 50 пунктах, где было продано по 100 изделий. Оказалось, что в течение года в пятнадцати случаях ни одно изделие не вышло из строя, в пятнадцати — одно, в десяти — два, в шести — три, в трех — четыре и в одном 5 изделий вышло из строя. Найдите среднее число запасных изделий, которое необходимо выпускать заводу: а) на каждые 100 изделий;б) если завод за год отправляет в продажу 1000 изделий. Считать, что выход из строя запасного изделия невозможен.

5. В распоряжении агрохимика есть пять различных типов минеральных удобрений. Он изучает совместное влияние каждой тройки удобрений на опытном участке площадью 0,3 га. Какой должна быть площадь всего опытного поля, если все возможные эксперименты проводятся одновременно?

Кратко прокомментируем эти задания. Приведенный перечень не следует рассматривать в качестве полного задания целей, которые стоят перед вероятностно-статистической линией. В большинстве из приведенных задач вопрос поставлен в терминах описанной ситуации и решение задачи предполагает перевод его на язык математики. Все задания 1-5 направлены на формирование у учащихся основного вида математической деятельности — математического моделирования. Рассмотрим основные виды математических моделей, к которым сводится решение этих задач.

В задаче № 5 требуется построить пространство элементарных исходов эксперимента. Здесь словесно описывается некоторый случайный опыт. Требуется найти число его исходов. Задача может быть решена либо перебором возможных вариантов, либо применением основных комбинаторных схем. Другими словами, ее рассмотрение не требует в обязательном порядке систематического изучения комбинаторики.

В задаче № 1 предусматривается оценка вероятности события по его частоте. Здесь приводятся данные, позволяющие вычислять относительную частоту события „наудачу пойманная рыба мечена". Для решения задачи по существу требуется найти вероятность этого события. При достаточно большом числе опытов она примерно равна значению относительной частоты.

Задача № 2 предполагает сравнение вероятностей случайных событий. Здесь нужно отдать предпочтение одной из двух возможных ситуаций. Для этого вычисляются и сравниваются вероятности соответствующих случайных событий.

Аналогично в задаче № 3 речь идет о сравнении числовых характеристик случайных величин. Здесь тоже нужно выбрать одну из двух ситуаций, вычисляя и сравнивая для этого средние значения двух случайных величин.

В задаче № 4 требуется оценить математическое ожидание случайной величины по выборочному среднему. Здесь описывается случайная величина (число бракованных изделий из 100, поступивших в продажу), закон распределения и числовые характеристики которой неизвестны. В условии содержатся результаты достаточно большого числа независимых наблюдений над этой случайной величиной. По выборочному среднему указывается приближенное значение математического ожидания.

Выше описаны типы математических моделей, к которым сводится решение прикладных вероятностных задач обязательного уровня. Более полное описание вероятностных моделей, применимых в практике школьного преподавания, содержится в [6].

Отбор содержания. Содержание вероятностно-статистической линии должно быть адекватным целям ее изучения. Коль скоро приложения заложены в цели и итоговые результаты новой содержательной линии, они должны найти отражение в структурных элементах содержания — понятиях, фактах, методах, заданиях [5].

При отборе материала для новой содержательной линии необходимо учитывать общеобразовательную значимость, прикладную ценность, мировоззренческий потенциал предлагаемого материала. В стохастической линии должны найти отражение такие понятия, как случайный опыт, случайное событие, его относительная частота и вероятность, случайная величина, ее числовые характеристики, должно быть сформировано понимание устойчивости в мире случайного.

Судя по некоторым учебным пособиям [8], [16], их авторы не считают необходимым изучение случайных величин. Зарубежный опыт [12], публикации последних лет [7], личный опыт автора говорят о целесообразности включения этого понятия в содержание новой линии: знакомство с распределением случайных величин, их числовыми характеристиками дает учащимся возможность анализировать простые экономические ситуации, лотереи, азартные игры, оценивать шансы получить выигрыш, выбрать оптимальную стратегию, принимать обоснованные решения. Изучение перечисленных вопросов даст возможность выработать у учащихся понимание смысла средних показателей, степени разброса статистических данных. А это, в свою очередь, поможет учащимся правильно воспринимать и оценивать поступающую информацию.

Содержание курса математики, направленное на реализацию прикладной направленности обучения математике, во многом должно определяться характером математической деятельности, специфичной для повседневной жизни, смежных дисциплин. Другими словами, структурными элементами содержания могут рассматриваться виды деятельности. Важнейшим видом математической деятельности учащихся является математическое моделирование. В ходе обучения должны быть реализованы три этапа решения прикладной задачи:

1) построение математической модели объекта (явления или процесса);
2) внутримодельное исследование, т.е. решение задачи средствами математики;
3) интерпретация полученного решения с точки зрения исходной ситуации.

Ценность вероятностно-статистического материала в обучении учащихся математическому моделированию состоит в том, что даже обычные учебные задачи решаются по приведенной выше схеме, в три этапа. Так, задача на подсчет вероятности события в опыте, заданном описательно, предполагает

а) построение математической модели случайного эксперимента, т.е. описание его пространства элементарных исходов и задание элементарных вероятностей;

б) решение задачи внутри модели, а именно вычисление вероятности случайного события по определению или с использованием теорем;

в) частотную интерпретацию результата.

Аналогичная ситуация имеет место в задачах на подсчет числовых характеристик случайных величин, заданных описательно. Построение математической модели сводится к составлению закона распределения случайной величины. Внутримодельное решение задачи состоит в вычислении математического ожидания или дисперсии. Решение задачи может завершаться статистической интерпретацией полученных результатов.

Для обеспечения прикладной направленности обучения стохастике должны быть сформированы те навыки, которые необходимы для исследования вероятностных моделей, используемых для описания реальных процессов и явлений, имеющих как общекультурное значение, так и применяемых в других дисциплинах. При этом формирование соответствующих навыков целесообразно проводить с учетом их использования в математических моделях.

Например, навыки вычисления математических ожиданий индикаторов событий используются при решении задач на оптимизацию математических ожиданий дискретных случайных величин, когда пытаются получить максимально ожидаемую отдачу в каком-либо предприятии, (см., например, задачу о торговце хотдогами в [13], или задачу о торговце газетами в [14]). Поэтому соответствующая система упражнений должна содержать и такие задания. Итак, система упражнений по вероятности и статистике должна содержать задания:

а) направленные на формирование навыков, необходимых для исследования математических моделей;

б) с прикладной фабулой, т.е. так называемые прикладные задачи.

В работах [11], [10], [13], [6] рассмотрены особенности прикладных задач. Напомним важнейшие из них. Пониманию учащихся должны быть доступны содержание, постановка задач, математические модели. Условия задач должны быть правдоподобны, хотя вполне допустимо рассмотрение прикладных задач, упрощающих реальную ситуацию. Прикладная задача должна давать возможность обсуждать применимость результатов ее решения в практической деятельности. В прикладной задаче некоторые условия могут оказаться избыточными. В этом случае требуется установить, какие именно, а затем использовать их для контроля. Некоторых данных может нехватать, и приходится думать, откуда их взять. Так, для полного решения уже упомянутых задач о торговце бутербродами или торговце газетами нужно знать распределение числа покупателей. Эти данные можно получить из наблюдений в течение длительного времени за числом покупателей. При построении моделей приходится делать дополнительные предположения, а затем обсуждать или проверять их выполнимость. Рассмотрим, например, следующую задачу [17].

6. [1] **Фермер ежегодно отправляет на рынок a_0, a_1, a_2 или a_3 телят, причем вероятности этих значений числа проданных телят соответственно равны p_0, p_1, p_2 или p_3 $(p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1)$. Цена одного теленка в разные годы может равняться b_0 или b_1, причем вероятности этих цен равны соответственно q_0 или q_1 $(q_0 + q_1 = 1)$. Какова средняя годовая выручка фермера от проданных телят?**

Для ответа на поставленный вопрос приходится вычислять математическое ожидание произведения двух случайных величин: числа проданных телят и цены одного теленка. По данным задачи это удается сделать, если величины независимы. Явно в условии об этом не говорится. Оправдано ли такое предположение? По всей видимости, ответ на этот вопрос утвердительный, так как цена одного теленка в малой степени зависит от числа телят, поставляемых данным фермером на рынок. Она зависит от общего числа телят на рынке, от спроса на телят и некоторых других факторов. Такие рассуждения крайне полезны в работе с учащимися. Существенным в решении прикладных задач является привитие учащимся навыков самоконтроля. Например, решив уже упоминавшуюся оптимизационную задачу о торговце бутербродами на основе данных, приведенных в [13], получаем, что максимальную прибыль продавец ожидает получить при покупке 30 булок. Полезно предложить учащимся подсчитать математическое ожидание прибыли при покупке 25, 29, 30, 31, 35 и т.д. булок.

При решении прикладных задач целесообразно показать учащимся возможность одинаковых моделей для разных объектов и различных моделей одного и того же объекта. Одинаковые модели можно построить для ситуаций, описанных в задаче о торговце бутербродами и в следующей задаче из [13].

7. **Предполагается участие в следующей игре. Вначале можно купить любое число жетонов по 2 злотых за штуку. Затем участник бросает 2 кости и считает сумму выпавших очков j. За j жетонов он получает по 3 злотых за штуку, а за остальные по 1 злотому. Сколько жетонов стоит купить для участия в игре?**

Третий этап решения прикладной задачи содержит интерпретацию полученного результата, проверку адекватности модели рассматриваемому явлению, уточнение модели и ее развитие. Проиллюстрируем это на следующей задаче.

[1] Для удобства ссылок используем сквозную нумерацию рассматриваемых задач.

8. **Два игрока играют серию партий, причем в каждой партии игроки могут набрать одно очко. Тот из игроков, который первым наберет 4 очка, получает приз. Игру вынуждены были прекратить в момент, когда первый игрок набрал три очка, а второй — одно. Как разделить приз между игроками?**

Для построения математической модели ситуации, рассматриваемой в задаче, сделаем дополнительные предположения:

а) шансы выигрыша для каждого игрока в каждой партии одинаковы;

б) каждая партия заканчивается победой одного из игроков.

Приз разумно делить пропорционально вероятностям выигрышей игроков в ситуации, когда игра продолжалась бы до тех пор, пока кто-то из игроков наберет 4 очка. Пространство элементарных исходов этого эксперимента имеет вид $\Omega = \{1, 21, 221, 222\}$, где, например, 21 означает, что первую партию (после остановки игры) выиграет второй игрок, а вторую — первый. Вероятности этих исходов соответственно равны $p(1) = \frac{1}{2}$, $p(21) = \frac{1}{4}$, $p(221) = p(222) = \frac{1}{8}$. На этом завершается построение вероятностной модели опыта. В рамках этой модели вычислим вероятности выигрышей для первого и второго игроков (события A и B соответственно).

$$P(A) = P(\{1, 21, 221\}) = p(1) + p(21) + p(221) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8};$$

$$P(B) = P(\{222\}) = p(222) = \frac{1}{8}.$$

Закончено внутримодельное решение задачи. Приступаем к третьему этапу. Приз целесообразно разделить в соотношении 7:1. Тем самым мы интерпретировали полученный результат на языке ситуации, описанной в задаче. Адекватность модели рассмотренной ситуации можно установить, имитируя эту ситуацию вручную (подбрасыванием монеты) или с помощью ПЭВМ. Модель можно уточнить, отказавшись от сделанных предположений а) и б). Можно принять шансы выигрыша для игроков соответственно равными u и $1 - u$, предположив независимость исходов различных партий. Далее можно отказаться и от результативности каждой партии, введя вероятности выигрыша, ничейного результата, проигрыша для каждого игрока в каждой партии.

Несмотря на большое количество задач, иллюстрирующих прикладную направленность теории вероятностей и математической статистики и имеющихся в литературе, немного среди них таких, которые могут быть использованы в школьной практике. И если серьезно думать о должном обеспечении мотивов в изучении вероятности и статистики, реализации прикладной направленности новой содержательной линии, то возникает острая проблема банка прикладных задач. Нами накоплен определенный опыт составления таких задач. Частично он представлен в [1]-[2]. Эти задачи в упрощенных ситуациях показывают применение вероятностных и статистических методов в таких отраслях знаний, как теория надежности, страховое дело, статистический контроль качества продукции, элементарные методы оптимизации, теория массового обслуживания.

Выбор методических путей. Организация учебного процесса. Прикладная направленность обучения стохастике обеспечивается не только заданием целей и выбором содержания. Она реализуется и методикой изложения материала, методикой организации учебного процесса. Речь идет прежде всего о выборе определений понятий, способов обоснования тех или иных фактов, методике введения новых понятий, о выборе средств обучения.

Одним из путей усиления прикладной направленности изучения вероятности и статистики является широкое использование статистического подхода к определению основных понятий теории вероятностей. Целесообразно параллельно изучать вероятностные понятия с их статистическими аналогами: вероятность и относительная частота, закон распределения случайной величины и выборочное распределение, математическое ожидание и выборочное среднее, дисперсия и выборочная дисперсия.

Например, приближенное равенство математического ожидания выборочному среднему $E(X) \approx \overline{x}$, позволяет, с одной стороны, по значению математического ожидания случайной величины предсказать поведение случайной величины в последующих опытах, а с другой стороны, по выборочному среднему, вычисленному по результатам опытов, указать приближенное значение математического ожидания.

В практике преподавания вероятности и статистики полезно проведение массовых опытов, например, с бросанием монет, кубиков, извлечением шаров, карт и т.д. Опыт может быть использован для сравнения различных вероятностных моделей эксперимента, для подтверждения правильности прогноза, сделанного на основании теоретических расчетов, для сравнения теоретических характеристик с их статистическими аналогами, для выдвижения гипотез о значении вероятности событий и т.д.

Прикладная направленность курса математики должна влиять на методику формирования понятий. Введению математического понятия предшествует подготовительная работа, включающая мотивировку целесообразности его изучения, работа, направленная на то, чтобы вводимое определение было для учащихся естественным, понятным. С этой целью часто полезно рассмотреть различные объекты, для моделирования которых используется изучаемое понятие.

Рассмотрим, например, один из возможных подходов к формированию понятия математического ожидания. Ему может предшествовать рассмотрение следующей задачи.

9. В результате испытаний двух однотипных приборов a и b установлена вероятность помех, оцениваемых по трехбалльной системе

Уровень помех в баллах		1	2	3
Вероятность появления	a	0,20	0,06	0,04
помех данного уровня	b	0,07	0,03	0,10

Меньшему уровню помех соответствует меньшее количество баллов. В случае отсутствия помех их уровень принимается равным нулю баллов. Какой из приборов менее чувствителен к помехам?

По этим данным (а фактически заданы законы распределения уровней помех двух приборов) трудно ответить на поставленный вопрос: у прибора b, по сравнению с прибором a, чаще встречаются помехи в 3 балла, но и чаще вовсе отсутствуют помехи (примерно в 80% случаев против 70% у прибора a). Нужна числовая характеристика, которая позволила бы оценить чувствительность приборов к помехам. Такой характеристикой и является математическое ожидание. К его определению можно подвести учащихся, решив, например, такую задачу.

10. Выпущено 500 лотерейных билетов, причем на каждый из 40 билетов выпадает выигрыш в 1 грн.[2], 10 билетов принесут их владельцам выигрыш по 5 грн., 5 билетов — по 10 грн. Остальные билеты безвыигрышные. Какой средний выигрыш выпадает на 1 билет?

После введения определения математического ожидания можно ответить на вопрос задачи 9. Если X_1, X_2 — уровни помех приборов a и b, то $E(X_1) = 0,44$, $E(X_2) = 0,43$. Естественно прибор B признать менее чувствительным к помехам.

Перед введением понятия дисперсии случайной величины можно опять обратиться к задаче 9, сохранив поставленный вопрос, но несколько изменив числовые данные.

Уровень помех в баллах		1	2	3
Вероятность появления	a	0,20	0,06	0,04
помех данного уровня	b	0,06	0,04	0,10

[2]Skrót nazwy ukraińskiej waluty: grywna (przypis red.).

Здесь $E(X_1) = E(X_2) = 0,44$. Математические ожидания совпали. По этим данным нельзя указать прибор, менее чувствительный к помехам. Естественно отдать предпочтение тому из приборов, для которого меньше отклонения значений помех от среднего значения. Таким образом приходим к понятию дисперсии.

Аналогичную работу целесообразно проводить и при изучении тех или иных фактов.

Ориентация на приложения курса математики существенно влияет на стиль изложения материала, методы обоснования утверждений. Здесь должен быть достигнут разумный компромисс между строгостью, доступностью и прикладной направленностью. Как справедливо отмечается в [10],

> уровень строгости различен в различных областях знаний и его применений; с развитием этих областей он все время меняется, стихийно складываясь в соответствии с их задачами и методами.

Для обоснования тех или иных математических утверждений целесообразно использовать там, где это возможно свойства тех физических объектов, которые моделируются соответствующими математическими понятиями. При этом допустим (а зачастую и желателен) так называемый физический уровень обоснования. Так может быть получено, например, свойство математического ожидания суммы случайных величин, проиллюстрированы такие свойства дисперсии, как $D^2(c) = 0$, $D^2(X+c) = D^2(X)$, где c — константа.

Реализация прикладной направленности обучения математике требует и соответствующих учебных средств. В первую очередь речь идет об учебнике. Создание такого учебника по вероятности и статистике является актуальной задачей в Украине. Необходимы и дидактические материалы, адекватные целям и содержанию вероятностно-статистической линии. Примеры таких материалов имеются в [3] и [4].

Усилению прикладной направленности обучения стохастике способствует введение в практику преподавания лабораторных работ. Автором разработаны тексты лабораторных работ, используемые в лицее при Донецком университете. Содержание их следующее.

Описывается некоторая ситуация, исходы которой зависят от случайных обстоятельств и исходы которой нельзя предсказать однозначно. Требуется построить ее вероятностную модель. В рамках этой модели предлагается подсчитать вероятности ряда событий, построить законы распределения нескольких случайных величин, вычислить их числовые характеристики. Далее предлагается вручную или с помощью ЭВМ проимитировать описанную ситуацию, по данным физического или машинного эксперимента вычислить выборочные средние для рассмотренных случайных величин, относительные частоты рассмотренных событий и сравнить их с соответствующими теоретическими характеристиками. В задание входит построение графиков зависимостей выборочных средних и относительных частот от числа опытов. Эти задания помогают сформировать у учащихся понимание устойчивости в мире случайного. Приведем для примера один из вариантов лабораторной работы.

11. Имеется связка из $n = 5$ различных, но однотипных ключей, среди которых два отпирают два замка, запирающих дверь (каждый ключ отпирает один замок). Чтобы, открыть дверь некто случайно перебирает все ключи до тех пор, пока откроются замки. Испробованный ключ в дальнейших испытаниях не участвует.

    События:

    A (B) — дверь откроется после того, как будет испробовано более $2-x$ $(3-x)$ ключей.

    C — замки откроются при двух последовательных попытках.

    Случайные величины:

    X (Y) — число попыток, которые понадобятся для того, чтобы открыть первый (второй) замок;

    Z — число ключей, которые понадобятся испробовать, чтобы открыть дверь.

Необходимым условием реализации прикладной направленности является включение соответствующих материалов в систему контроля. По существу, тексты контрольных работ являются одной из основных форм фиксирования целей обучения.

Таким образом, реализация прикладной направленности обучения вероятности и статистике формирует устойчивые мотивы к учению, развивает у учащихся понимание роли стохастики в развитии общества, вырабатывает умения применять вероятностно-статистические методы.

Литература

[1] О. Н. Афанасьева, Я. С. Бродский, И. И. Гуткин, А. Л. Павлов, *Сборник задач по математике для техникумов*, (2-е изд.), Наука, Москва 1992.

[2] О. Н. Афанасьева, Я. С. Бродский, А. Л. Павлов, *Дидактические материалы по математике*, Высшая школа, Москва 1992.

[3] Я. С. Бродський, *Дидактичні матеріали з теорії ймовірностей та математичної статистики*, ДонДУ, Донецьк 1997.

[4] Я. С. Бродский, А. Л. Павлов, *Сборник тестов по теории вероятностей*, ДонГУ, Донецк 1997.

[5] Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, *Формування змісту математичної освіти в навчальних закладах нового типу*, в сб.: Всеукраїнська науково-практична конференція з проблем середніх загальноосвітніх навчально-виховних закладів нового типу. 2-4 лютого 1994 р. Тези доповідей та виступів. Випуск перший, Київ 1994.

[6] Я. С. Бродский, З. Я. Хаметова, *Прикладные задачи и их место при изучении темы „Элементы теории вероятностей"*, в сб.: Методические рекомендации по математике. Вып. 8, Высшая школа, Москва 1986.

[7] Л. О. Бычкова, В. Д. Селютин, *Об изучении вероятностей и статистики в школе*, Математика в школе **6** (1991).

[8] Н. Я. Виленкин, О. С. Ивашев-Мусатов, С. И. Шварцбурд, *Алгебра и математический анализ*, Просвещение, Москва 1992.

[9] А. Д. Мышкис, *О прикладной направленности преподавания математики в средних специальных учебных заведениях*, в сб.: Методические рекомендации по математике. Вып. 11, Высшая школа, Москва 1989.

[10] А. Д. Мышкис, *О прикладной направленности школьного курса элементов математического анализа*, Математика в школе **6** (1990).

[11] А. Д. Мышкис, М. М. Шамсутдинов, *К методике прикладной направленности обучения математике*, Математика в школе, **2** (1988).

[12] А. Плоцки, *Стохастика в математике „для всех"*, Wydawnictwo Naukowe WSP, Kraków 1991.

[13] А. Плоцки, *Стохастические задачи и прикладная направленность в обучении математике*, Математика в школе, **3б** (1991).

[14] П. Уиттл, *Вероятность*, Наука, Москва 1982.

[15] Г. Фройденталь, *Математика как педагогическая задача*, ч. II, Просвещение, Москва 1983.

[16] М. І. Шкіль, З. І. Слепкань, О. С. Дубінчук, *Алгебра і початки аналізу, 10-11 кл*, Зодіак-ЕКО, Київ 1995.

[17] А. М. Яглом, И. М. Яглом, *Вероятность и информация*, Наука, Москва 1973.

Кафедра теории вероятностей
Донецький державный університет
ул. Університетськая 24
340055 Донецьк
Ukraine
E-mail: oleg@kompas.donetsk.ua